

2.2. Уравнения

Уравнения – это равенства, которые содержат одну или несколько переменных, и верно только при определённых значениях этих переменных.

Переменные в уравнениях называют неизвестными. Найденное числовое значение уравнения – это корень уравнения. Множество корней уравнения называют решением уравнения. Найти решение уравнения или показать, что решений нет – это значит решить уравнение.

Корни уравнения обращают его в верное числовое равенство (тождество). Если значение неизвестного не обращает уравнение в тождество, то оно не является корнем.

Пример. $9x - 17 = 1 \Rightarrow 9x = 17 + 1 \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$

$9x - 17 = 1$ – это уравнение, x – это неизвестное, $x = 2$ – это корень уравнения, $\{2\}$ – это решение уравнения.

Решение уравнения следует искать в области допустимых значений (ОДЗ) неизвестного. Область допустимых значений неизвестного – это область допустимых значений уравнения.

ОДЗ уравнения – это множество значений неизвестного, при которых уравнение имеет смысл.

Примеры.

1. $\frac{1}{x-2} + 3x = 5$.

В этом уравнении содержится неизвестная в знаменателе дроби. Мы знаем, что на ноль делить нельзя. Следовательно, $x - 2 \neq 0$, а это значит, что $x \neq 2$, другие значения переменной допустимы. Поэтому область допустимых значений (ОДЗ) уравнения – это все действительные числа без числа 2.

ОДЗ: $x \in R \setminus \{2\}$.

2. $6x - 2 = 4$.

В данном случае x может принимать любые действительные значения.

ОДЗ: $x \in R$.

3. $\sqrt{x-3} + 1 = 0$.

Видим, что уравнение содержит переменную под знаком радикала чётной степени. Подкоренное выражение должно быть неотрицательно. Следовательно, $x - 3 \geq 0$, а это значит, что $x \geq 3$, то есть все действительные числа, большие или равные трём.

ОДЗ: $x \in [3; +\infty]$