

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ПРЕДМЕТУ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» для студентов групп БПИз и БУТЗ

Указания к выполнению работы

За основу самостоятельного изучения учебного материала по указанной выше дисциплине следует выбрать учебное пособие авторов А.Д. Нахман, Д. Н Протасов, А.Н. Пчелинцев «Элементы стохастики – компетентностный подход». Издательство ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2020. В качестве домашней контрольной работы следует выполнить в отдельной тетради задачи, приведенные в данном файле в соответствии с номером варианта (всего 5 задач), вариант определяется по последней цифре в номере студенческого билета. Например, если номер студенческого билета заканчивается на цифру «2», то следует выполнить задачи 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2. Если номер студенческого билета заканчивается на «0», то следует выполнить задачи 1.10, 2.10, 3.10, 4.10, 5.10. Тетрадь с задачами сдать для проверки на кафедру «Высшая математика» или прислать сканы решенных задач на электронную почту преподавателя. Для получения зачета (группа БПИз) или экзамена (группа БУТз) будет необходимо представить тетрадь с выполненной домашней контрольной работой, а также решить в аудитории ряд задач из приведенных в указанном выше пособии в разделах «задачи для самостоятельного решения» (стр. 60-61, 69-70).

1. Случайные события

- 1.1 По прогнозам экономистов, ежегодная инфляция не превысит заданного процента с вероятностью $p = 0,8$. Какова вероятность того, что в течение всех трех ближайших лет оправдается указанный экономический прогноз?
- 1.2 В течение часа на сайт интернет-магазина заходит в среднем 5 человек. Вероятность того, что будет сделан заказ на товар для каждого из посетителей равна $\frac{1}{3}$. Какова вероятность того, что в течение часа три из пяти посетителей сделают заказ?
- 1.3 Среди 10 сигнальных ракет 4 оказались бракованными. Наблюдатель, выбирая последовательно случайным образом ракеты, подает сигнал выстрелом из ракетницы. Какова вероятность, что сигнал будет подан лишь при втором выстреле?
- 1.4 Каждый из трех независимо работающих сигнализаторов своевременно сообщает о нарушении заданного режима работы реактора с вероятностью, соответственно, $p_1 = 0,9$; $p_2 = 0,8$; $p_3 = 0,75$. Какова вероятность того, что при нарушении заданного режима работы ни один сигнал не поступит?

- 1.5 Среди пяти одинаковых по внешнему виду саженцев три-элитных. Наугад взяты два саженца. Какова вероятность, что оба элитных?
- 1.6 По данным социологов, в городе А данный кандидат в депутаты будет поддержан на выборах большей частью населения с вероятностью $p_1 = 0,6$; в городе В - с вероятностью $p_2 = 0,7$. Какова вероятность, что на выборах кандидат одержит победу хотя бы в одном из городов А и В?
- 1.7 На пути автомобиля 4 светофора, каждый из которых может его задержать с вероятностью $p = \frac{1}{3}$. Какова вероятность, что автомобиль не будет задержан ни одним из светофоров?
- 1.8 Партия из пяти изделий забраковывается, если хотя бы одно из них окажется нестандартным. Каждое из производимых изделий удовлетворяет требованиям стандарта с вероятностью $p = \frac{4}{5}$. Какова вероятность, что партия будет забракована?
- 1.9 В двух партиях 70% и 75% доброкачественных изделий соответственно. Наудачу выбирают по одному изделию из каждой партии. Найти вероятность того, что среди взятых изделий хотя бы одно окажется бракованным.
- 1.10 Детали производятся двумя станками, причем первый станок производит 60% от общего количества деталей. Первый станок выпускает 70% деталей отличного качества, а второй 80% деталей отличного качества. В конце смены для проверки была случайно выбрана одна деталь, причем она оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что она была произведена первым станком.

2. Случайные события. Схема Бернулли.

- 2.1 Вероятность неправильного соединения для данного оператора сотовой связи равна 0,0001. Какова вероятность, что из 10 000 соединений неправильными окажется 5 соединений?
- 2.2 Вероятность выигрыша на один билет лотереи равна 0,0005. Какова вероятность, что из 10 000 билетов выигрыш выпадет на 3 билета?
- 2.3 В продажу поступила партия из 5000 телефонов новой модели. Вероятность того, что телефон содержит скрытый дефект, равна 0,0002. Найти вероятность того, что 5 телефонов этой модели содержат скрытый дефект.

- 2.4 Вероятность опечатки на каждой странице при наборе в типографии равна 0,002. Найти вероятность того, что книга объемом 1500 страниц содержит опечатки на 4-х страницах.
- 2.5 Найти вероятность того, что из 50 000 избирательных бюллетеней 5 бюллетеней будут признаны недействительными, если вероятность признания недействительным для одного бюллетеня равна 0,0001.
- 2.6 Вероятность опоздания перевода денег на счет составляет 0,003. Найти вероятность того, что 2 перевода из 2000 поступят с опозданием.
- 2.7 Гирлянда состоит из 500 электролампочек. Найти вероятность того, что 7 лампочек перегорят за первый час работы гирлянды, если вероятность для одной лампочки перегореть за первый час работы составляет 0,002.
- 2.8 Вероятность ошибочного знака в статье составляет 0,0004. Найти вероятность того, что статья, содержащая 15 000 знаков, содержит 3 ошибочных.
- 2.9 Вероятность того, что кредит будет оформлен неверно, равна 0,001. Найти вероятность того, что из 1000 кредитов 10 будут оформлены неверно.
- 2.10 Вероятность возврата железнодорожного билета в кассу в течение первых суток после покупки, равна 0,002. Найти вероятность того, что из 500 проданных билетов 3 будут сданы в кассу в течение первых суток после покупки.

3. Непрерывные случайные величины

Случайная величина X задана интегральной функцией (функцией распределения) $F(x)$.

Требуется: а) найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность распределения); б) найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины X ; в) вероятность попадания значений X в интервал $(0; 1)$.

$$3.1 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4x + 4}{4}, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases} \quad 3.2 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{4}, & -1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$3.3 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{8}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad 3.4 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{18} + \frac{x}{6}, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$3.5 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ \frac{x-3}{7}, & 3 < x \leq 10 \\ 1, & x > 10 \end{cases} \quad 3.6 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}, & 2 < x \leq 7 \\ 1, & x > 7 \end{cases}$$

$$3.7 F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^3 - x}{24}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$3.8 F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ \frac{x^2 - x - 6}{6}, & 3 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$3.9 F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{x}{6} + \frac{3}{6}, & -3 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$3.10 F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0,5 \\ \frac{2x^2 - x}{6}, & 0,5 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

4. Статистическое распределение выборки

Из генеральной совокупности металлических шайб сделана выборка. Известны внутренние диаметры x_i и частоты n_i этих значений в выборочной совокупности. Найти выборочную среднюю и выборочное средне-квадратическое отклонение (размеры даны в миллиметрах).

4.1.

x_i	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
n_i	10	26	12	18	16	18

4.2

x_i	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
n_i	18	10	16	24	24	8

4.3

x_i	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
n_i	5	10	30	25	15	5	10

4.4

x_i	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
n_i	26	15	12	18	16	13

4.5

x_i	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
n_i	10	18	24	24	8	16

4.6

x_i	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4
n_i	15	5	40	25	4	8	3

4.7

x_i	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2
n_i	21	20	12	18	16	13

4.8

x_i	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6
n_i	10	20	32	16	8	14

4.9

x_i	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
n_i	10	5	30	25	15	5	10

4.10

x_i	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
n_i	20	13	12	16	15	24

5. Статистические оценки параметров распределения

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью $\gamma=0,95$, зная выборочную среднюю \bar{x}_B , объем выборки n и среднее квадратичное отклонение σ .

5.1 $\bar{x}_B = 30,28; \sigma = 2; n = 64;$

5.2 $\bar{x}_B = 65,88; \sigma = 4; n = 144;$

5.3 $\bar{x}_B = 25,24; \sigma = 8; n = 64;$

5.4 $\bar{x}_B = 39,14; \sigma = 9; n = 81;$

5.5 $\bar{x}_B = 58,85; \sigma = 3; n = 144;$

5.6 $\bar{x}_B = 40,88; \sigma = 4; n = 64;$

5.7 $\bar{x}_B = 82,51; \sigma = 11; n = 121;$

5.8 $\bar{x}_B = 32,29; \sigma = 3; n = 144;$

5.9 $\bar{x}_B = 26,84; \sigma = 6; n = 144;$

5.10. $\bar{x}_B = 19,86; \sigma = 2; n = 144$