Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Тамбовский государственный технический университет»

Т.Ю. Дорохова

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ЭС

Методические указания к выполнению лабораторных работ для магистрантов направления 211000 «Конструирование и технология электронных средств».

Тамбов 2013

УДК 621.396.6
ББК 32.811

Рецензент Зам. директора Института энергетики, приборостроения и радиоэлектроники, к.т. н., доцент кафедры «Материалы и технологии» ФГБОУ ВПО «ТГТУ» **Баршутин С.Н.**

Т.Ю. Дорохова

Моделирование конструкций и технологических процессов производства ЭС: методические указания к выполнению лабораторных работ/ Сост.: Т.Ю. Дорохова,.- Тамбов, - 2013.- 20 с.

Методические указания включают задания и примеры к выполнению лабораторных работ по курсу «Моделирование конструкций и технологических процессов производства ЭС» и предназначены для магистрантов, обучающихся по направлению 211000 «Конструирование и технология электронных средств».

УДК 621.396.6
ББК 32.811

Лабораторная работа №1. Оценка технологичности блока РЭС с помощью программы «Tehnologe.exe»

Цель работы: Ознакомиться с методикой расчета технологичности ручным способом и с помощью программы «Tehnologe.exe».

Задание:

1. Выбрать блок РЭС, отнести его к соответствующей группе блоков.
2. Определить для выбранного блока базовые показатели технологичности.
3. Разработать таблицу исходных данных для расчета технологичности.
4. Рассчитать базовые и комплексный показатели технологичности вручную, затем при помощи программы«Tehnologe.exe».
5. По полученному комплексному коэффициенту сделать вывод о технологичности и целесообразности изготовления печатного узла.

Методические указания

Технологичность конструкции - это такое сочетание конструктивно-технологических требований, которое обеспечивает наиболее простое и экономичное производство изделий при соблюдении всех технических и эксплуатационных условий.

Количественная оценка технологичности производится по системе базовых показателей. Численное значение каждого показателя характеризует степень удовлетворения к требованиям технологичности конструкции.

При оценке технологичности изделия его относят к определенной группе блоков:

- электронные блоки;
- радиотехнические;
- электромеханические и механические;
- соединительные и коммутационно-распределительные блоки.

Для каждой группы изделий определен состав базовых показателей.

В соответствии с этим для проектируемого блока определяют семь базовых показателей согласно ОСТ 4.ГО.091.219:

- $K_{\text{ИСИМС}}$ - коэффициент использования микросхем и микросборок;

- $K_{\text{АиМ}}$ - коэффициент автоматизации и механизации монтажа;

- $K_{\text{МП}}$ - коэффициент механизации подготовки к монтажу;

- $K_{\text{МКН}}$ - коэффициент механизации контроля и настройки;

- $K_{\text{пов}}$ - коэффициент повторяемости ЭРЭ;

- $K_{\text{ПЭРЭ}}$ - коэффициент применяемости ЭРЭ;

- $K_{\text{ф}}$ - коэффициент прогрессивности формообразования деталей.

Базовые показатели определяются по следующим формулам.

Коэффициент использования микросхем и микросборок определяется по формуле:

$$K_{\text{ИСИМС}} = \frac{H_{\text{ИМС}}}{H_{\text{ИМС}} + H_{\text{ЭРЭ}}}, \tag{1}$$

где $H_{\text{ИМС}}$ - число интегральных микросхем и микросборок;

$H_{\text{ЭРЭ}}$ - количество других навесных элементов.

Коэффициент автоматизации и механизации монтажа определяют по формуле:

$$K_{\text{АиМ}} = \frac{H_{\text{АиМ}}}{H_{\text{М}}}, \tag{2}$$

где $H_{\text{АиМ}}$ - количество монтажных соединений осуществляемых автоматизированным или механизированным способом;

$H_{\text{М}}$ - общее количество монтажных соединений.

Коэффициент механизации подготовки к монтажу определяют по формуле:

$$K_{\text{МП}} = \frac{H_{\text{МПЭРЭ}}}{H_{\text{ЭРЭ}}}, \tag{3}$$

где $H_{\text{МПЭРЭ}}$ - число ЭРЭ, подготовка которых к монтажу осуществляется механизированным способом;

$H_{\text{ЭРЭ}}$ - общее количество навесных элементов.

Коэффициент механизации контроля и настройки определяют по формуле:

$$K_{\text{МКН}} = \frac{H_{\text{МКН}}}{H_{\text{КН}}}, \tag{4}$$

где $H_{\text{МКН}}$ - количество операций контроля и настройки, которые можно осуществить механизированным способом;

$H_{\text{КН}}$ - общее количество операций контроля и настройки.

Коэффициент повторяемости ЭРЭ определяют по формуле:

$$K_{\text{пов}} = 1 - \frac{H_{\text{ТЭРЭ}}}{H_{\text{ЭРЭ}}}, \tag{5}$$

где $H_{\text{ТЭРЭ}}$ - общее количество типоразмеров ЭРЭ.

Коэффициент применяемости ЭРЭ определяют по формуле:

$$K_{\text{ПЭРЭ}} = 1 - \frac{H_{\text{ТОРЭРЭ}}}{H_{\text{ТЭРЭ}}}, \tag{6}$$

где $H_{\text{ТОРЭРЭ}}$ - количество типоразмеров оригинальных ЭРЭ.

Коэффициент прогрессивности формообразования деталей определяют по формуле:

$$K_{\text{ф}} = \frac{\text{Д}_{\text{пр}}}{\text{Д}}, \tag{7}$$

где $\text{Д}_{\text{пр}}$ - количество деталей изготавливаемых прогрессивными методами формообразования;

Д - общее количество деталей в блоке.

Порядок выполнения

Исходные данные для расчета комплексного показателя технологичности необходимо представить в табличной форме (таблица 1).

Таблица 1 - Исходные данные для расчета комплексного показателя технологичности

Наименование показателя	Обозначение	Значение
Количество монтажных соединений, которые осуществляются автоматизированным или	$H_{\text{АиМ}}$	

механизированным способом		
Общее количество монтажных соединений	$H_{\text{М}}$	
Общее количество ЭРЭ	$H_{\text{ЭРЭ}}$	
Количество ЭРЭ, подготовка которых осуществляется механизированным способом	$H_{\text{МПЭРЭ}}$	
Количество операций контроля и настройки, которые можно осуществлять механизированным способом	$H_{\text{МКН}}$	
Общее количество операций контроля и настройки	$H_{\text{КН}}$	
Общее количество типоразмеров ЭРЭ в изделии	$H_{\text{ТЭРЭ}}$	
Число деталей, полученных прогрессивными методами формообразования	$\text{Д}_{\text{пр}}$	
Общее число деталей в блоке	Д	
Число интегральных схем	$H_{\text{ИМС}}$	
Количество типоразмеров оригинальных ЭРЭ	$H_{\text{ТОРЭРЭ}}$	

Определим базовые коэффициенты технологичности по формулам (1-7) и исходным данным по таблице 1 все расчеты проводятся при помощи разработанной программы «Tehnologe.exe».

Полученные значения базовых показателей необходимо также представить в виде таблицы, в которую нужно внести коэффициенты весовой значимости каждого показателя для выбранной группы блока (таблица 2).

Таблица 2 - Значения и весовые коэффициенты базовых показателей технологичности электронного узла

Наименование показателя	Обозначение	Значение	Весовой коэффициент
Коэффициент использования интегральных микросхем и микросборок	$K_{\text{ИСИМС}}$	0,06	1

Коэффициент автоматизации и механизации монтажа изделий	$K_{\text{АиМ}}$	0,856	1
Коэффициент механизации подготовки ЭРЭ к монтажу	$K_{\text{МП}}$	0,976	0,75
Коэффициент механизации операций контроля и настройки электрических параметров	$K_{\text{МКН}}$	0,25	0,5
Коэффициент повторяемости ЭРЭ	$K_{\text{пов}}$	0,82	0,313
Коэффициент применяемости ЭРЭ	$K_{\text{ПЭРЭ}}$	0,91	0,188
Коэффициент прогрессивности формообразования деталей	$K_{\text{ф}}$	0,6	0,109

Комплексный показатель технологичности изделия рассчитывается с использованием базовых показателей по следующей формуле:

$$K_{\text{ТК}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i \cdot \varphi_i}{\sum_{i=1}^{n} \varphi_i}, \qquad (9)$$

где K_i - i-ый базовый показатель технологичности;

φ_i - коэффициент, характеризующий весовую значимость базового показателя технологичности;

n - количество базовых показателей технологичности.

После того как определен комплексный показатель технологичности по заданной расчетной формуле его сравнивают с нормативным значением установленным ОСТ 4.ГО.091.219 для группы соответствующих блоков и соответствующей серии выпуска образцов. На основании этого делается вывод о технологичности конструкции изделия.

Содержание и оформление отчета:

1. Титульный лист, содержащий информацию о студенте (группа, фамилия, номер варианта).
2. Чертеж блока РЭС.
3. Основные теоретические положения (используемые формулы).
4. Полученные значения базовых показателей.

5. Результат выполнения работы.
6. Выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы:

1. *Какие группы блоков Вы знаете?*
2. *Что называется технологичностью?*
3. *Какие базовые показатели технологичности Вы знаете?*
4. *Как оценивается комплексный показатель технологичности?*
5. *Какие серии выпуска образцов Вы знаете?*

Список литературы:

1. Павловский В. В. Проектирование технологических процессов изготовления РЭА. Учебное пособие для вузов. – М: Радио и связь, 2000 - 160с.
2. Техническое производство РЭС. Методическое учебное пособие. Составители В. Н. Грошев, 28с.

Лабораторная работа №2. Построение линейных регрессионных моделей

Цель работы: Изучение основных понятий, определений, принципов теории планирования экспериментов, приобретение навыков проведения экспериментов по построению математических моделей, ознакомление с методикой построения регрессионных моделей.

Задание:

1. Используя программу генерации случайных чисел провести трехфакторный эксперимент в восьми точках (то есть сформировать три столбца и восемь строк в матрице планирования – заполнить ее случайным образом). Желательно взять ограничение до 20 при генерации случайных чисел, но учесть возможность его изменения по требованию преподавателя.
2. Определить значения нулевых уровней факторов, выполнить нормировку факторов.
3. Составить матрицу планирования для полного трехфакторного эксперимента с использованием дополнительного нулевого фактора (X_0=1).
4. Составить матрицу планирования для дробного трехфакторного эксперимента, пренебрегая взаимодействием факторов.
5. Провести эксперимент во всех точках ДФЭ, повторив 5 раз опыты в выбранных точках факторного пространства (найти значения функции отклика Y из таблицы 1 в соответствии с вариантом, выданным преподавателем).
6. Найти коэффициенты уравнения регрессии.
7. Проверить свойства полного факторного эксперимента: симметричность, нормировку, ортогональность и ротатабельность.
8. Составить уравнение регрессии в кодированном виде, привести его к натуральному, используя значение интервалов варьирования.

Методические указания

Эксперимент – метод научного исследования, когда исследователь активно и целенаправленно воздействует на объект исследования путем создания искусственных условий или использования естественных условий, необходимых для выявления конкретных свойств объекта.

Эксперименты делятся на пассивные и активные (управляемые). В пассивном эксперименте контролируемые (входные) параметры нельзя изменять, в активном – можно.

Планирование эксперимента – область знания, связанная с построением и оптимизацией математических моделей.

Объект исследования рассматривается как носитель некоторых неизвестных или подлежащих исследованию свойств и качеств – своеобразный «черный ящик». При этом вектор $X_1 \ldots X_k$ представляет собой группу контролируемых и управляемых величин, которые могут изменяться определенным образом в ходе эксперимента, а $Z_1 \ldots Z_k$ контролируемые характеристики. Характеристики ($X_1 \ldots X_k$) также называют факторами или управляемыми воздействиями. Функция Y – функция отклика (поверхность отклика), представляет собой реакцию системы на воздействие факторов. Также можно выделить и третью, не обозначенную на идеальной модели систему входных сигналов – это шумы или помехи, которые обусловлены многими факторами: ошибками обслуживающего персонала, влиянием внешней среды, погрешностью приборов и т.д. К этой же группе относятся воздействия, которые не могут контролироваться либо из-за их сложности, либо из-за незнания их природы и невозможности контроля.

Характеристики объектов имеют различную физическую природу, а, следовательно, и размерность, что затрудняет построения модели. Поэтому на практике значения факторов, которые имеют реальный физический смысл, нормируют (приводят к определенному ранее заданному набору значений). Для любого фактора X существует нижний X_{min} и верхний X_{max} уровни изменения значений.

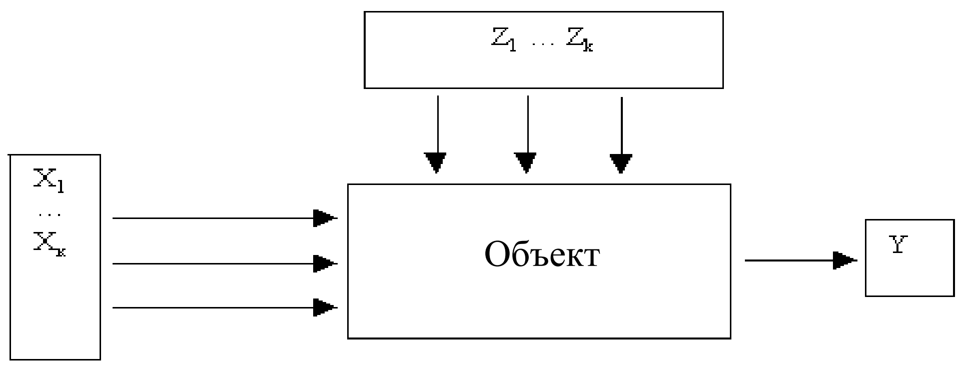


Рис. 1. Структурная схема объекта (процесса) при проведении активного эксперимента

Факторное пространство

Приведем алгоритм нормировки фактора:

- выбираем масштаб и положение осей координат таким образом, чтобы $X_{i\,min}$ соответствовало –1, а $X_{i\,max}$ +1.
- вычисляем значение $X_{i\,0}$ для данного фактора следующим образом $X_{i0} = \frac{X_{i\,max} + X_{i\,min}}{2}$.
- вычисляем интервал изменения фактора $dx_i = X_{i\,0} – X_{i\,min} = X_{i\,max} - X_{i\,0}$.
- находим нормированное значение $X_н$ для каждого фактора $X_{iн} = \frac{X_i - X_{i0}}{dx_i}$.

Зависимость реакции объекта от точки факторного пространства называется функцией отклика Y, а ее геометрическое представление $Y(x_1, x_2,\dots, x_i)$ – поверхностью отклика. Векторов значений функции отклика может быть столько, сколько опытов.

Проведение эксперимента

Эксперимент состоит из опытов (воспроизведение исследуемого явления). Под планированием эксперимента понимают выбор плана эксперимента – совокупности данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов. Каждый опыт эксперимента характеризуется

$$X_q = \left(X_{1q}, X_{2q}, X_{3q} \dots X_{nq}\right)$$

определенным набором значений факторов.

Вектор, содержащий некоторый набор конкретных значений факторов X_I, определяет q-ю точку плана эксперимента. Совокупность векторов Xq (q = 1, 2, …, n) образует план эксперимента (матрица, содержащая k строк и n столбцов, каждая строка которой образует точку плана эксперимента, а столбец фактор эксперимента).

X_{11}	X_{21}	X_{31}	…	X_{N1}
X_{12}	X_{22}	X_{32}	…	X_{N2}
…	…	…	…	…
X_{1K}	X_{2K}	X_{3K}	…	X_{NK}

Совокупность всех точек плана, отличающихся уровнем хотя бы одного фактора (различных строк матрицы планирования), называется спектром плана. Матрица, получаемая из всех различных строк плана - матрица спектра плана. Она отличается от приведенной выше матрицы только числом строк (из-за отсутствия повторяющихся точек плана). При количестве точек спектра плана G, ее размерность будет составлять: G строк на N столбцов. Применяется также матрица дублирования, размерность которой совпадает с размерностью матрицы спектра плана. Она имеет вид:

K_1	0	0	…	0
0	K_2	0	…	0

…	…	…	…	…
0	0	0	…	K_g

Здесь K_j - число параллельных опытов в точке спектра плана с номером j (j = 1, 2, …, N). Т.е. это число характеризует дублирование соответствующей строки в матрице спектра плана.

Построение регрессионных моделей

Для описания объектов управления часто используются полиномиальные модели. При этом в качестве базисного выражения используется ряд Тейлора, имеющий конечное число членов.

$$F(x) = F(a) + \frac{x - a}{1!} F'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} F''(a) + ... + \frac{(x - a)^n}{n!} F^{(n)}(a)$$

Но при использовании аппроксимирующего полинома Тейлора в приведенном выше виде возникает ряд проблем, связанных с нахождением производных, так как неизвестна функция, а известен только ряд ее значений. Поэтому заменим полином Тейлора на аналогичное ему уравнение регрессии

$$\hat{Y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i,j=1}^{k} b_{i,j} x_i x_j + \sum_{i=1}^{k} b_{i,i} x_i^2 + \sum_{i,j,n=1}^{k} b_{i,j,k} x_i x_j x_n + ...$$

где k – число столбцов в матрице планирования. Построим линейную регрессионную модель. Для ее экспериментального получения используем план первого порядка (факторный эксперимент первого порядка).

$$\hat{Y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i \ .$$

Для k-факторного эксперимента достаточно k+1 опытов. При определении коэффициентов регрессии должны выполняться необходимые и достаточные условия:

1. Результаты измерений выходной величины Y в N точках факторного пространства – нормально распределенные величины.
2. Дисперсии реализации во всех точках факторного пространства одинаковы, то есть не зависят от абсолютного значения величины и от направления обхода факторного пространства.
3. Входные переменные (факторы) – это независимые величины, которые измеряются с бесконечно малой ошибкой по отношению к ошибке выходной величины.

Оценка выполняется по критерию Фишера.

Любой многофакторный эксперимент является результатом варьирования всех факторов.

Полный факторный эксперимент

Если в многофакторном эксперименте использованы все возможные комбинации уровней факторов, то такой эксперимент называется полным факторным экспериментом. Приведем таблицу (для линейного уравнения регрессии):

Количество факторов к	*Количество неизвестных коэффициентов*	*Количество опытов в полном факторном эксперименте*	*Достаточное количество для определения коэффициентов*

3	4	8	2^{3-1}
4	5	16	2^{4-1}
5	6	32	2^{5-2}
6	7	64	2^{6-3}

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) включает в себя 2k опытов, которые при построении линейной модели могут полностью не использоваться. В общем случае ПФЭ позволяет найти 2k коэффициентов регрессии при 2k базисных функциях. Первые k+1 базисные функции очевидны – они составляют линейную модель (f0=1 f1=X1 f2=X2 f3=X3).

Приведем пример полного трехфакторного эксперимента (столбцы с первого по четвертый – первый столбец вводится искусственным путем и постоянен и равен 1). Эта матрица является матрицей базисных функций.

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Свойства полного факторного эксперимента

Матрица планирования ПФЭ обладает рядом свойств:

1) симметричность плана относительно центра эксперимента –

$$\sum_{i=1}^{n} x_{j,i} = 0,$$

то есть сумма значений уровней любого фактора (столбца) равна 0 ;

2) нормировка плана –

$$\sum_{i=1}^{n} x^2_{j,i} = N ,$$

сумма квадратов значений уровней любого фактора равна N (числу строк матрицы планирования ПФЭ);

3) ортогональность плана –

$$\sum_{i=1}^{n} x_{j,i} \cdot x_{u,i} = 0 ,$$

сумма по парных произведений значений уровней любых 2 факторов (кроме j=u) равна 0;

4) ротатабельность плана – точность предсказания значений функции отклика одинакова на равном расстоянии от центра и не зависит от направления обхода.

Свойства ортогональности и ротатабельности взаимоисключающие.

Дробный факторный эксперимент

В некоторых случаях нет необходимости использовать полный факторный эксперимент. В таких случаях усекают количество строк матрицы ПФЭ до количества коэффициентов регрессионной модели. Это производится в случаях линейной регрессионной модели. Дробный факторный эксперимент удовлетворяет всем свойствам полного факторного эксперимента.

Определение коэффициентов уравнения регрессии

После проведения опытов во всех точках факторного пространства необходимо найти коэффициенты уравнения регрессии. Для этого воспользуемся методом наименьших квадратов.

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - Y_i)^2 \to \min;$$

$$\hat{Y}_i = \varphi(X_1,...,X_k,b_0,...,b_k)$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n}(\varphi(X_1,...,X_k,b_0,...,b_k) - Y_i)^2$$, поскольку $$\begin{cases} \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_0} = 0 \\ ... \\ \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_k} = 0 \end{cases},$$

то после дифференцирования получим

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_0} = 2\sum_{i=1}^{n}(\varphi(X_1,...,X_k,b_0,...,b_k) - Y_i)\dfrac{\partial\varphi}{\partial b_0} = 0, \\ ... \\ \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_k} = 2\sum_{i=1}^{n}(\varphi(X_1,...,X_k,b_0,...,b_k) - Y_i)\dfrac{\partial\varphi}{\partial b_k} = 0. \end{cases}$$

Для линейной регрессии при k=2:

$Y_i = \varphi(X_{1i}, X_{2i}, b_0, b_1, b_2), Y_i = b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i}.$; продифференцировав по коэффициентам, получим:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial b_0} = 1, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial b_1} = X_{1i}, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial b_2} = X_{2i}.$$

Запишем уравнения в полной форме:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}(b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} - Y_i) * 1 = 0, \\ \sum_{i=1}^{n}(b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} - Y_i) * X_{1i} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n}(b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} - Y_i) * X_{2i} = 0. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (\sum_{i=1}^{n}1)b_0 + (\sum_{i=1}^{n}X_{1i})b_1 + (\sum_{i=1}^{n}X_{2i})b_2 = \sum_{i=1}^{n}Y_i, \\ (\sum_{i=1}^{n}X_{1i})b_0 + (\sum_{i=1}^{n}X_{1i}^{\ 2})b_1 + (\sum_{i=1}^{n}X_{2i}X_{1i})b_2 = \sum_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i, \\ (\sum_{i=1}^{n}X_{2i})b_0 + (\sum_{i=1}^{n}X_{1i}X_{2i})b_1 + (\sum_{i=1}^{n}X_{2i}^{\ 2})b_2 = \sum_{i=1}^{n}X_{2i}Y_i. \end{cases}$$

$\sum_{i=1}^{n}1 = n$, разделим каждое уравнение на n

$$\begin{cases} b_0 + (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i})b_1 + (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{2i})b_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i, \\ (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i})b_0 + (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i}^{\ 2})b_1 + (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{2i}X_{1i})b_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i, \\ (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{2i})b_0 + (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i}X_{2i})b_1 + (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{2i}^{\ 2})b_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{2i}Y_i. \end{cases}$$

Отсюда, принимая в расчет свойства матрицы планирования, получим следующие формулы для вычисления коэффициентов

$$b_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i,$$

$$b_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i,$$

$$b_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{2i}Y_i.$$

Порядок выполнения работы:

1. Используя генератор случайных чисел, найти значения факторов в точках, а также функцию отклика. Определить нулевой уровень фактора, провести нормировку.
2. Составить матрицу планирования для полного трехфакторного эксперимента с использованием дополнительного нулевого фактора (X_0=1), и заполнить таблицу кодированными значениями X_1, X_2 и X_3.

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	$Y_{1,j}$	$Y_{2,j}$	$Y_{3,j}$	Y_j
1												
2												
3												
4												
5												
6												

7												
8												

3. Составить матрицу планирования для дробного трехфакторного эксперимента, пренебрегая взаимодействием факторов.
4. Провести эксперимент во всех точках ДФЭ (найти значения функции отклика Y). Для каждой точки плана провести по три эксперимента, значения функции отклика брать из таблицы 1 в соответствии с вариантом.
5. Получаем коэффициенты регрессии после упрощения системы уравнений b_0, b_1 , b_2 , b_3.
6. Уравнение регрессии будет иметь вид

$$Y = b_0 X_0 + b_1 X1 + b_2 X2 -+b_3 X3 \ ; (X_0 =1).$$

7. Полученное в кодированном виде уравнение регрессии преобразовать в натуральный, используя значения интервалов варьирования.

Содержание и оформление отчета:

1. Титульный лист, содержащий информацию о студенте (группа, фамилия, номер варианта).
2. Основные теоретические положения (используемые формулы).
3. Результаты подготовки (матрица планирования в виде таблицы).
4. Листинг программы (язык программирования не имеет значения).
5. Ответы на контрольные вопросы.
6. Результат выполнения работы.
7. Выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы:

1. *Что называется экспериментом? Какие бывают эксперименты?*
2. *Что называется планированием эксперимента?*
3. *Что образует план эксперимента?*
4. *Чем характеризуется объект исследования? Дайте определение факторному пространству.*
5. *Что такое регрессионные полиномы и где они применяются?*
6. *Перечислите условия, необходимые для определения коэффициентов регрессии.*
7. *Что называется полным факторным экспериментом?*

Литература:

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976.
2. Асатурян В.И. Теория планирования эксперимента: Учеб. пособие для втузов. М.: Радио и связь, 1983.
3. Налимов В.В. Теория эксперимента. М.: Наука, 1971.
4. Планирование и организация измерительного эксперимента / Е.Т. Володарский, Б.Н. Малиновский, Ю.М. Туз.-К.: В.ш. Головное изд-во, 1987.

Вариант 1

3,004	3,031	3,035	3,039	3,001
5,193	5,152	5,177	5,209	5,151
3,927	3,950	3,936	3,898	3,897
7,141	7,099	7,111	7,138	7,097

Вариант 2

3,651	3,605	3,653	3,592	3,627
6,547	6,514	6,535	6,562	6,581
4,761	4,793	4,816	4,792	4,801
9,515	9,566	9,534	9,552	9,528

Вариант 3

2,124	2,150	2,139	2,140	2,157
3,382	3,394	3,368	3,374	3,372
2,705	2,652	2,655	2,674	2,713
4,307	4,242	4,276	4,317	4,255

Вариант 4

2,588	2,597	2,542	2,537	2,539
4,191	4,165	4,152	4,129	4,138
3,201	3,231	3,202	3,199	3,248
5,509	5,453	5,448	5,511	5,445

Вариант 5

3,072	3,028	3,080	3,049	3,069
5,193	5,159	5,163	5,220	5,168
3,932	3,955	3,893	3,915	3,939
7,094	7,126	7,149	7,102	7,158

Вариант 6

4,292	4,285	4,333	4,304	4,277
8,385	8,390	8,404	8,421	8,390
5,881	5,886	5,847	5,900	5,909
13,349	13,332	13,357	13,342	13,356

Вариант 7

4,307	4,284	4,284	4,316	4,286
8,387	8,396	8,430	8,389	8,404
5,832	5,873	5,856	5,843	5,862
13,329	13,304	13,328	13,340	13,312

Вариант 8

3,583	3,605	3,623	3,623	3,587
6,555	6,564	6,523	6,559	6,511
4,795	4,790	4,776	4,798	4,744
9,504	9,530	9,524	9,557	9,530

Вариант 9

3,054	3,032	3,024	3,046	3,019
5,147	5,170	5,178	5,190	5,177
3,926	3,895	3,937	3,931	3,915
7,117	7,121	7,101	7,130	7,091

Вариант 10

2,549	2,537	2,563	2,564	2,569
4,118	4,164	4,155	4,126	4,151
3,236	3,220	3,202	3,212	3,207
5,445	5,485	5,449	5,472	5,455

Вариант 11

2,164	2,165	2,145	2,150	2,163
3,347	3,338	3,322	3,318	3,358
3,950	3,932	3,908	3,935	3,901
6,855	6,870	6,875	6,872	6,907

Вариант 12

2,788	2,823	2,815	2,777	2,773
4,491	4,467	4,492	4,473	4,460
3,485	3,510	3,515	3,524	3,475
5,883	5,879	5,863	5,870	5,877

Вариант 13

2,132	2,114	2,160	2,146	2,120
3,373	3,324	3,377	3,327	3,385
3,978	3,928	3,905	3,948	3,904
6,898	6,908	6,887	6,940	6,904

Вариант 14

2,567	2,587	2,585	2,527	2,583
4,148	4,183	4,155	4,144	4,169
4,998	4,949	4,950	4,947	4,968
9,758	9,689	9,701	9,711	9,686

Вариант 15

3,073	3,033	3,062	3,065	3,029
5,191	5,186	5,221	5,156	5,198
3,884	3,932	3,929	3,914	3,899
14,701	14,690	14,734	14,754	14,674

Вариант 16

8,346	8,241	8,242	8,247	8,244
17,731	17,736	17,781	17,709	17,863
14,306	14,165	14,262	14,254	14,173
22,574	22,715	22,599	22,579	22,569

Вариант 17

8,439	7,904	8,440	8,473	7,916
10,523	10,650	10,778	10,273	10,631
9,401	9,168	9,534	9,249	9,306
14,120	14,376	14,486	14,175	13,952

Вариант 18

7,939	7,903	7,980	7,619	7,750
12,365	12,356	12,004	12,037	12,409
14,245	14,808	14,494	14,786	14,449
26,177	26,630	26,707	26,237	26,481

Вариант 19

3,759	3,709	3,745	3,768	3,740
4,828	4,801	4,845	4,845	4,845
4,243	4,253	4,242	4,300	4,275
6,612	6,613	6,563	6,598	6,575

Вариант 20

2,872	2,904	2,841	2,888	2,896
4,125	4,147	4,105	4,153	4,152
3,810	3,779	3,755	3,803	3,759
4,532	4,477	4,472	4,505	4,513

Вариант 21

1,612	1,370	1,569	1,655	2,037
2,440	2,019	2,027	2,398	2,223
2,067	1,893	2,378	2,152	2,040
2,444	2,476	2,761	2,346	2,312

Вариант 22

8,952	8,889	9,235	9,122	9,222
12,258	12,452	12,044	12,152	12,392
10,323	10,376	10,268	10,647	10,452
14,357	14,050	14,109	14,339	14,421

***Лабораторная работа №3.* Построение нелинейных регрессионных моделей.**

Цель работы: Изучение основных понятий теории планирования экспериментов, приобретение навыков проведения экспериментов по построению математических моделей, ознакомление с методикой построения нелинейных регрессионных моделей.

Задание:

1. Составить матрицу планирования с использованием дополнительного нулевого фактора (X_0=1).
2. Провести эксперимент, во всех точках факторного пространства повторив 2 раза опыты во всех точках факторного пространства (найти значения функции отклика Y согласно варианту, выданному преподавателем).
3. Найти коэффициенты уравнения регрессии.
4. Оценить значимость коэффициентов регрессии.
5. Составленное уравнение регрессии проверить на адекватность с помощью критерия Фишера.

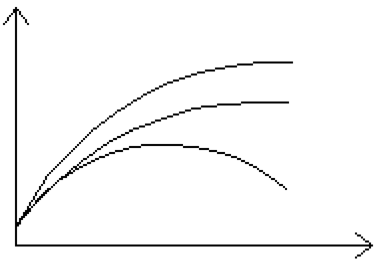
Методические рекомендации

Различают 2 класса нелинейных регрессий:

1)Регрессии линейные по оцениваемым параметрам, но нелинейные, относительно включенных переменных.

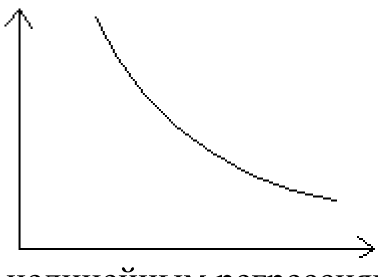
2)Регрессии нелинейные по оцениваемым параметрам.

Примером 1 случая являются функции:



- полиномы разных степеней

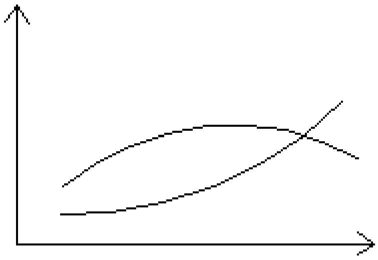
$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \varepsilon$$



- равносторонняя гипербола

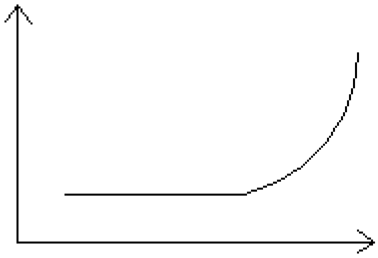
$$y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$$

К нелинейным регрессиям по оцениваемым параметрам относятся функции:



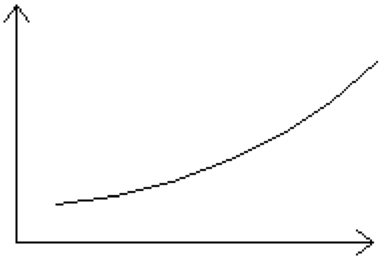
- степенная

$y = ax^b\varepsilon$



- показательная

$y = ab^x\varepsilon$



- экспоненциальная

$y = e^{a+bx}\varepsilon$

Приведение к линейному виду регрессий нелинейных по объясняющим параметрам

- Парабола 2 степени

$y = a_o + a_1x + a_2x^2 + \varepsilon$

Заменяя $x_1 = x; x_2 = x^2$ получим 2-ое факторное уравнение линейной регрессии $y = a_o + a_1x_1 + a_2x_2 + \varepsilon$

- Равносторонняя гипербола

$y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$, пусть $\frac{1}{x} = z$ получим $y = a + bz + \varepsilon$

Решаем как линейное МНК

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x} \\ \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{x_i} = a\sum\frac{1}{x_i} + b\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i^2} \end{cases}$$

- Для нелинейной модели

$y = \frac{1}{a+bx+\varepsilon}$, пусть $\frac{1}{y} - z$, а не для $yz = a + bx + \varepsilon$,однако МНК не эффективен т.к. оценка идет для обратных величин $\frac{1}{y}$, а не для у.

Приведение к линейному виду регрессий нелинейных по параметрам

- $y = ax^b e$

Логарифмирование данного уравнения по основанию е приводит его к линейному виду $\ln y = \ln a + b\ln x + \ln \varepsilon$

Оценки параметров а и b могут быть найдены МНК.

- экспоненциальная модель $y = e^{a+bx}\varepsilon$, логарифмируя, получаем

$\ln y = a + bx + \ln \varepsilon$

Порядок выполнения

Построение нелинейных регрессионных моделей и их анализ

Пусть уравнение регрессии задается полиномом *k*-ой степени

$\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_k x^k$

Коэффициенты b_0, b_1, $b_2 \ldots b_k$ будем определять МНК по экспериментальным данным.

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 \to min$$

$$\begin{cases} \frac{\vartheta \phi}{\vartheta b_0} = 0 \\ \frac{\vartheta \phi}{\vartheta b_1} = 0 \\ \frac{\vartheta \phi}{\vartheta b_n} = 0 \end{cases} \Bigg| (1)$$

Преобразовав систему уравнений (1) получим:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_i^k = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \ldots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_i^{k+1} = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i x_i \quad (2) \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^k + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^{k+1} + \ldots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_i^{2k} = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i x_i^k \end{cases}$$

Метод решения системы уравнений (2)- Гаусса, Крамера, Зейделя

Однако нам неизвестна степень полинома k.

Для ее определения используется итерационный метод:

1) Задаем степень k=2 и определяем b_0, b_1, b_2 МНК

2) Затем вычисляем остаточную дисперсию по формуле $S_{ост,к} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(y_i - f(x_j))^2}{n-(k+1)}$

3) k=3 (увеличив степень полинома определяем b_0, b_1, b_2, b_3 и $S_{ост,k+1}{}^2$

4) Как только $S_{ост,k+1}{}^2 < S_{ост,k}{}^2$ увеличение степени k нужно прекратить.

5) Значимость различия между $S^2_{ост,k+1}$ и $S^2_{ост,k}$ проверяем по критерию Фишера.

$$F = \frac{S_{ост,k}{}^2}{S_{ост,k+1}{}^2} < F(\rho, f_1, f_2)$$

f_1, f_2 - число степеней свободы в числителе и знаменателе соответственно

6) Если считать, что уравнение регрессии найдено с достаточной точностью, то остаточная дисперсия обусловлена только наличием дисперсии воспроизводительности, т.е. $S_{ост}{}^2 \approx S_{восп}{}^2$ и если $F_p < F_{табл}$- модель адекватна, если $F_p > F_{табл}$; увеличиваем степень $k = k + 1$ полинома.

Пример: пусть нас интересует построение регрессионной модели между переменной x и y.

№	x	y	x^2	x^3	x^4	yx	yx^2	$y_{нор}(x)$
1	1	6	1	1	1	6	6	6,171
2	2	9	4	8	16	18	36	8,516
3	3	10	9	27	81	30	190	10,63
4	6	12	36	126	256	68	142	11,91
5	5	13	25	125	625	65	325	12,97
∑	17	50	55	279	979	167	669	

$$\begin{cases} 5a + 17b + 55c = 50 \\ 17a + 55b + 279c = 167 \\ 55a + 279b + 979c = 669 \end{cases}$$

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta}; b = \frac{\Delta b}{\Delta}; c = \frac{\Delta c}{\Delta}$$

$\Delta = 700;\ \Delta a = 2380;\ \Delta b = 2090;\ \Delta c = -150$

Уравнениеимеетвид: $y_{теор}(x) = a + bx + cx^2$

$$y_{теор}(x) = 3{,}6 + 2{,}986x - 0{,}216x^2$$

Содержание и оформление отчета:

1. Титульный лист, содержащий информацию о студенте (группа, фамилия, номер варианта).
2. Результаты подготовки (выбранные по варианту значения экспериментальных данных).
3. Основные теоретические положения (используемые формулы).
4. Результаты подготовки (матрица планирования в виде таблицы).
5. Ответы на контрольные вопросы.
6. Результат выполнения работы.
7. Выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы:

1. *Что называется экспериментом? Какие бывают эксперименты?*
2. *Что называется планированием эксперимента?*
3. *Какие регрессионные модели называются нелинейными?*
4. *Как производят приведение нелинейных моделей к линейному виду?*
5. *Какой метод используют для определения коэффициентов регрессионных моделей?*
6. *Как определяется критерий Фишера?*

Литература:

5. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976.
6. Асатурян В.И. Теория планирования эксперимента: Учеб. пособие для втузов. М.: Радио и связь, 1983.
7. Налимов В.В. Теория эксперимента. М.: Наука, 1971.
8. Планирование и организация измерительного эксперимента / Е.Т. Володарский, Б.Н. Малиновский, Ю.М. Туз.-К.: В.ш. Головное изд-во, 1987.

Лабораторная работа №4. Обработка результатов эксперимента

Цель работы: Изучение методики проведения экспериментов по ортогональному плану, овладение теорией проверки адекватности модели оригиналу.

Задание:

1. Составить матрицу планирования для полного трехфакторного эксперимента с использованием дополнительного нулевого фактора (X_0=1).
2. Провести эксперимент, во всех точках факторного пространства повторив 5 раз опыты во всех точках факторного пространства (найти значения функции отклика Y из таблицы 1 согласно варианту, выданному преподавателем).
3. Проверить однородность дисперсии по критерию Кохрена.
4. Найти коэффициенты уравнения регрессии.
5. С помощью критерия Стьюдента оценить значимость коэффициентов регрессии.
6. Составить уравнение регрессии в кодированном виде и проверить его адекватность с помощью критерия Фишера.

Методические указания

Нахождение построчной дисперсии. Предположим, что в каждой точке факторного пространства, которой соответствует одна из строк матрицы планирования, проводится серия из m опытов. Для любой i-й точки вычисляется среднее значение выходной величины

$$y_i = \sum_{u=1}^{m} \frac{y_{iu}}{m} \qquad (1)$$

и построчную дисперсию выходной величины:

$$S^2\{ y_i \} = \sum_{u=1}^{m} \frac{(y_{iu} - y_i)^2}{m-1}. \qquad (2)$$

Рассмотрим этапы обработки результатов эксперимента на примере

N	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	Y_{1i}	Y_{2i}	Y_{3i}	Y_i	$S^2\{y_i\}$
1	+1	-1	-1	+1	43	35	48	42	43
2	+1	+1	-1	-1	90	86	94	90	16
3	+1	-1	+1	-1	10	16	16	14	12
4	+1	+1	+1	+1	56	54	58	56	4

Среднее значение выходной величины Y_i в каждой точке определим по формуле (m = 3)(1)

$$Y_1 = (43+35+48)/3 = 42,$$
$$Y_2 = (90+86+94)/3 = 90,$$
$$Y_3 = (10+16+16)/3 = 14,$$
$$Y_4 = (56+54+58)/3 = 56.$$

Определим по формуле (2) построчную дисперсию

$$S^2\{y_1\} = [(43–42)^2 + (35–42)^2 + (48–42)^2]/2 = 43,$$
$$S^2\{y_2\} = [(90–90)^2 + (86–90)^2 + (94–90)^2]/2 = 16,$$
$$S^2\{y_3\} = [(10–14)^2 + (16–14)^2 + (16–14)^2]/2 = 12,$$
$$S^2\{y_4\} = [(56–56)^2 + (54–56)^2 + (58–56)^2]/2 = 4.$$

Проверка однородности по критерию Кохрена

Среди всей совокупности рассчитанных построчных дисперсий выбирается максимальная $S^2\{y_i\}$мах и берется отношение данной дисперсии к сумме всех построчных дисперсий $S^2\{y_i\}$, т.е. определяется расчетное значение коэффициента Кохрена

$$Gp = \frac{S^2\{y_i\}\max}{\sum_{i=1}^{N} S^2\{y_i\}},$$

который показывает, какую долю в общей сумме построчных дисперсий занимает максимальная из них. В случае идеальной однородности построчных дисперсий коэффициент Gp стремился бы к значению 1/N , где N – число опытов (количество строк в матрице планирования).

Расчетное значение коэффициента Кохрена сравнивается с табличным значением G – критерия, которое выбирается из таблиц для принятого уровня значимости α и для чисел степени свободы соответственно числителя f_1 и знаменателя f_2

$$f_1 = m – 1;\ f_2 = N.$$

Для этого значение f_1 находится в горизонтальном заголовке таблицы (выбирается столбец), а f_2 выбирается слева в вертикальном заголовке таблицы (выбирается строка) и на пересечении получаем табличное значение Gт коэффициента Кохрена. Если выполняется условие

$$Gp < Gт,$$

то с выбранным уровнем статистической значимости α (с достоверностью $1 – \alpha$) все построчные дисперсии признаются однородными. В противном случае гипотезу отвергают.

По данным из нашего примера определим расчетное значение коэффициента

$$Gp = 43/(43+16+12+4) = 0{,}57.$$

В соответствии с таблицей коэффициентов для $\alpha = 0{,}05$; $f_1 = 3 – 1 = 2$; $f_2 = 4$, находим Gт = 0,77; Gт > Gp , т.е. условие выполняется.

Проверка нуль - гипотезы по критерию Стьюдента

После проверки однородности переходят к определению оценок коэффициентов по формуле

$$a_k = \sum_{i=1}^{N} \frac{y_{ik} x_{ik}}{N},$$

где k – номер вектор – столбца.

В нашем примере имеем

$$a_0 = (42 + 90 + 14 + 56)/4 = 50{,}5;$$

$$a_1 = (-42 + 90 - 14 + 56)/4 = 22{,}5;$$
$$a_2 = (-42 - 90 + 14 + 56)/4 = -15{,}5;$$
$$a_{12} = (42 - 90 - 14 + 56)/4 = -1{,}5.$$

Найденные таким образом коэффициенты уравнения регрессии необходимо оценить на статистическую значимость. Оценка производится по t-критерию Стьюдента. Для каждого коэффициента a_k вычисляется коэффициент (a_k – коэффициент уравнения регрессии)

$$t_k = \frac{|a_k|}{S\{a_k\}}.$$

т.е. проверяется отклонение от нуля найденной оценки. $S\{a_k\}$ – оценка среднего квадратичного отклонения погрешности определения коэффициента.

Оценка дисперсии коэффициентов, найденных по экспериментальным данным

$$S^2\{a_k\} = \frac{S^2_в}{N * m},$$
$$S\{a_k\} = \sqrt{S^2\{a_k\}}\ .$$

Оценкой генеральной дисперсии воспроизводимости $S^2_в$, характеризующая точность одного измерения, является средняя из всех построчных дисперсий

$$S_в^{\ 2} = \sum_{i=1}^{N} \frac{S^2\{y_i\}}{N}.$$

При выбранном уровне статистической значимости α по таблицам распределения Стьюдента при числе степеней свободы $f = N\ (m - 1)$ находят табличное значение коэффициента tтабл. Найденное табличное значение сравнивается с расчетным значением коэффициента. Если выполняется неравенство tтабл > tk, то принимается нуль- гипотеза, т.е. считается, что найденный коэффициент a_k является статистически незначительным и его следует исключить из уравнения регрессии.

Для рассматриваемого примера

$$S^2_в = (43 + 16 + 12 + 4)/4 = 18{,}75;$$
$$S^2\{a_k\} = 18{,}75/(4*3) = 1{,}56;\ S\{a_k\} = 1{,}25.$$

Определим расчетные значения коэффициента Стьюдента

$$t_0 = 50{,}5/1{,}25 = 40{,}4;$$
$$t_1 = 22{,}5/1{,}25 = 18;$$
$$t_2 = 15{,}5/1{,}25 = 12{,}4;$$
$$t_{12} = 1{,}5/1{,}25 = 1{,}2.$$

Из таблиц при уровне статистической значимости $\alpha = 0{,}05$ и числе степеней свободы $f = 4\ (3 - 1) = 8$, определим табличное значение коэффициента. Оно равно $t_т = 2{,}3$. Сопоставим расчетные значения t_k с табличным tт. Неравенство выполняется для t_{12}. Следовательно, можно предположить, что a_{12} статистически незначим и его можно исключить из уравнения регрессии.

Уравнение регрессии, содержащее статистически значимые коэффициенты, будет (в кодированной системе)

$$Y' = 50,5 + 22,5x_1 – 15,5x_2.$$

Проверка адекватности по критерию Фишера

Полученное уравнение регрессии необходимо проверить на адекватность исследуемому объекту. Для этой цели необходимо оценить, насколько отличаются средние значения y_i выходной величины, полученной в точках факторного пространства, и значения y_i ,полученного из уравнения регрессии в тех же точках факторного пространства. Для этого используют дисперсию адекватности

$$S^2_{ад} = \frac{m}{N-L}\sum_{i=1}^{N}(y_i - y'_i)^2,$$

где l – число значимых коэффициентов.

Адекватность модели проверяют по F- критерию Фишера $Fр= S^2_{ад}/S^2_{в}$.

Найденное расчетным путем Fр сравнивают с табличным значением Fт ,которое определяется при уровне значимости α и числе степеней свободы $f_{ад} = N – l$ и $f_в = N(m - 1)$. Если Fр< Fт, то полученная математическая модель с принятым уровнем статистической значимости α адекватна экспериментальным данным.

Для рассматриваемого примера получаем:

$$Y'_1 =50,5 +22,5 (–1) – 15,5 (–1) = 43,5;$$
$$Y'_2 =50,5 +22,5 (+1) – 15,5 (–1) = 88,5;$$
$$Y'_3 =50,5 +22,5 (–1) – 15,5 (+1) = 12,5;$$
$$Y'_4 =50,5 +22,5 (+1) – 15,5 (+1) = 57,5.$$

Рассчитаем оценку дисперсии адекватности:

$$S^2_{ад} = 3[(42 – 43,5)^2 + (90 – 88,5)^2 + (14 – 12,5)^2 + (56 – 57,5)^2]/(4 – 3) = 27,$$
$$Fр = S^2_{ад}/S^2_{в} = 27/18,75 = 1,44.$$

Табличное значение коэффициента Фишера при уровне статистической значимости α =0,05 и числе степеней свободы $f_{ад}$ = (4 – 3) = 1 и $f_в$= 4 (3 – 1)=8 будет Fт=5,32. Следовательно, при выбранном уровне статистической значимости полученная в результате эксперимента $y' = 50,5 + 22,5x_1 – 15,5x_2$ адекватна исследуемому объекту.

Содержание отчета:

1. Титульный лист, содержащий информацию о студенте (группа, фамилия, номер варианта);
2. Результаты подготовки (выбранные по варианту значения экспериментальных данных);
3. Основные теоретические положения (используемые формулы);
4. Результаты подготовки (матрица планирования в виде таблицы);
5. Листинг программы (язык программирования не имеет значения);
6. Ответы на контрольные вопросы;
7. Результат выполнения работы;
8. Выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы:

1. *Опишите план нахождения построчной дисперсии выходной величины?*
2. *Для чего нужно расчетное значение коэффициента Кохрена и как он находится?*
3. *Что такое критерий Стьюдента и где он используется?*
4. *Для чего оценивают, насколько отличаются средние значения y_i выходной величины, полученной в точках факторного пространства, и значения y_i, полученного из уравнения регрессии в тех же точках факторного пространства?*
5. *Чем определяется F- критерий Фишера и как его применяют?*

Литература:

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976.
2. Асатурян В.И. Теория планирования эксперимента: Учеб. пособие для втузов. М.: Радио и связь, 1983.
3. Налимов В.В. Теория эксперимента. М.: Наука, 1971.
4. Планирование и организация измерительного эксперимента / Е.Т. Володарский, Б.Н. Малиновский, Ю.М. Туз.-К.: В.ш. Головное изд-во, 1987.

Приложение

G-Распределение Кохрена.
(значение G*1000 в зависимости от числа степени свободы K, ν)

вероятность α = 0.05

K ν	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	9985	9750	9392	9057	8772	8534	8332	8159	8010	7880	7341	6602	5813	5000
3	9669	8709	7977	7457	7071	6771	6530	6333	6167	6025	5466	4748	4031	3333
4	9065	7679	6841	6287	5892	5598	5365	5175	5017	4884	4366	3720	3093	2500
5	8412	6838	5981	5440	5063	4783	4564	4387	4241	4118	3645	3066	2513	2000
6	7808	6161	5321	4803	4447	4184	3980	3817	3682	3568	3135	2612	2119	1667
7	7271	5612	4800	4307	3974	3726	3535	3384	3259	3154	2756	2278	1833	1429
8	6798	5157	4377	3910	3595	3362	3185	3043	2926	2829	2462	2022	1616	1250
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	2901	2768	2659	2568	2226	1820	1446	1111
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2666	2541	2439	2353	2032	1655	1308	1000
12	5410	3924	3264	2880	2624	2439	2299	2187	2098	2020	1737	1403	100	0833
15	4709	3346	2758	2419	2159	2034	1911	1815	1736	1671	1429	1144	0889	0667
20	3894	2705	2205	1921	1735	1602	1501	1422	1357	1303	1108	0879	0675	0500
24	3434	2354	1907	1656	1493	1374	1286	1216	1160	1113	0942	0743	0567	0417
30	2929	1980	1593	1377	1237	1137	1061	1002	0958	0921	0771	0604	0457	0333
40	2370	1576	1259	1082	0968	0887	0827	0780	0745	0713	0595	0462	0347	0250
60	1737	1131	0895	0766	0682	0623	0583	0552	0520	0497	0411	0316	0234	0167
120	0998	0632	0495	0419	0371	0337	0312	0292	0279	0266	0218	0165	0120	0083

вероятность α = 0.01

K ν	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	9999	950	9794	9586	9373	9172	8988	8823	8674	7539	7949	7067	6062	5000
3	9933	9423	8831	8355	7933	7606	7335	7107	6912	6743	6059	5153	4230	3333
4	9676	8643	7814	7212	6761	6410	6129	5897	5702	5536	4884	4057	3251	2500
5	9279	7885	6957	6329	5875	5531	5259	5037	4854	4697	4094	3351	2644	2000
6	8828	7218	6258	5635	5195	4866	4608	4401	4229	4048	3529	2858	2229	1667
7	8276	664	5685	5080	4659	4347	4105	3911	3751	3616	3105	2494	1929	1429
8	7945	6162	5209	4627	4226	3932	3704	3522	3373	3248	2779	2214	1700	1250
9	7544	5727	4810	4251	3870	3592	3378	3207	3067	2950	2514	1992	1521	1111
10	7175	5358	4469	3934	3572	3308	3106	2945	2813	2704	2297	1811	1376	1000
12	6528	4751	3919	3428	3099	2861	2680	2535	2419	2320	1961	1535	1157	0833
15	5747	4069	3317	2882	2593	2386	2228	2104	2002	1918	1612	1251	0934	0667
20	4799	3297	2654	2288	2048	1877	1748	1646	1567	1501	1248	0960	0709	0500
24	4247	2871	2295	1970	1759	1608	1495	1406	1338	1283	1060	0810	0595	0417
30	3632	2412	1913	1635	1454	1327	1232	1157	1100	1054	0867	0658	0480	0333
40	2940	1951	1508	1281	1135	1033	0957	0898	0853	0816	0668	0503	0363	0250
60	2151	1371	1069	0902	0796	0722	0668	0625	0594	0567	0461	0344	0245	0167
120	1252	0759	0585	0489	0429	0387	0357	0334	0316	0302	0242	0178	0125	0083

Распределение Стьюдента.
Значения t–критерия Стьюдента при 5%-ном уровне значимости

Число степеней свободы	Значения t-критерия
1	12.71
2	4.303
3	3.182
4	2.776
5	2.571
6	2.447
7	2.365
8	2.306
9	2.262
10	2.228
11	2.201
12	2.179
13	2.160
14	2.145
15	2.131
16	2.120
17	2.110
18	2.101
19	2.093
20	2.086
21	2.080
22	2.074
23	2.069
24	2.064
25	2.060
26	2.056
27	2.052
28	2.048
29	2.045
30	2.042
∞	1.960

Распределение Фишера.
Значения F–критерия Фишера при 5%-ном уровне значимости

F1	F2=1	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	164.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	244.9	249.0	254.3
2	18.5	19.2	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.5
3	10.1	9.6	9.3	9.1	9.0	8.9	8.7	8.6	8.5
4	7.7	6.9	6.6	6.4	6.3	6.2	5.9	5.8	5.6
5	6.6	5.8	5.4	5.2	5.1	5.0	4.7	4.5	4.4
6	6.0	5.1	4.8	4.5	4.4	4.3	4.0	3.8	3.7
7	5.5	4.7	4.4	4.1	4.0	3.9	3.6	3.4	3.2
8	5.3	4.5	4.1	3.8	3.7	3.6	3.3	3.1	2.9
9	5.1	4.3	3.9	3.6	3.5	3.4	3.1	2.9	2.7
10	5.0	4.1	3.7	3.5	3.3	3.2	2.9	2.7	2.5
11	4.8	4.0	3.6	3.4	3.2	3.1	2.8	2.6	2.4
12	4.8	3.9	3.5	3.3	3.1	3.0	2.7	2.5	2.3
13	4.7	3.8	3.4	3.2	3.0	2.9	2.6	2.4	2.2
14	4.6	3.7	3.3	3.1	3.0	2.9	2.5	2.3	2.1
15	4.5	3.7	3.3	3.1	2.9	2.8	2.5	2.3	2.1
16	4.5	3.6	3.2	3.0	2.9	2.7	2.4	2.2	2.0
17	4.5	3.6	3.2	3.0	2.8	2.7	2.4	2.2	2.0
18	4.4	3.6	3.2	2.9	2.8	2.7	2.3	2.1	1.9
19	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.3	2.1	1.9
20	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.3	2.1	1.9
22	4.3	3.4	3.1	2.8	2.7	2.6	2.2	2.0	1.8
24	4.3	3.4	3.0	2.8	2.6	2.5	2.2	2.0	1.7
26	4.2	3.4	3.0	2.7	2.6	2.5	2.2	2.0	1.7
28	4.2	3.3	3.0	2.7	2.6	2.4	2.1	1.9	1.7
30	4.2	3.3	2.9	2.7	2.5	2.4	2.1	1.9	1.6
40	4.1	3.2	2.9	2.6	2.5	2.3	2.0	1.8	1.5
60	4.0	3.2	2.8	2.5	2.4	2.3	1.9	1.7	1.4
120	3.9	3.1	2.7	2.5	2.3	2.2	1.8	1.6	1.3
∞	3.8	3.0	2.6	2.4	2.2	2.1	1.8	1.5	1.0

Вариант 1

3,004	3,031	3,035	3,039	3,001
5,193	5,152	5,177	5,209	5,151
3,927	3,950	3,936	3,898	3,897
7,141	7,099	7,111	7,138	7,097
4,684	4,697	4,688	4,730	4,729
9,135	9,123	9,166	9,134	9,117
6,371	6,403	6,343	6,339	6,337
14,672	14,680	14,695	14,668	14,672

Вариант 2

3,651	3,605	3,653	3,592	3,627
6,547	6,514	6,535	6,562	6,581
4,761	4,793	4,816	4,792	4,801
9,515	9,566	9,534	9,552	9,528
5,828	5,847	5,842	5,905	5,886
13,041	13,081	13,051	13,089	13,063
8,364	8,371	8,338	8,365	8,366
25,575	25,563	25,611	25,578	25,534

Вариант 3

2,124	2,150	2,139	2,140	2,157
3,382	3,394	3,368	3,374	3,372
2,705	2,652	2,655	2,674	2,713
4,307	4,242	4,276	4,317	4,255
3,107	3,089	3,096	3,119	3,137
5,081	5,148	5,123	5,092	5,073
3,948	3,901	3,914	3,951	3,919
6,873	6,920	6,932	6,858	6,869

Вариант 4

2,588	2,597	2,542	2,537	2,539
4,191	4,165	4,152	4,129	4,138
3,201	3,231	3,202	3,199	3,248
5,509	5,453	5,448	5,511	5,445
3,793	3,830	3,850	3,789	3,852
6,718	6,752	6,760	6,709	6,743
4,963	4,966	5,001	4,952	5,007
9,738	9,753	9,702	9,746	9,737

Вариант 5

3,072	3,028	3,080	3,049	3,069
5,193	5,159	5,163	5,220	5,168
3,932	3,955	3,893	3,915	3,939
7,094	7,126	7,149	7,102	7,158
4,740	4,704	4,668	4,698	4,724
9,163	9,167	9,160	9,133	9,191
6,336	6,396	6,369	6,405	6,357
14,676	14,668	14,725	14,722	14,741

Вариант 6

4,292	4,285	4,333	4,304	4,277
8,385	8,390	8,404	8,421	8,390
5,881	5,886	5,847	5,900	5,909
13,349	13,332	13,357	13,342	13,356
7,389	7,368	7,439	7,419	7,442
20,252	20,271	20,271	20,258	20,310
11,282	11,269	11,293	11,249	11,254
66,571	66,613	66,562	66,585	66,620

Вариант 7

4,307	4,284	4,284	4,316	4,286
8,387	8,396	8,430	8,389	8,404
5,832	5,873	5,856	5,843	5,862
13,329	13,304	13,328	13,340	13,312
7,379	7,415	7,415	7,368	7,368
20,255	20,278	20,304	20,279	20,261
11,226	11,238	11,271	11,234	11,273
66,599	66,605	66,588	66,595	66,562

Вариант 8

3,583	3,605	3,623	3,623	3,587
6,555	6,564	6,523	6,559	6,511
4,795	4,790	4,776	4,798	4,744
9,504	9,530	9,524	9,557	9,530
5,855	5,839	5,827	5,881	5,863
13,040	13,011	13,045	13,061	13,036
8,328	8,301	8,303	8,319	8,310
25,586	25,544	25,578	25,562	25,556

Вариант 9

3,054	3,032	3,024	3,046	3,019
5,147	5,170	5,178	5,190	5,177
3,926	3,895	3,937	3,931	3,915
7,117	7,121	7,101	7,130	7,091
4,701	4,682	4,690	4,718	4,719
9,150	9,159	9,115	9,162	9,156
6,390	6,383	6,384	6,378	6,378
14,677	14,670	14,718	14,690	14,693

Вариант 10

2,549	2,537	2,563	2,564	2,569
4,118	4,164	4,155	4,126	4,151
3,236	3,220	3,202	3,212	3,207
5,445	5,485	5,449	5,472	5,455
3,825	3,812	3,790	3,782	3,781
6,721	6,714	6,741	6,704	6,722
4,951	4,989	4,955	4,941	4,981
9,735	9,693	9,705	9,711	9,726

Вариант 11

2,164	2,165	2,145	2,150	2,163
3,347	3,338	3,322	3,318	3,358
2,639	2,658	2,651	2,648	2,670
4,281	4,251	4,296	4,276	4,269
3,086	3,084	3,081	3,122	3,068
5,082	5,128	5,117	5,106	5,078
3,950	3,932	3,908	3,935	3,901
6,855	6,870	6,875	6,872	6,907

Вариант 12

1,983	1,951	1,969	1,981	1,935
3,004	3,024	2,984	2,983	3,007
2,435	2,415	2,428	2,394	2,438
3,767	3,794	3,784	3,783	3,803
2,788	2,823	2,815	2,777	2,773
4,491	4,467	4,492	4,473	4,460
3,485	3,510	3,515	3,524	3,475
5,883	5,879	5,863	5,870	5,877

Вариант 13

2,132	2,114	2,160	2,146	2,120
3,373	3,324	3,377	3,327	3,385
2,708	2,645	2,657	2,645	2,657
4,277	4,254	4,311	4,288	4,265
3,075	3,074	3,090	3,099	3,096
5,083	5,076	5,136	5,098	5,140
3,978	3,928	3,905	3,948	3,904
6,898	6,908	6,887	6,940	6,904

Вариант 14

2,567	2,587	2,585	2,527	2,583
4,148	4,183	4,155	4,144	4,169
3,234	3,259	3,216	3,240	3,200
5,458	5,485	5,490	5,513	5,469
3,781	3,808	3,820	3,814	3,842
6,713	6,722	6,750	6,751	6,700
4,998	4,949	4,950	4,947	4,968
9,758	9,689	9,701	9,711	9,686

Вариант 15

3,073	3,033	3,062	3,065	3,029
5,191	5,186	5,221	5,156	5,198
3,884	3,932	3,929	3,914	3,899
7,152	7,165	7,179	7,100	7,143
4,743	4,740	4,683	4,675	4,699
9,178	9,194	9,157	9,159	9,121
6,404	6,370	6,341	6,340	6,393
14,701	14,690	14,734	14,754	14,674

Вариант 16

8,346	8,241	8,242	8,247	8,244
12,352	12,398	12,478	12,318	12,308
10,205	10,080	10,088	10,179	10,137
15,282	15,299	15,269	15,304	15,286
11,551	11,514	11,569	11,657	11,584
17,731	17,736	17,781	17,709	17,863
14,306	14,165	14,262	14,254	14,173
22,574	22,715	22,599	22,579	22,569

Вариант 17

8,439	7,904	8,440	8,473	7,916
10,523	10,650	10,778	10,273	10,631
9,401	9,168	9,534	9,249	9,306
12,016	11,721	12,006	11,744	11,798
10,008	9,906	9,798	10,097	10,073
13,110	12,540	12,915	13,047	13,016
11,395	11,397	11,313	11,461	11,254
14,120	14,376	14,486	14,175	13,952

Вариант 18

7,939	7,903	7,980	7,619	7,750
12,365	12,356	12,004	12,037	12,409
9,792	9,514	10,072	9,910	9,676
15,647	15,711	15,912	15,556	15,911
11,327	11,583	11,094	11,421	11,074
19,269	19,440	19,031	18,838	19,042
14,245	14,808	14,494	14,786	14,449
26,177	26,630	26,707	26,237	26,481

Вариант 19

3,759	3,709	3,745	3,768	3,740
4,828	4,801	4,845	4,845	4,845
4,243	4,253	4,242	4,300	4,275
5,476	5,432	5,414	5,446	5,482
4,661	4,678	4,677	4,610	4,658
5,864	5,887	5,867	5,861	5,890
5,217	5,236	5,236	5,268	5,215
6,612	6,613	6,563	6,598	6,575

Вариант 20

2,872	2,904	2,841	2,888	2,896
3,540	3,561	3,517	3,517	3,510
3,213	3,183	3,223	3,199	3,229
3,863	3,870	3,884	3,864	3,904
3,444	3,452	3,439	3,428	3,424
4,125	4,147	4,105	4,153	4,152
3,810	3,779	3,755	3,803	3,759
4,532	4,477	4,472	4,505	4,513

Вариант 21

1,612	1,370	1,569	1,655	2,037
1,995	1,833	2,036	1,658	1,896
1,881	2,140	2,157	1,505	1,647
2,093	1,849	2,345	2,476	2,130
2,077	1,687	1,580	2,163	2,028
2,440	2,019	2,027	2,398	2,223
2,067	1,893	2,378	2,152	2,040
2,444	2,476	2,761	2,346	2,312

Вариант 22

7,136	6,730	7,181	6,748	7,013
9,648	9,432	9,686	9,260	9,729
8,355	7,898	7,950	8,270	8,166
11,014	11,079	10,985	11,266	10,973
8,952	8,889	9,235	9,122	9,222
12,258	12,452	12,044	12,152	12,392
10,323	10,376	10,268	10,647	10,452
14,357	14,050	14,109	14,339	14,421

Вариант 23

5,931	5,664	5,631	5,686	5,717
7,925	8,238	8,181	8,126	7,921
6,706	6,964	6,993	6,986	6,701
9,297	9,403	9,309	9,181	9,210
7,700	7,607	7,730	7,637	7,831
10,595	10,295	10,381	10,535	10,346
8,939	9,112	9,118	8,956	8,842
12,082	12,101	12,149	12,182	12,268

Вариант 24

9,38	8,78	9,38	9,41	8,79
11,69	11,83	11,97	11,41	11,81
10,44	10,19	10,59	10,28	10,34
13,35	13,02	13,34	13,05	13,11
11,12	11,01	10,89	11,22	11,19
14,57	13,93	14,35	14,50	14,46
12,66	12,66	12,57	12,73	12,50
15,69	15,97	16,09	15,75	15,50