

## Модель течения жидкости через прерыватель одноступенчатого роторно-импульсного аппарата

### Аннотация

Сделан анализ математических моделей, описывающих течение жидкости через прерыватель роторно-импульсного аппарата (РИА). Показано, что наиболее адекватным реальной физической модели течения жидкости является нестационарное уравнение Бернулли. Получена форма уравнения Бернулли, учитывающая уменьшение перепада давления при совмещении каналов ротора и статора. Сравнение данных теоретических и экспериментальных исследований позволило установить величину коэффициента количества движения в уравнении Бернулли. Приведены результаты численного решения нестационарного уравнения Бернулли.

### Условные обозначения

$a_c, a_p$ - ширина канала статора, ротора;

$b_c, b_p$ - расстояние между стенками соседних каналов статора, ротора;

$d_э$ - эквивалентный диаметр;

$k_V$ - коэффициент скоростного напора;

$h$ - высота канала;

$l$ - длина канала;

$\Delta P$ - статический перепад давления;

**$P$ - генерируемое акустическое давление;**

**$|P_{\text{имп}}|_{\text{max}}$  - амплитуда импульса акустического давления;**

$Q$ - расход жидкости;

**$r$ - радиальная координата;**

$R$ - радиус;

$S$ - площадь;

$t$ - время;

$V$ - скорость;

$\Gamma$ - квадратный корень из отношения площади сечения выходного участка канала статора к площади сечения входного участка канала ротора;

$B$ - коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий потери напора, линейно зависящие от скорости потока;

**$\alpha$ - телесный угол;**

$\beta$ - коэффициент количества движения;

$\delta$ - величина зазора между ротором и статором;

$\zeta$ - гидравлическое сопротивление;

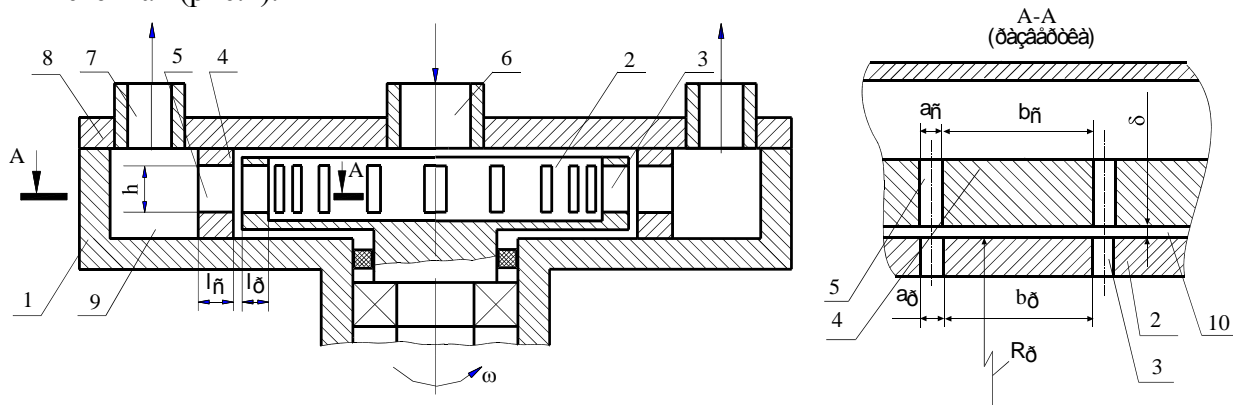
$\mu$ - динамическая вязкость жидкости;

$\rho$ - плотность жидкости;

$\lambda$ - коэффициент сопротивления трению;

РИА- роторно-импульсный аппарат.

Роторно-импульсные аппараты (РИА) хорошо зарекомендовали себя как эффективные устройства для интенсификации гидромеханических и тепломассообменных процессов [1,2]. Основными конструктивными элементами РИА являются ротор и статор с соосными каналами на боковых стенках (рис.1).



**Рис.1** Схема одноступенчатого роторно-импульсного аппарата:

**1- корпус; 2- ротор; 3- канал ротора; 4-статор; 5- канал статора; 6- входной патрубков; 7- выходной патрубков; 8- крышка; 9- рабочая камера; 10- зазор.**

В одном РИА может быть как одна ступень, содержащая один ротор и один статор, так и несколько. Обрабатываемая жидкость подается под давлением в полость ротора, проходит через каналы ротора и статора и выводится из аппарата через рабочую камеру. При вращении ротора, его каналы периодически совмещаются с каналами статора, и определенный объем жидкости из канала ротора входит в канал статора. Скорость на входе в канал статора резко возрастает. После того как канал статора перекроет стенка ротора, поступление жидкости в канал статора практически прекращается. Объем жидкости в канале статора за счет инерционных сил будет продвигаться вперед. Вследствие этого за импульсом избыточного давления возникает резкое кратковременное понижение давления, а затем снова повышение давления. Если период совмещения каналов ротора и статора достаточно длителен, то происходит несколько флуктуаций давления, связанных с инерционными силами. Закономерность изменения скорости и ускорения жидкости в канале статора определяет эффективность работы РИА и степень интенсификации технологических процессов.

Наиболее простая модель течения жидкости в прерывателе РИА (ротор, статор и зазор между ними) была предложена Балабудкиным М.А. [3] и предполагает пропорциональность скорости жидкости площади проходного сечения прерывателя РИА:

$$V(t) = \frac{Q(t)}{S(t)} \quad (1)$$

Давление в канале статора определяется по формуле

$$P(t) = \frac{\rho V^2(t)}{2} \quad (2)$$

Более обоснованный подход в описании изменения скорости потока жидкости в прерывателе РИА сделан в работе [4]. Для модуляции потока несжимаемой жидкой или газовой среды в гидродинамической сирене уравнение для скорости потока было представлено в форме уравнения Бернулли:

$$\rho l \frac{dV}{dt} + \rho \frac{V^2}{2} = \Delta P \quad (3)$$

Учитывая нестационарность гидравлического сопротивления РИА, по аналогии с золотниковыми и запорными устройствами типа диафрагм [5], уравнение (3) было преобразовано к виду [6]:

$$\rho l \frac{dV}{dt} + \xi(t) \frac{\rho V^2}{2} = \Delta P \quad (4)$$

Аналогичный подход сделан в работе [7], где рассмотрены два характерных статических положения канала ротора относительно канала статора.

Коэффициент гидравлического сопротивления для устройств типа диафрагм может быть рассчитан по формуле [8]:

$$\xi'(t) = \xi(t) + \frac{B(t)\mu}{Vd_3\rho}, \quad (5)$$

где  $B$ - коэффициент, определяемый из таблиц [8].

С учетом (5) формула (4) была преобразована к виду

$$\rho l \frac{dV}{dt} + \frac{\rho V^2}{2} \left( \xi(t) + \frac{B(t)\mu}{Vd_3\rho} \right) = \Delta P. \quad (6)$$

Эта формула впервые была предложена Биглером В.И. и Юдаевым В.Ф. [9] для расчета скорости жидкости и легла в основу ряда работ в моделировании нестационарного течения потока жидкости в прерывателе РИА. **Наиболее корректно это уравнение при следующих соотношениях:  $a_c/b_c < 1$ ;  $a_p/b_p < 1$ ;  $\delta a_c \ll 1$ ;  $\delta a_p \ll 1$ .** В дальнейшем уравнение (6) было модернизировано с учетом центробежного давления от лопаток, установленных в роторе, и давления, генерируемого прерывателем [10]:

$$(l + (1 + \Gamma) \sqrt{\frac{S_{max}}{\pi}}) \frac{dV}{dt} + \frac{1}{2} (\xi(t)V^2 + \frac{B(t)V\mu}{d_3\rho}) = \frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\omega^2 R_p^2}{2}, \quad (7)$$

где:  $S_{max} = a_c \cdot h$ ;  $d_3 = \frac{2 \cdot a_c \cdot h}{a_c + h}$ .

**Транзитное течение в зазоре между ротором и статором не учитывается в силу того, что для гидродинамических излучателей типа РИА оно снижает их эффективность, и в идеале необходимо уменьшить этот поток до минимально достижимого значения, то есть установить как можно меньший зазор  $\delta$ .**

Запишем уравнение (7) в полном виде с учетом коэффициента количества движения  $\beta$  в первом слагаемом, потерь на трение по длине каналов ротора и статора, центробежного давления, создаваемого каналом ротора (в отсутствии лопаток в роторе), уменьшения общего перепада давления при совмещении канала ротора с каналом статора:

$$\beta l_3 \frac{dV}{dt} + \frac{1}{2} (\lambda(t) l_3 \frac{V^2}{d_3} + \xi(t)V^2 + \frac{B(t)V\mu}{d_3\rho}) = \frac{\Delta P}{\rho} + l_p \omega^2 (R_p - \frac{l_p}{2}) - \frac{V^2}{2} k_V, \quad (8)$$

где:  $l_3 = (l_p + l_c + (1 + \Gamma) \sqrt{\frac{S_{max}}{2\pi}}) + \delta$ ;  $k_V = \frac{\left( \frac{\Delta P}{\rho} + l_p \omega^2 \left( R_p - \frac{l_p}{2} \right) \right) \cdot k_1}{V_{max}^2 / 2}$ ;

$V_{max}$ - максимальное значение скорости потока жидкости через прерыватель при совмещении канала ротора с каналом статора;

$k_1=0,9$ - коэффициент, устанавливающий максимальную величину падения общего перепада давления.

Коэффициент количества движения  $\beta$  определяется экспериментальным путем [5], а потерями на трение можно пренебречь, так как они малы по сравнению с потерями давления в местных сопротивлениях. **Коэффициент  $k_1$  задается априори и определяет, насколько может снизиться перепад давления между ротором и статором в период времени совмещения канала ротора с каналом статора за счет снижения гидравлического сопротивления.**

Для нахождения коэффициента  $k_V$  используются итерации. Первоначальное значение скорости  $V_{max}$  определяется при  $k_V=0$ , а затем методом приближений производится расчет  $V_{max}$  с погрешностью до 5%.

Характер функций  $V(t)$  и  $\xi(t)$  зависит от вида функции  $S(t)$ , которую можно представить в параметрическом виде:

$$S(t) = \begin{cases} 2\delta h + h\omega R_p t, & 0 \leq t < \frac{a_c}{\omega R_p}; \\ S_{max}, & \frac{a_c}{\omega R_p} \leq t < \frac{a_p}{\omega R_p}; \\ (a_c + a_p)h - h\omega R_p t, & \frac{a_p}{\omega R_p} \leq t < \frac{a_p + a_c}{\omega R_p}; \\ 2\delta h, & \frac{a_p + a_c}{\omega R_p} \leq t < \frac{b_p - a_c}{\omega R_p}. \end{cases} \quad (9)$$

Коэффициент гидравлического сопротивления находится по формуле:

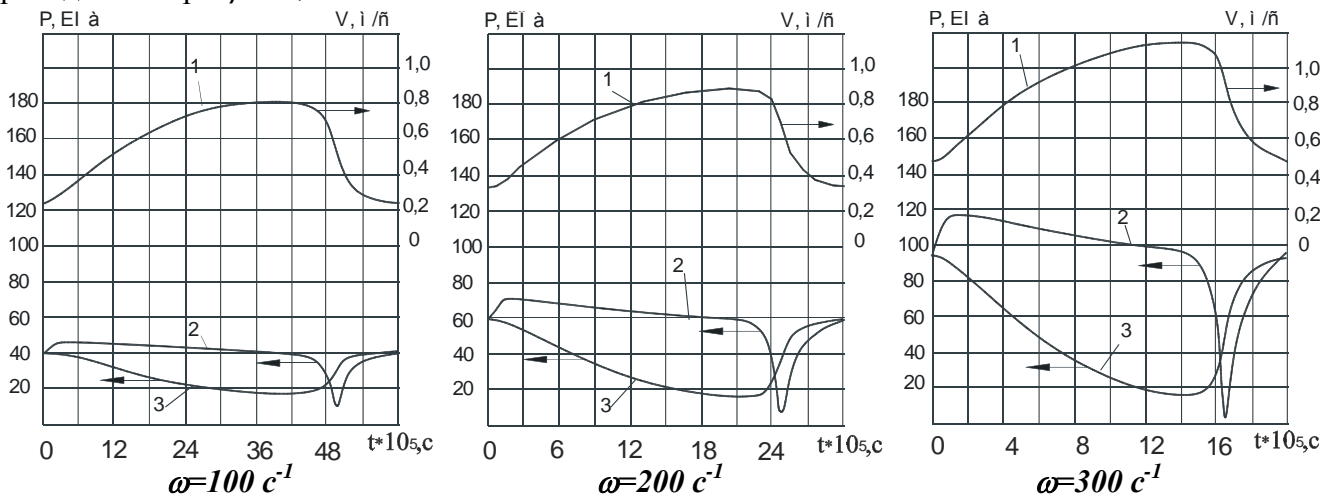
$$\xi(t) = \left( \frac{S_{max}}{\varepsilon S(t)} - 1 \right)^2, \quad (10)$$

где  $\varepsilon$  - безразмерный коэффициент, определяемый из таблиц Н.Е. Жуковского [8].

Давление, генерируемое модулятором находится из следующих соображений. Принимая источник давления моноподем [11], излучающим в полупространство (телесный угол  $\alpha=2\pi$ ), можем записать:

$$P(r,t) = \frac{\rho \cdot S}{\alpha \cdot r} \frac{\partial V(t - r/c)}{\partial t}; \quad P(t) = \rho \frac{dV}{dt} \left( \frac{S}{2\pi} \right)^{0.5}. \quad (11)$$

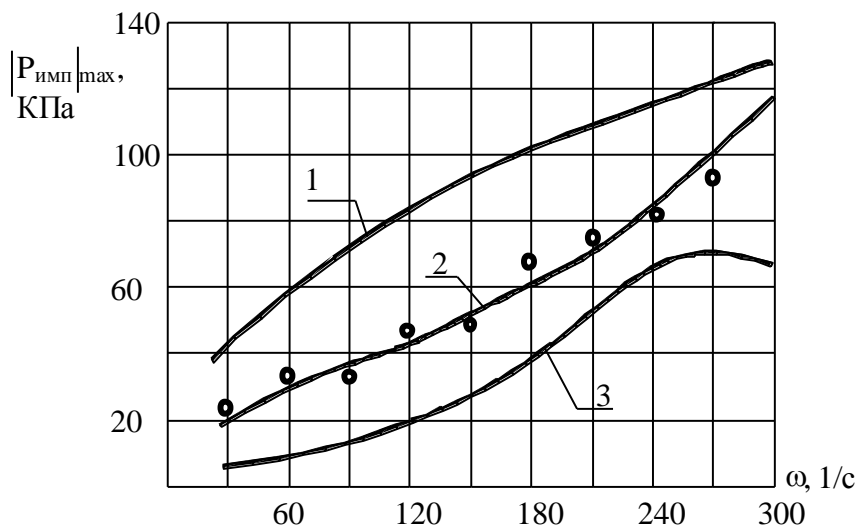
Нелинейное дифференциальное уравнение (8) в общем случае в квадратурах не решается. Результаты численного решения уравнения (8) приведены на рис.2. Решение уравнения (8) проводилось при  $\beta = 0,01 \div 3$ .



**Рис.2** Графики численных решений уравнения (8) при различных угловых скоростях вращения ротора: 1- зависимость скорости потока жидкости через прерыватель РИА; 2- зависимость изменения генерируемого прерывателем РИА акустического давления; 3- зависимость изменения перепада давления между камерой ротора и рабочей камерой

Анализ показал, что расчетные амплитуды импульсного давления от угловой скорости ротора согласуются с экспериментальными данными при  $\beta \approx 0,2$  (рис.3). Коэффициент  $\beta$  определялся следующим образом. Нами были сфотографированы осциллограммы импульса давления в канале статора при различных  $\omega$ . Сигнал на осциллограф подавался с гидрофона из титаната бария. По осциллограммам определялась максимальная амплитуда (по модулю) импульса давления. Эти значения показаны на рис.3 точками. По уравнениям (8)-(11) определялась максимальная амплитуда импульса давления при различных  $\beta$ . В уравнения подставляли реальные (экспериментальные) геометрические и кинематические параметры аппарата. Наиболее адекватной реальному процессу оказалась зависимость  $|P_{имп}|_{max}$  от  $\omega$  при

$\beta \approx 0,2$ . Теоретическая кривая этой зависимости практически точно “легла” на экспериментальные точки. Форма импульса давления и его величина, рассчитанные по формуле (11), также согласуются с экспериментальными осциллограммами. Методика расчета параметров потока жидкости по уравнениям (8)-(11) применима для инженерных расчетов и позволяет определить оптимальные технологические и геометрические параметры РИА для работы в кавитационном режиме, особенно эффективном для интенсификации гидромеханических и тепломассообменных процессов.



**Рис.3** Зависимость амплитуды импульса давления в канале статора от угловой скорости ротора при  $\Delta P=0,2 \cdot 10^5$  Па,  $Q=4,31$  м<sup>3</sup>/ч,  $R_p=100$  мм,  $a_c=a_p=2$  мм,  $h=10$  мм,  $b_p=29,4$  мм,  $\delta=0,1$  мм,  $\mu=10^{-3}$  Па·с,  $\rho=10^3$  кг/м<sup>3</sup>  
 1-  $\beta=0,05$ ; 2-  $\beta=0,2$ ; 3-  $\beta=0,1$ ; точки- экспериментальные данные.

### Литература

1. А.А. Долинский, Б.И. Басок, С.И. Гулый и др. Дискретно-импульсный ввод энергии в теплотехнологиях.- Киев: ИТТФ НАНУ, 1996.- 208 с.
2. Балабышко А.М., Зимин А.И., Ружицкий В.П. Гидромеханическое диспергирование.- М.: Наука, 1998.-331 с.
3. Балабудкин М.А. Роторно-пульсационные аппараты в химико-фармацевтической промышленности.-М.: Медицина, 1983.-160 с.
4. Римский-Корсаков А.В. Электроакустика.-М.:Связь, 1973.-272 с.
5. Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы.-М.:Машиностроение, 1982.-240 с.
6. Френкель Н.З. Гидравлика.-М.-Л.:Госэнергиз, 1947.-460 с.
7. Долинский А.А., Басок Б.И. Роторно-импульсный аппарат. 1.Импульсные эффекты локального адиабатического вскипания и кавитации жидкости //Пром. теплотехника.- 1998.-Т.20.-№6.- С.7-10.
8. Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления.-М.:Недра, 1982.-224 с.
9. Биглер В.И., Юдаев В.Ф. Нестационарное истечение реальной жидкости через отверстия гидродинамической сирены //Акуст. журнал.-1978.-Т.24.-№2.- С.289-291.
10. Зимин А.И. Прикладная механика прерывистых течений. –М.:Фолиант, 1997.-308 с.
11. Справочник по технической акустике: Пер. с нем./ Под ред. М. Хекла и Х.А. Мюллера.- Л.: Судостроение, 1980.- 440 с.

**Промтов М. А. Модель течения жидкости через прерыватель одноступенчатого роторно-пульсационного аппарата / М. А. Промтов, А. И. Зимин, М. В. Монастырский // Промышленная теплотехника. – 2001. – Т. 23, № 1–2. – С. 129–133.**