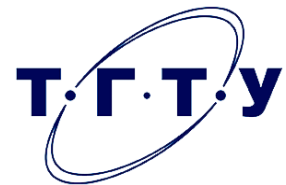




ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
**ИНСТИТУТ
ПРОБЛЕМ
УПРАВЛЕНИЯ**
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК



В двух томах

Том 1

Тамбов, 8 – 11 сентября 2025 г.

Тамбов
Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»
ФГБУН Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН (ИПУ РАН)

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

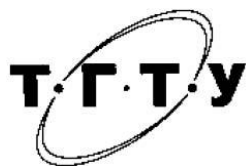
В двух томах

Том 1

**Материалы XXI Всероссийской
школы-конференции молодых ученых**

г. Тамбов 8 – 11 сентября 2025 г.

Научное электронное издание



**Тамбов
Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2025**

УДК 004
ББК я54
У67

Редакционная коллегия:

Д. Ю. Муромцев – проректор по научной работе
ФГБОУ ВО «ТГТУ», д-р техн. наук, профессор;

С. А. Краснова – заместитель директора по научной работе
ФГБУН Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,
д-р техн. наук, профессор;

Ю. Ю. Громов – д-р техн. наук, профессор кафедры
«Информационные системы и защита информации»;

И. А. Елизаров – секретарь конференции, канд. техн. наук,
доцент ФГБОУ ВО «ТГТУ»

У67 **Управление** большими системами [Электронный ресурс] : материалы
XXI Всероссийской школы-конференции молодых ученых : в 2-х т. –
Тамбов : Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2025.
ISBN 978-5-8265-2937-9.

Т. 1. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Системные требования : ПК
не ниже класса Pentium IV ; RAM 512 Mb ; необходимое место на HDD
18,0 Mb ; Windows 7/8/10/11 ; дисковод CD-ROM ; мышь. – Загл. с экрана.
ISBN 978-5-8265-2938-6.

Представлены материалы XXI Всероссийской школы-конференции моло-
дых ученых «Управление большими системами». Включает пять секций:
«Математические основы теории управления», «Управление организационными
и социально-экономическими системами», «Управление техническими система-
ми и технологическими процессами», «Информационные технологии и искус-
ственный интеллект в управлении», «Управление мехатронными и робото-
техническими системами».

УДК 004
ББК я54

Материалы статей предоставлены в электронном виде и сохраняют авторскую редакцию.

*Все права на размножение и распространение в любой форме остаются за разработчиком.
Нелегальное копирование и использование данного продукта запрещено.*

ISBN 978-5-8265-2937-9 (общ.) © Федеральное государственное бюджетное
ISBN 978-5-8265-2938-6 (т. 1) образовательное учреждение высшего образования
«Тамбовский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «ТГТУ»), 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Секция I. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

<i>К. З. Биглов</i> О свойствах роста одного многозначного интеграла	8
<i>М. Э. Бузиков</i> Наискорейшее перемещение материальной точки в среде с линейным сопротивлением и гравитационным полем	15
<i>М. И. Гвоздев, А. П. Руднев</i> Методика устойчивого развития регионов.....	19
<i>Д. В. Краснов</i> Синтез наблюдателей смешанных переменных для следящих систем с линейными локальными связями.....	27
<i>К. А. Ласточкин, А. И. Глуценко</i> Робастное управление скалярными системами с заданным качеством при заданных ограничениях	34
<i>Л. Г. Ли</i> Настройка дискретного наблюдателя возмущений в системе слежения для углового положения перевернутого маятника	41
<i>А. А. Мохначева, М. В. Хлебников</i> Некоторые эксперименты по оценке хрупкости ПИ-регуляторов.....	50
<i>А. В. Наянзин</i> О грубой модификации расстояния Громова–Хаусдорфа	56
<i>А. Н. Пчелинцев</i> О численном методе локализации вертикальной асимптоты решения динамической системы с квадратичной нелинейностью	61
<i>Р. Ю. Репеев</i> О дифференцированиях в алгебрах инверсных полугрупп	66
<i>Д. А. Рыбаков</i> Пример использования модели топологического представления убеждений в дуополии Курно	72
<i>Р. Р. Ряхимов, М. А. Николаев</i> К вопросу о стабилизации системы стенд–квадрокоптер с помощью ковариационного регулятора	78
<i>А. Д. Титов</i> Вычисление средней анизотропии для двумерного формирующего фильтра	87
<i>Д. К. Хомутов</i> О скорости сходимости в моделях консенсуса с запаздыванием	96
<i>Е. В. Шабанова, К. А. Вытовтов, Е. А. Барабанова</i> Исследование трехфазной системы массового обслуживания с общим буфером	101
<i>Д. В. Шатов</i> Анализ хрупкости ПИ-регуляторов методом размыкания по параметру	105
<i>А. А. Широкий</i> Управление рисками сложных организационных систем с древовидной структурой	115

Секция II. УПРАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ И СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

А. С. Белова

Модель влияния индексов монополизации и концентрации на ценовую политику предприятия..... 122

Д. С. Булгакова

Управление информационным разбиением 130

М. И. Гераськин, К. Э. Хмелева

Прогнозирование продаж методом гармонического анализа..... 137

А. А. Дзедзисашивили, А. В. Лобанов, Е. Д. Макеева, А. Д. Меишков

Повышение эффективности управления здоровьем высокотратных пациентов при использовании модели мультиморбидности, ориентированной на заболевание..... 142

Е. Д. Ермолаев

Применимость сценарного анализа для управления логистической системой в условиях неопределенности..... 147

М. В. Иванова

Эмпирический анализ взаимодействия Сбербанка с другими банками на олигополистическом рынке кредитования РФ на основе предположительных вариаций..... 151

В. А. Игнатова

Подход к выявлению сообществ в темпоральной сети соавторства ученых..... 162

К. А. Калугин

Композитные критерии тематической схожести научных агентов 168

А. А. Козлова, Д. И. Гребенков

Применение модели формирования опыта для описания данных по визуально-моторной адаптации..... 174

Н. В. Команич

Оценка эффективности группового регионального управления..... 179

А. М. Котюков, Н. Г. Павлова

О положении равновесия в динамической рыночной модели типа Аллена 188

Н. Б. Куженова

Проблемы автоматизации и оптимизации производства этилового спирта 193

И. И. Куксов

Модели и алгоритмы для информационной системы управления персоналом 197

Ю. С. Леонова

Исследование взаимодействий авторов и журналов по теории управления: наукометрический анализ на основе двудольных графов 203

С. О. Никаноров, Н. Г. Павлова

Замкнутость технологического множества в модели Леонтьева с управлением 207

А. С. Рей

Идентификация дихотомической структуры свертки компонентов риска в механизме комплексного оценивания на примере риска возникновения авиационного происшествия 211

А. Ю. Свешников

Модель распределения кандидатов на трудоустройство по специальностям профессиональной подготовки 219

<i>Л. С. Скляринский, Д. А. Губанов</i>	
Исследование динамики мнений агентов в социальных сетях как случайного процесса	224
<i>И. А. Сухарев, И. В. Козицин</i>	
Формирование мнений пользователей на платформах-видеохостингах с обратной связью.....	230
<i>В. В. Сыч</i>	
Анализ структуры социальных связей студентов через эго-графы ВКонтакте.....	237
<i>Л. Г. Тугашова</i>	
Особенности установок подготовки и переработки нефти как энерготехнологических систем.....	243
<i>В. В. Шатских</i>	
Компетентностный подход к организации формирования профессиональных навыков операторов технических систем	248
<i>С. Э. Эктов</i>	
Адаптивная методика управления мелкосерийным производством в условиях неопределенности	252

Секция III. УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

<i>В. Л. Абрамян</i>	
Исследование влияния количества слотов в раунде инвентаризации на вероятность чтения RFID метки.....	258
<i>Е. А. Барабанова, А. Д. Корнеев</i>	
Математическая модель системы массового обслуживания с отрицательными заявками для анализа устойчивости беспроводной сети при воздействии помех	262
<i>А. И. Белоусов</i>	
Разработка системы автоматического контроля концентрации углекислого газа в помещениях	267
<i>В. А. Белякова</i>	
Алгоритм тестирования агентно-сервисного управления в среде цифрового двойника.....	271
<i>А. С. Баклашов, Д. В. Бобров, Е. В. Завьялов, Л. Ю. Филимонюк</i>	
Метод анализа причинно-следственных связей для обеспечения надежности и безопасности сложных человекомашинных систем.....	279
<i>П. Ю. Бучацкий, С. В. Теплоухов, С. В. Онищенко, Д. А. Атагян</i>	
Имитационное моделирование микрогидроэлектростанции для оценки энергетического потенциала малых рек	283
<i>Д. А. Воронцов</i>	
Моделирование параллельной работы усилителей D-класса в качестве микрогрид инвертора напряжения.....	289
<i>А. И. Глущенко, К. А. Ласточкин</i>	
Точная асимптотическая оценка параметров судна на основе процедуры динамического расширения и смешивания регрессора и метода инструментальных переменных	296
<i>О. С. Грачева, Д. В. Милосердова</i>	
Имитационные исследования системы «Симулятор дыхания – индивидуальный дыхательный аппарат»	305
<i>А. А. Гусев</i>	
Управление техническим обслуживанием сложных организационно-технических систем на основе интеллектуальных технологий	314

<i>Д. С. Давыдов</i>	
Организация грузопотоков на Западно-Сибирской железной дороге	319
<i>Д. Г. Дмитриев</i>	
Подходы к построению системы мониторинга состояния территориально распределенных объектов на базе «Интернета вещей»	324
<i>Л. Ю. Дуда</i>	
Разработка микроструйного устройства синхронизации на основе 4-разрядного счетчика в интегральном исполнении.....	332
<i>М. Г. Иванов, К. А. Вытовтов</i>	
Автономная активная система локальной навигации для телекоммуникационных высотных платформ	338
<i>Д. А. Иванов, И. Г. Рыжов, Е. В. Емельянов, А. А. Стрельцов</i>	
Анализ критериев и показателей оценки эффективности сложной технической системы	344
<i>С. Э. Казаков</i>	
Исследование устойчивости сервера к воздействию кибератак с использованием модели СМО ВМАР/М/1/Ν	351
<i>М. П. Калибачук</i>	
Методика исследования основных функциональных характеристик микроструйного реле для четырехразрядного пневматического счетчика	357
<i>А. А. Крыгин, С. М. Тарасова</i>	
Снижение размерности задачи поиска критических вершин энергетической инфраструктуры для повышения устойчивости гетерогенных сетей.....	360
<i>Н. А. Малова</i>	
Исследование платформ моделирования беспроводных сенсорных сетей для системы «Умного дома»	365
<i>А. А. Мамонтова</i>	
Модели описания передаточных характеристик импульсных устройств в системе «СТРУЯ-БД»	373
<i>Ф. Е. Мартынов, А. Ф. Пащенко</i>	
Система управления микроклиматом в помещениях	380
<i>Д. А. Маслова</i>	
Централизованный подход к энергоэффективному информационному взаимодействию в беспроводных сенсорных системах высокой плотности	387
<i>Н. С. Маслов</i>	
Разработка имитационной модели беспроводной сенсорной сети для оптимизации маршрутизации с учетом энергозатрат	391
<i>Д. А. Нефедов</i>	
Задача управления вертолетом в режиме посадки на площадку.....	395
<i>Е. А. Павлова</i>	
Имитационное моделирование источников питания для токамака	402
<i>В. В. Розанцева</i>	
Интерфейсное планирование как средство организации жизненного цикла цифрового двойника.....	410
<i>С. С. Романова, Е. В. Косолапова</i>	
Проектирование элемента нижнего уровня проблемно-ориентированной системы управления.....	414
<i>А. О. Соколов</i>	
Параметрическое исследование гидродинамической силы гидрораспределителя с золотником поворотного типа	422

<i>А. А. Сухоруков</i>	
Разработка модели интегрального термоанемометра	426
<i>Н. А. Сухорукова</i>	
Показатели стабильности работы семикаскадного микроструйного генератора в легкой и тяжелой газовых средах	431
<i>М. А. Терентьева, Ю. М. Рассадин</i>	
Синтез законов обратной связи для задач управления микроклиматом помещения на полигоне ИПУ РАН	438
<i>П. А. Тимошев</i>	
Математическое и техническое обеспечение для исследования характеристик микротурбины со струйно-мембранной системой управления.....	446
<i>М. А. Филонова, Е. А. Барабанова</i>	
Анализ характеристик производительности фотонного двухкаскадного коммутатора в переходном режиме	453
<i>А. С. Шабардин, А. С. Мартынов</i>	
Имитационное моделирование системы массового обслуживания типа M G 1 в управлении трафиком в сетях связи.....	458
<i>Р. Ю. Шаповалов</i>	
Разработка программного модуля R-функционального моделирования геометрических объектов в пространстве произвольной размерности	467

УДК 517.9

К. З. Биглов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: biglov.kz@phystech.su

О СВОЙСТВАХ РОСТА ОДНОГО МНОГОЗНАЧНОГО ИНТЕГРАЛА

Аннотация. Рассматривается многозначный интеграл особого вида, для него оценивается радиус максимального вписанного шара с центром в нуле. Приводятся результаты, обобщающие ранее известные оценки.

Ключевые слова: многозначный интеграл, радиус вписанного шара, опорная функция, множество достижимости.

1. Введение

Работаем в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ со стандартным скалярным произведением $\langle \cdot, \cdot \rangle$, нормой $\|\cdot\|$ и ортонормированным базисом $\{e_1, \dots, e_n\}$. Единичную сферу обозначим как S_1 , шар радиусом r с центром c – как $B(c, r)$. Для выпуклого компактного подмножества $X \subset \mathbb{R}^n$ определим опорную функцию

$$s(p, X) = \sup_{x \in X} \langle p, x \rangle, p \in \mathbb{R}^n,$$

и нормальный конус

$$N(X, x) = \{p \in \mathbb{R}^n : s(p, X) = \langle p, x \rangle\}, x \in X.$$

Также введем множество единичных нормалей $N_1(X, x) = S_1 \cap N(X, x)$. Отметим, что опорная функция является выпуклой и положительно однородной, а нормальный конус является замкнутым.

Рассмотрим многозначное отображение $F: [a, b] \rightarrow 2^{\mathbb{R}^n}$. Будем предполагать, что F принимает выпуклые и компактные значения, а также непрерывно в метрике Хаусдорфа (см [1], параграф 5). Интегралом Аумана (см. [2]) отображения F называется множество всевозможных интегралов ветвей:

$$\int_a^b F(t) dt = \left\{ \int_a^b f(t) dt : f \in L_1([a, b], \mathbb{R}^n), f(s) \in F(s) \right\}.$$

Отметим, что при наших предположениях данное множество является выпуклым и компактным (см. [2], параграф 8.6). Отметим, что существуют альтернативные способы определения интеграла от многозначного отображения, близкие по смыслу к определениям интегралов Римана и Лебега (см. [1],

глава 4). При установленных выше ограничениях на отображение F данные определения совпадают с интегралом Аумана. Для опорной функции многозначного интеграла можно записать выражение (см. [1]. Теорема 31.3)

$$s\left(p, \int_a^b F(t)dt\right) = \int_a^b s(p, F(t))dt. \quad (1)$$

Поскольку далее мы работаем с опорной функцией многозначного интеграла, то формула (1) является центральной в дальнейшем изложении.

2. Основные результаты

Изучаемый нами объект – многозначный интеграл особой формы, а именно

$$I(t) = \int_0^t F^T(s)Uds, \quad (2)$$

где U – выпуклое компактное подмножество $\mathbb{R}^n$; $F(s)$ – отображение, заданное в некоторой окрестности нуля $(-d, d)$ и принимающее значения в пространстве матриц $n \times n$, причем $F(0) = E$ (E – единичная матрица). Отметим, что подобные интегралы возникают, например, при работе с множествами достижимости линейных управляемых систем (см. [3, 4]).

Будем считать, что отображение F непрерывно дифференцируемо K раз на области определения. Из этого следует, что в окрестности нуля можно записать ряд Маклорена

$$F(s) = E + \sum_{k=1}^K t^k F_k + \bar{o}(t^k). \quad (3)$$

Здесь $F_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Также считаем, что $F(t)p \neq 0$ при $t \in (-d, d)$, $p \in S_1$. Этого можно добиться, при необходимости уменьшив окрестность.

Рассмотрим радиус максимального шара с центром в нуле, который можно вписать в интеграл $I(t)$:

$$r(t) = \max\{r \geq 0: B(0, r) \subset I(t)\}, 0 \leq t < d.$$

Отметим, что максимум в определении $r(t)$ достигается вследствие замкнутости множества $I(t)$. Эта функция количественно описывает скорость роста интеграла $I(t)$. Отметим, что (см. [3], теорема 4) для множеств достижимости линейных управляемых систем функция, обратная к $r(t)$, является модулем непрерывности функции оптимального времени (функции Беллмана).

Вследствие свойств опорных функций выпуклых множеств имеет место критерий

$$B(0, r) \subset I(t) \Leftrightarrow \forall p \in S_1: s(p, I(t)) \geq r.$$

Из этого следует, что функцию $r(t)$ можно выразить в форме

$$r(t) = \min\{s(p, I(t)): p \in S_1\}.$$

Занося опорную функцию под знак интеграла согласно формуле (1), получаем итоговое выражение

$$r(t) = \min_{p \in S_1} \int_0^t s(p, F^T(s)U) ds = \min_{p \in S_1} \int_0^t s(F(s)p, U) ds. \quad (4)$$

Отметим, что добавление транспонирования в формуле (2) обусловлено удобством работы с формулой (4).

Нас интересует поведение функции $r(t)$ в окрестности нуля. Если ноль лежит во внутренности множества U , то существует число $\delta > 0$ такое, что $B(0, \delta) \subset U$. Тогда для единичного вектора p можно сделать оценку

$$s(F(s)p, U) \geq \delta \|F(s)p\| = \delta \|p + \bar{o}(1)\| = \delta + \bar{o}(1).$$

Интегрируя данную оценку, мы получаем, что $r(t) \geq \delta t + \bar{o}(t)$. Подынтегральное выражение в формуле (6) ограничено сверху выражением $\|F(s)\| \|U\|$, которое в некоторой окрестности нуля ограничено сверху постоянной C . Следовательно, в этой окрестности $r(t) \leq C|t|$. Таким образом, показано, что функции $r(t)$ и t имеют одинаковый порядок при $t \rightarrow +0$.

Видим, что случай $0 \in \text{int}U$ достаточно прост. Более сложным представляется исследование данного интеграла в случае $0 \in \partial U$. Отметим, что если нормальный конус $N(U, 0)$ имеет непустую внутренность, то для произвольного единичного вектора $p \in \text{int}N(U, 0)$ функция $s(F(s)p, U)$ равна нулю в некоторой окрестности нуля. Соответственно, радиус $r(t)$ также будет тождественно равен нулю в некоторой окрестности нуля.

Мы хотим наложить такие ограничения на выпуклый компакт U , чтобы радиус $r(t)$ мог бы быть положительным. Разумным оказывается потребовать выполнения так называемого условия гладкости для некоторого радиуса $R > 0$.

Именно, мы требуем существования единичного вектора $p_0 \in \mathbb{R}^n$ такого, что

$$B(-Rp_0, R) \subset U.$$

В частности, из этого следует, что $N_1(U, 0) = \{p_0\}$.

Определим $\Lambda(F_k) \subset \mathbb{R}^n$ – множество собственных векторов матрицы F_k . Можно сделать следующую оценку.

Лемма. Предположим, что $p_0 \in \Lambda(F_i)$ для $i \in \overline{1, K-1}$, но $p_0 \notin \Lambda(F_K)$. Тогда существуют постоянные $C > 0$ и $\tau \in (0, d)$ такие, что

$$s(F(t)p_0, U) \leq C|t|^K, t \in (-\tau, \tau).$$

Доказательство. Опорная функция $s(\cdot, U)$ является липшицевой с постоянной $\|U\|$, откуда (используем разложение (3))

$$s(F(t)p_0, U) \leq \|U\| \cdot \|t^K F_K p_0 + \bar{o}(t^K)\| + s(p_0 + \sum_{k=1}^{K-1} t^k F_k p_0, U). \quad (5)$$

Поскольку p_0 является собственным вектором матриц F_k для $k \in \overline{1, K-1}$, то в правой части формулы (5) под аргументом опорной функции стоит вектор λp_0 для некоторого $\lambda \in \mathbb{R}$. Отметим, что в некоторой окрестности $(-\tau', \tau')$ нуля число λ положительно вследствие непрерывности. Следовательно, в этой окрестности нуля второй член в правой части формулы (5) равен нулю. Таким образом, для $t \in (-\tau', \tau')$ выполнено

$$s(F(t)p_0, U) \leq \|U\| \cdot \|F_k p_0\| \cdot |t|^K + \bar{o}(|t|^K).$$

Используя определение $\bar{o}(\cdot)$, получаем окрестность $(-\tau, \tau)$ нуля такую, что для $t \in (-\tau, \tau)$ выполнено

$$s(F(t)p_0, U) \leq 2\|U\| \cdot \|F_k p_0\| \cdot |t|^K$$

Получили требуемое.

Интегрируя полученное неравенство, получаем оценку $r(t) \leq \text{const} \cdot t^{K+1}$. Далее мы хотим оценить величину $r(t)$ снизу. Ранее (см. [4], Теорема 2), для случая $p_0 \notin \Lambda(F_1)$ получена оценка $r(t) \geq \text{const} \cdot t^3$. Ниже мы получим подобную оценку, используя предположения предыдущей леммы, тем самым обобщая известный результат.

Для начала приведем известный результат, используемый в доказательстве.

Определение (см. [5]). Возьмем постоянные $L > 0, \gamma > 0$, целое положительное число k и отрезок $[0, T]$. Определим класс функций $G_k(L, \gamma) \subset C^k([0, T], \mathbb{R}^n)$. Функция $l \in G_k(L, \gamma)$ должна удовлетворять условиям:

- 1) производная $l^{(k)}$ непрерывна с постоянной Липшица L ;
- 2) $\sup\{\|l^{(i)}(t)\| : t \in [0, T], i \in \overline{0, k}\} \leq L$;
- 3) $\sum \|l^{(i)}(t)\| \geq \gamma$ для всех $t \in [0, T]$.

Предложение (см. [5], Теорема 2.1). Для произвольных положительных L, γ и положительного целого k существует постоянная $c = c(L, \gamma, k)$ такая, что неравенство

$$\|\varphi\|_{L_\infty}^k \int_0^T |\varphi(t)| \|l(t)\| dt \geq c \|\varphi(t)\|_{L_1}^{k+1}$$

выполнено для всех $l \in G_k(L, \gamma)$ и $\varphi \in L_\infty([0, T], \mathbb{R})$.

Нам понадобится частная форма этого утверждения. Именно, полагая $\varphi \equiv 1$, получаем оценку

$$\int_0^T \|l(t)\| dt \geq cT^{k+1} \tag{6}$$

для произвольного $l \in G_k(L, \gamma)$.

Теорема. Предположим, что $p_0 \in \Lambda(F_i)$ для $i \in \overline{1, K-1}$, но $p_0 \notin \Lambda(F_K)$. Также предположим, что отображение F имеет непрерывные по Липшицу производные до порядка $2K$ включительно. Тогда существуют постоянные $c > 0$ и $\tau \in (0, d)$ такие, что

$$r(t) \geq ct^{2K+1}, t \in [0, \tau].$$

Доказательство. Определим неотрицательную функцию $f(t, p)$ на множестве $[0, d) \times S_1$:

$$f(t, p) = s(F(t)p, B(-Rp_0, R)) = R\|F(t)p\| - R\langle F(t)p, p_0 \rangle.$$

Из определения имеем $f(0, p_0) = 0$, $f(0, p) > 0$ для $p \neq p_0$. Также отметим, что функция $f(\cdot, p)$ имеет непрерывные по Липшицу производные до порядка $2K$ включительно для каждого $p \in S_1$. Вследствие включения $B(-Rp_0, R) \subset U$ мы имеем неравенство $s(F(t)p, U) \geq f(t, p)$. Следовательно, имеет место оценка

$$r(t) \geq \min_{p \in S_1} \int_0^t f(s, p) ds.$$

Рассмотрим подробнее поведение функции $f(t, p_0)$. Определим угол $\varphi(t) = \angle(F(t)p_0, p_0)$ с помощью формулы

$$\cos \varphi(t) = \frac{\langle F(t)p_0, p_0 \rangle}{\|F(t)p_0\|}.$$

Для определенности полагаем, что $0 \leq \varphi(t) \leq \pi$, тогда $\varphi(0) = 0$. Поскольку отображение F непрерывно, то мы можем без ограничения общности уменьшить рассматриваемую окрестность нуля так, что $0 \leq \varphi(t) < \pi/2$ при $t \in (-d, d)$. Используя введенную величину, запишем

$$f(t, p_0) = R\|F(t)p_0\| \left(1 - \frac{\langle F(t)p_0, p_0 \rangle}{\|F(t)p_0\|}\right) = R\|F(t)p_0\|(1 - \cos \varphi(t)).$$

Ввиду указанных ограничений на $\varphi(t)$, можно записать $\cos \varphi(t) = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi(t)}$. Подставляя это выражение в формулу выше и затем используя ряд Маклорена для корня, получаем

$$f(t, p_0) = \frac{1}{2} R\|F(t)p_0\| \cdot \sin^2 \varphi(t) + \bar{o}(\sin^2 \varphi(t)). \quad (7)$$

Введем оператор $P_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – проектор на линейную оболочку вектора p_0 , выразим через него синус:

$$\sin \varphi(t) = \frac{\|(E - P_0)F(t)p_0\|}{\|F(t)p_0\|}.$$

Знаменатель этой дроби равен $1 + \bar{o}(1)$, числитель перепишем с помощью разложения (3) отображения F и свойств вектора p_0 , потребованных в условии теоремы

$$(E - P_0)F(t)p_0 = (E - P_0)\left(E + \sum_{k=1}^K t^k F_k + \bar{o}(t^K)\right)p_0 = t^K F_K p_0 + \bar{o}(t^K).$$

В итоге для синуса получаем выражение

$$\sin\varphi(t) = \|(E - P_0)F_K p_0\| \cdot |t|^K + \bar{o}(|t|^K).$$

Подставляя это выражение в формулу (7), получаем

$$f(t, p_0) = \frac{1}{2} R \|(E - P_0)F_K p_0\|^2 |t|^{2K} + \bar{o}(|t|^{2K}). \quad (8)$$

Как было указано ранее, функция $f(\cdot, p_0)$ является $2K$ раз непрерывно дифференцируемой, из представления (8) следует, что первая производная, не равная нулю в нуле, имеет порядок $2K$.

Мы хотим показать, что найдутся положительные постоянные L, γ, τ такие, что $f(\cdot, p) \in G_{2K}(L, \gamma)$ на отрезке $[0, \tau]$ для всех $p \in S_1$. Тогда, используя оценку (6), мы получим постоянную $c > 0$ такую, что

$$\forall p \in S_1, t \in [0, \tau]: \int_0^t f(s, p) ds \geq ct^{2K+1}.$$

Это даст нам требуемую оценку на $r(t)$.

Перейдем к поиску нужных постоянных. Поскольку мы потребовали липшицеву дифференцируемость F , и функция $f(t, p)$ представляет собой композицию дифференцируемых функций (мы потребовали $F(t)p \neq 0$ для $p \in S_1$), то постоянная L , удовлетворяющая условиям 1) и 2) определения, существует. Осталось найти подходящее γ . Определим функцию

$$g(t, p) = \sum_{k=0}^{2K} \left\| \frac{\partial^k}{\partial t^k} f(t, p) \right\|.$$

Из приведенных выше рассуждений $g(0, p) > 0$ для всех $p \in S_1$. Вследствие непрерывности по p и компактности сферы существует постоянная $\gamma > 0$ такая, что $g(0, p) \geq 2\gamma$ для всех $p \in S_1$. Таким образом, мы имеем включение

$$\{0\} \times S_1 \subset \{(t, p) \in [0, d) \times S_1: g(t, p) > \gamma\}. \quad (9)$$

Поскольку множество слева компактно, а множество справа открыто, то существует трубчатая окрестность множества $\{0\} \times S_1$, вложенная в множество уровня справа в формуле (9). Таким образом, существует $\tau > 0$ такое, что

$$[0, \tau] \times S_1 \subset \{(t, p) \in [0, d) \times S_1: g(t, p) > \gamma\}.$$

Это ровно то, что требовалось.

Отметим, что порядок полученной нижней оценки равен $2K + 1$, а порядок верхней равен K . В определенных ситуациях они обе достигаются. Порядок нижней оценки является точным в случае $U = B(-Rp_0, R)$, как было показано в доказательстве теоремы. В данном случае

$$s(F(t)p_0, U) = \text{const} \cdot |t|^{2k} + \overline{o}(|t|^{2k}),$$

что дает требуемый порядок.

Для полученной в лемме верхней оценки рассмотрим следующий пример:

$$U = \{x \in B(0,1): \langle e_1, x \rangle \leq 0\}, F(t) = E + At^K.$$

От матрицы A мы требуем равенство $Ae_1 = e_2$. В данном случае $p_0 = e_1$, причем выполнено

$$s(F(t)p_0, U) \geq \langle F(t)p_0, e_2 \rangle = \langle e_1 + t^K \cdot Ae_1, e_2 \rangle = t^K.$$

Таким образом, в этом примере достигается нужный порядок.

3. Заключение

Нами был рассмотрен многозначный интеграл особого вида, возникающий, в частности, при работе с множествами достижимости. Интерес представляет максимальный возможный радиус шара с центром в нуле, вписанного в данный интеграл. Для этого радиуса приведена нижняя оценка, обобщающая ранее известные результаты. Приведены примеры, где для полученных оценок достигается соответствующий порядок.

Список использованных источников

1. Половинкин, Е. С. Многозначный анализ и дифференциальные включения / Е. С. Половинкин. – М. : Физматлит, 2015. – 524 с.
2. Aubin, J.-P. Set-Valued Analysis / J.-P. Aubin, F. Hélière. – Boston : Birkhäuser, 1990. – 461 p.
3. Арутюнов, А. В. Принцип максимума в линейной задаче быстрогодействия / А. В. Арутюнов, М. В. Балашов // Дифференциальные уравнения. – 2025. – Т. 61, № 5. – С. 659 – 674.
4. Балашов, М. В. Внутренность интеграла от многозначного отображения и задачи с линейной управляемой системой / М. В. Балашов // Дифференциальные уравнения. – 2023. – Т. 59, № 8. – С. 1098 – 1109.
5. Veliov, V. M. On the convexity of integrals of multivalued mappings: application in control theory / V. M. Veliov // Journal of optimization theory and applications. – 1987. – V. 54, No. 3. – P. 541 – 563.

НАИСКОРЕЙШЕЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ В СРЕДЕ С ЛИНЕЙНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ И ГРАВИТАЦИОННЫМ ПОЛЕМ

Аннотация. В докладе описана модель управления материальной точкой в среде с линейным по вектору скорости сопротивлением и постоянным гравитационным полем, перемещаемой под действием силы, ограниченной по модулю эллипсоидом и неограниченной по направлению. В работе приводятся преобразования, которые позволяют упростить модель и воспользоваться существующими алгоритмами для синтеза оптимального управления в задаче быстрогодействия.

Ключевые слова: оптимальное управление, сходящийся алгоритм, множество достижимости, изотропная ракета.

1. Введение

Для задач планирования пути или траектории важную роль играет базовая модель динамики объекта управления. Выбор такой модели, как правило, обуславливается возможностью быстро производить расчеты для построения пути или траектории перемещения из одного положения в другое. Например, для евклидовой задачи коммивояжера [1] базовой моделью динамики выступает модель простых движений, в рамках которой ограничено лишь абсолютное значение скорости объекта управления. При попытках более тонкого учета динамических возможностей объекта управления для задачи обхода нескольких точек могут возникать большие трудности, если нельзя автономно и быстро посчитать цену перехода из одной точки в другую. Помимо модели простых движений, в литературе встречается и обход нескольких точек в рамках модели Дубинса [2]. На данный момент существует большой спектр эвристических методов решения этой задачи, но ключевую роль в возможности эффективного проведения расчетов играет способность быстрого вычисления цены перехода из одного положения в другое. В настоящей работе описывается другая модель, для которой возможно быстро производить подобные расчеты.

Модель движения материальной точки под действием ограниченной по модулю силы в среде с линейным коэффициентом сопротивления по скорости в литературе иногда именуется как «изотропная ракета» [3, 4]. Эффективный алгоритм для вычисления оптимального по быстрдействию управления изотропной ракетой можно найти в работах [5, 6]. В текущей работе исходная модель усложняется. Расширенная модель учитывает возможную анизотропию

для управляющей силы по вертикальной оси, а также учитывает наличие постоянного гравитационного поля. Такое усложнение отвечает практическим интересам, т.к. открывает возможность более точного учета динамических характеристик объекта управления. С другой стороны, будет показано, что задача не становится вычислительно более тяжеловесной, в сравнении с вычислениями для базовой модели изотропной ракеты из работ [5, 6].

2. Постановка задачи

Пусть $\mathbf{s} = [x, y, z, v_x, v_y, v_z]^T$ описывает состояние (положение и скорость) материальной точки в среде с линейным по скорости сопротивлением среды и гравитационным полем. Уравнения динамики выглядят так:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v_x; & \dot{v}_x &= u_x - \mu v_x; \\ \dot{y} &= v_y; & \dot{v}_y &= u_y - \mu v_y; \\ \dot{z} &= v_z; & \dot{v}_z &= u_z - \mu v_z - g.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь $g \in \mathbb{R}$ (гравитационное воздействие), $\mu \in \mathbb{R}^+$ (коэффициент сопротивления среды). Управление описывается через $\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$ и ассоциируется с управляющей силой, произвольной по направлению, но ограниченной по магнитуде эллипсоидом:

$$\sqrt{u_x^2(t) + u_y^2(t) + \gamma^2 u_z^2(t)} \leq u_{\max}^{xyz} \in \mathbb{R}^+.\tag{2}$$

Число $\gamma \in \mathbb{R}^+$ отвечает за анизотропию управления вдоль оси z относительно плоскости xy . Таким образом, функция управления принимает значения из эллипсоида, имеющего круглые сечения плоскостями $z = \text{const}$.

Начальное состояние системы описывается столбцом

$$\mathbf{s}_0 = [0, 0, 0, v_0^x, 0, v_0^z]^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}.$$

Через $\mathbf{s}(\cdot; \mathbf{u})$ будем обозначать абсолютно непрерывное решение системы (1) для фиксированного управления $\mathbf{u}$, проходящее через начальное состояние $\mathbf{s}(0; \mathbf{u}) = \mathbf{s}_0$. Целевое состояние описывается столбцом

$$\mathbf{s}_T = [x_T, y_T, z_T, v_T^x, v_T^y, v_T^z]^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}.$$

Задача быстройдействия заключается в поиске такого управления $\mathbf{u}$, удовлетворяющего ограничениям (2), чтобы время перемещения

$$J[\mathbf{u}] = \min\{t \in \mathbb{R}_0^+ : \mathbf{s}(t; \mathbf{u}) = \mathbf{s}_T\}$$

в терминальное состояние было наименьшим. Вычислительная задача состоит в построении сходящегося алгоритма, позволяющего оценить оптимальное управление в каждый момент времени.

3. Решение задачи

Для алгоритмического решения поставленной задачи достаточно описать контактную функцию множества достижимости динамической системы [6]. Представим явный вид преобразований, которые переводят динамическую

систему (1) и ограничения (2) к каноническому виду из работ [5, 6]. Будем помечать чертой соответствующие обозначения из канонической системы. Преобразование времени: $\bar{t} = \mu t$. Преобразование состояния:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\mu^2}{u_{\max}^{xyz}} x; & \bar{y} &= \frac{\mu^2}{u_{\max}^{xyz}} y; & \bar{z} &= \frac{\gamma\mu^2}{u_{\max}^{xyz}} z + \frac{\gamma\mu g}{u_{\max}^{xyz}} t - \frac{\gamma}{u_{\max}^{xyz}} (g + \mu v_0^z)(1 - e^{-\mu t}); \\ \bar{v}_x &= \frac{\mu}{u_{\max}^{xyz}} v_x; & \bar{v}_y &= \frac{\mu}{u_{\max}^{xyz}} v_y; & \bar{v}_z &= \frac{\gamma\mu}{u_{\max}^{xyz}} (v_z - v_0^z e^{-\mu t}) + \frac{\gamma g}{u_{\max}^{xyz}} (1 - e^{-\mu t}).\end{aligned}\quad (3)$$

Преобразование сопряженных координат:

$$\begin{aligned}\bar{p}_x &= \frac{u_{\max}^{xyz}}{\mu^2} p_x; & \bar{p}_y &= \frac{u_{\max}^{xyz}}{\mu^2} p_y; & \bar{p}_z &= \frac{u_{\max}^{xyz}}{\gamma\mu^2} p_z; \\ \bar{p}_{v_x} &= \frac{u_{\max}^{xyz}}{\mu} p_{v_x}; & \bar{p}_{v_y} &= \frac{u_{\max}^{xyz}}{\mu} p_{v_y}; & \bar{p}_{v_z} &= \frac{u_{\max}^{xyz}}{\gamma\mu} p_{v_z}.\end{aligned}$$

Преобразование управления:

$$\bar{u}_x = \frac{u_x}{u_{\max}^{xyz}}; \quad \bar{u}_y = \frac{u_y}{u_{\max}^{xyz}}; \quad \bar{u}_z = \frac{\gamma u_z}{u_{\max}^{xyz}}.$$

Формулы (7), (8) из работы [5] описывают контактную функцию множества достижимости для канонической вида системы при $t = T$. Обозначим компоненты контактной функции для канонической системы через $\bar{x}_{\bar{\mathcal{R}}(\bar{t})}(\bar{\mathbf{p}})$, $\bar{y}_{\bar{\mathcal{R}}(\bar{t})}(\bar{\mathbf{p}})$, $\bar{z}_{\bar{\mathcal{R}}(\bar{t})}(\bar{\mathbf{p}})$, $\bar{v}_{\bar{\mathcal{R}}(\bar{t})}^x(\bar{\mathbf{p}})$, $\bar{v}_{\bar{\mathcal{R}}(\bar{t})}^y(\bar{\mathbf{p}})$, $\bar{v}_{\bar{\mathcal{R}}(\bar{t})}^z(\bar{\mathbf{p}})$. Здесь

$$\bar{\mathbf{p}} = [\bar{p}_x, \bar{p}_y, \bar{p}_z, \bar{p}_{v_x}, \bar{p}_{v_y}, \bar{p}_{v_z}] \in \mathbb{R}^{1 \times 6}.$$

Тогда для вычисления контактной функции

$$\mathbf{s}_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p}) = [x_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p}), y_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p}), z_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p}), v_{\mathcal{R}(t)}^x(\mathbf{p}), v_{\mathcal{R}(t)}^y(\mathbf{p}), v_{\mathcal{R}(t)}^z(\mathbf{p})]^T$$

по заданным t и $\mathbf{p} = [p_x, p_y, p_z, p_{v_x}, p_{v_y}, p_{v_z}]$ нужно воспользоваться описанными преобразованиями времени и сопряженных координат для перехода к каноническим $\bar{t}$, $\bar{\mathbf{p}}$. Затем произвести расчеты контактной функции для канонической системы, получив состояние (контактную точку). Применяя обратное к (3) преобразование к вычисленному состоянию, получим искомое значение контактной функции $\mathbf{s}_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p})$.

Для конструктивности использования полуаналитического Алгоритма 8 из работы [6] остается лишь получить ограничения сверху на скорость изменения состояния $\|\dot{\mathbf{s}}(t; \mathbf{u})\|$. Анализ системы (1) показывает, что равномерная оценка действительно существует и

$$\|\dot{\mathbf{s}}(t; \mathbf{u})\| \leq M \in \mathbb{R}^+.$$

Для краткости мы не приводим конкретное значение M , но уточним, что оно вычисляется аналитически через параметры системы.

Перейдем к описанию алгоритма для вычисления приближений к оптимальному значению $\mathbf{p}$, которое определяет оптимальное управление. Обозначим через $\varepsilon_{xy} \in \mathbb{R}^+$, $\varepsilon_z \in \mathbb{R}^+$ допустимые ошибки по расстоянию между финальным и целевым положениями в плоскости xy и по оси z . Аналогично,

для пространства скоростей обозначим допустимые ошибки через $\varepsilon_{v_x v_y} \in \mathbb{R}^+$, $\varepsilon_{v_z} \in \mathbb{R}^+$. Уточним Алгоритм 8 из работы [6], используя в качестве критерия для остановки следующие условия:

$$\sqrt{\left(x_T - x_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p})\right)^2 + \left(y_T - y_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p})\right)^2} \leq \varepsilon_{xy}, \quad |z_T - z_{\mathcal{R}(t)}(\mathbf{p})| \leq \varepsilon_z;$$

$$\sqrt{\left(v_T^x - v_{\mathcal{R}(t)}^x(\mathbf{p})\right)^2 + \left(v_T^y - v_{\mathcal{R}(t)}^y(\mathbf{p})\right)^2} \leq \varepsilon_{v_x v_y}, \quad |v_T^z - v_{\mathcal{R}(t)}^z(\mathbf{p})| \leq \varepsilon_z.$$

Утверждение 1. Если состояние $\mathbf{s}_T$ достижимо, то алгоритм завершает работу за конечное количество шагов. В противном случае алгоритм неограниченно увеличивает переменную t .

Таким образом, описанный алгоритм находит некоторое решение, если оно в принципе существует. Если дополнить критерий остановки проверкой переменной t на неконтролируемое увеличение, то алгоритм всегда будет завершать работу за конечное число итераций.

Утверждение 2. При конечной работе алгоритма получаемые значения t , $\mathbf{p}$ определяют управление, которое переводит состояние системы в окрестность целевого состояния с погрешностями ε_{xy} , ε_z , $\varepsilon_{v_x v_y}$, ε_{v_z} . Если погрешности устремить к нулю, то управление устремится к оптимальному.

4. Заключение

Описанный алгоритм позволяет конструктивно вычислять значение оптимального управления для усложненной модели изотропной ракеты. Численные эксперименты показывают, что на процессоре бюджетного ноутбука вычисления оптимального управления можно производить с частотой большей, чем 1 кГц. Этой частоты с запасом хватает для оценки качества управления в рамках PX4-Autopilot, что является перспективой дальнейших исследований.

Список использованных источников

1. Arora, S. Polynomial time approximation schemes for Euclidean TSP and other geometric problems / S. Arora // Proceedings of 37th Conference on Foundations of Computer Science. – 1996. – P. 2 – 11.
2. Feron, N. J. On the Dubins traveling salesman problem / N. J. Feron, E. Frazzoli // IEEE Transactions on Automatic Control. 2011. – V. 57, No. 1. – P. 265 – 270.
3. Isaacs, R. Differential games IV: Mainly examples. Tech. Rep. RM-1486 / R. Isaacs. – Santa Monica : RAND Corporation, 1955. – 58 p.
4. Bakolas, E. Optimal guidance of the isotropic rocket in the presence of wind / E. Bakolas // Journal of Optimization Theory and Applications. – 2014. – V. 162, No. 3. – P. 954 – 974.

5. Buzikov, M. E. Minimum-time interception of a moving target by a material point in a viscous medium / M. E. Buzikov, A. M. Mayer // Automatica. – 2024. – V. 167, Art. No. 111795.

6. Buzikov, M. E. Numerical methods for solving minimum-time problem for linear systems / M. E. Buzikov, A. M. Mayer // ArXiv Preprints. – 2024. – arXiv:2410.20963.

УДК 621.391

М. И. Гвоздев, А. П. Руднев

Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия

e-mail: anton.rudnev.0202@mail.ru

МЕТОДИКА УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНОВ

Аннотация. Рассмотрены основные положения решения задач управления устойчивым развитием регионов на множестве условий функционирования, учитывающих внутренние и внешние факторы. Предложена структура единого информационного пространства, основу которого составляет хранилище данных с системными объектами. Сформулированы основные положения методики решения задач управления устойчивым развитием региона, включающие ряд этапов.

Ключевые слова: устойчивое развитие регионов, условие включаемости, класс системы, динамическая система.

1. Введение

Развитие региона представляет собой многогранный процесс, включающий в себя как количественные, так и качественные трансформации, преимущественно в экономической плоскости [1 – 4]. Количественные изменения, или экономический рост, отражают увеличение валовых показателей, таких как валовой региональный продукт или объем промышленного производства. Качественные изменения, в свою очередь, свидетельствуют о структурных преобразованиях, которые затрагивают саму сущность экономического развития, включая модернизацию производственных процессов, инновационную активность и институциональные реформы [5 – 8].

Экономические параметры, несомненно, играют ключевую роль в оценке динамики регионального развития. Однако не менее важными являются и социальные индикаторы, которые отражают уровень жизни населения, качество образования, здравоохранения, социальной инфраструктуры и других аспектов, формирующих человеческий капитал. Социальные характеристики, таким образом, выступают в качестве неотъемлемых компонентов интегральной оценки степени развития региона, обеспечивая более полное и всестороннее понимание происходящих процессов.

В контексте современного регионализма и устойчивого развития акцент смещается в сторону сбалансированного подхода, учитывающего как экономические, так и социальные аспекты [9, 10]. Такой подход позволяет не только достичь устойчивого экономического роста, но и обеспечить социальное благополучие, что является необходимым условием для долгосрочного развития и повышения конкурентоспособности региона на национальном и международном уровнях [11, 12].

2. Теоретическая часть

Регион представляет собой сложную динамическую систему, структура и состав системных объектов которой на рассматриваемых временных интервалах могут изменяться под воздействием внешних факторов.

К основным системным объектам региона относятся: вектор фазовых координат (z), определяющий состояние региона в текущий момент времени (t); вектор выходных переменных (y), который используется для оценки показателей УР; вектор управления (u), компоненты которого служат для обеспечения устойчивого развития (УР); вектор внутренних возмущающих воздействий (v); вектор внешних воздействий (w); оператор типа переходная функция (ϕ), позволяющий по значениям $z(t_0)$ в начальный момент времени t_0 , траектории изменения управления $u(\cdot) = (u(t), t \in [t_0, t_1])$ и возмущения $v(\cdot) = (v(t), t \in [t_0, t_1])$ определить значение $z(t_1)$ в конечный момент времени t_1 в предположении постоянства w ; оператор типа выходное отображение (ψ) для расчета значений $y(t)$ по $z(t)$, $u(t)$, $v(t)$ в любой момент времени $t \in [t_0, t_1]$; переменная условий функционирования (h), характеризующая изменения операторов ϕ , ψ , а также состава векторов z , y , u под влиянием внешних воздействий w (а иногда u , v); оператор η , характеризующий значения h для различных w и v ; обобщенный оператор (γ), отображающий изменение ϕ и ψ при смене значений h .

Следует заметить, что между операторами ϕ , ψ и структурой системы (региона) имеется соответствие, достаточное для решения задач УР.

В самом общем виде регион как динамическую систему можно представить описанием семи переменных и четырех операторов, т.е.

$$\Sigma = (z, y, U, V, W, h, t, \phi, \psi, \eta), \quad (1)$$

при этом

$$\phi : T \times T \times Z \times U \times V \rightarrow Z, \quad \phi \in \Phi, \quad (2)$$

$$\psi : T \times Z \rightarrow \psi \in \Psi, \quad (3)$$

$$\eta : T \times W \times V \rightarrow H, \quad (4)$$

$$\gamma : T \times H \rightarrow (\Phi, \Psi), \quad (5)$$

где T , Z , U , V , W , H , Φ , Ψ – множества значений независимой переменной t , векторов z , u , v , w , h и операторов ϕ , ψ соответственно.

Описание региона в форме (1) – (5) соответствует принципу моделируемости сложных систем, в соответствии с которым он представлен конечным множеством моделей, каждая из них отражает определенную грань его сущности, при этом выявление новых свойств не обязательно должно сопровождаться построением обобщающих моделей, а может ограничиваться наращиванием числа упрощенных моделей, взаимодействие которых обеспечивает отражение функционирования региона в целом. Постулат дополнительности принципа моделируемости подчеркивает, что сложные системы, находясь в различных ситуациях (условиях функционирования), могут проявлять различные системные свойства, в том числе и альтернативные.

Из рассмотрения модели (1) – (5) можно сформулировать следующий концептуальный принцип: определение значения $u(\cdot)$ в задаче управления УР региона должно производиться с учетом изменений переменной $h(t)$ на временном интервале $[t_0, t_1]$ и возможности идентификации значений h в каждый момент времени $t \in [t_0, t_1]$.

В зависимости от характера изменения значений h и возможности их идентификации можно выделить следующие классы систем (1) – (5) на множестве условий функционирования (МУФ) [13, 14].

1. Система относится к первому классу систем по МУФ, если применительно к рассматриваемой задаче управления УР на временном интервале $[t_0, t_1]$ значение ситуации h к моменту t_0 известно и сохраняется постоянным на всем интервале. Такие системы будем обозначать $\sum_h$.

Важно отметить, что МУФ H имеет сложную структуру, определяемую множествами W и V . При этом в множестве внешних для региона воздействий можно выделить три компонента: международный (W_m), федеральный (W_Φ) и соседних регионов (W_c). Поэтому условно ситуацию h запишем в виде кортежа (четверки)

$$h = \langle v, w^M, w^\Phi, w^C \rangle, \\ v \in V, w^M \in W_M, w^\Phi \in W_\Phi, w^C \in W_c. \quad (6)$$

Отдельные компоненты h к начальному моменту времени t_0 могут быть неизвестны, а известно подмножество их возможных значений. Такую ситуацию будем обозначать $H(t_0)$ или $H_0 \in H$.

2. Система (1) – (5) относится ко второму классу систем, если имеет место ситуация, которая сохраняется постоянной на временном интервале $[t_0, t_1]$. Системы второго класса будем обозначать $\sum_H$.

Частным случаем систем $\sum_H$ являются системы с известными вероятностями отдельных значений h , т.е. $p(h)$, $h \in H_0$.

3. Система (1) – (5) принадлежит к третьему классу систем, если значение переменной h на временном интервале $[t_0, t_1]$ может изменяться, при этом

значение $h(t)$ в каждый момент времени $t \in [t_0, t_1]$ известно. Системы третьего класса будем обозначать $\sum_{h(\cdot)}$.

4. Система (1) – (5) принадлежит к четвертому классу систем, если значение переменной h на временном интервале $[t_0, t_1]$ может изменяться, при этом информация об изменениях h либо отсутствует, либо не может быть учтена при выработке управляющих решений. Эти системы будем обозначать $\sum_{H(\cdot)}$.

В системах $\sum_{H(\cdot)}$ могут быть известны $h(t_0)$ или $H(t_0)$, а также модель изменения значений h для имитации возможных траекторий $h(\cdot) \in H(\cdot)$ [15].

При решении задач УР региона временной интервал $[t_0, t_1]$ достаточно велик и в этих задачах регион следует рассматривать как динамическую систему третьего или четвертого классов по МСФ, т.е. $\sum_{h(\cdot)}$ или $\sum_{H(\cdot)}$.

Решение задач управления сложными динамическими системами третьего и четвертого классов на МСФ требует трудоемких исследований. Обычно эти задачи рассматриваются как задачи удовлетворения, т.е. требуется перевести систему из начального состояния $z(t_0)$ в конечное $z(t_1) \in Z^{K(Y(t_1) \in Y^K)}$, при возможных изменениях переменной h на временном интервале $[t_0, t_1]$. Здесь Z^K, Y^K – область допустимых конечных значений. В отдельных случаях задача рассматривается как оптимизационная, в качестве минимизируемых функционалов могут рассматриваться риск невыполнения условия $y(t_1) \in Y^K$, затраты ресурсов, отклонение от задаваемых значений и др.

Задачи обеспечения УР региона имеют решение, если регион, рассматриваемый как система третьего или четвертого классов по МСФ, обладает свойством включаемости.

Для оценки УР систем $\sum_h$ и $\sum_H$ (первого и второго классов) при заданных $z(t_0)$, $u(\cdot)$, H рассматривается пучок возможных траекторий $\{y_p(\cdot) = (y(th), t \in [t_0, t_1], h \in H)\}$, который образует K_H -воронку решений в результате использования операторов $\phi_h, \Psi_h, h \in H$. Сечение K_H^t этой воронки в момент времени $[t_0, t_1]$ можно представить параллелепипедом в пространстве R , покомпонентные границы которого $y_i^H(t), y_i^B(t), i = \overline{1, n_y}$, определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} y_i^H(t) &= \min\{y_i(t, h), h \in H\}, \\ y_i^B(t) &= \max\{y_i(t, h), h \in H\}, i = \overline{1, n_y}, \end{aligned} \quad (7)$$

где n_y – размерность вектора y .

Непрерывная во времени t последовательность сечений K_H^t образует K_H -воронку в пространстве R^{n_y+1} , при этом для систем $\sum_h$ и $\sum_H$ имеет место

$$\begin{aligned} \forall h \in H : y_h(\cdot) \in K_H, \\ y(t, h) \in K_H^t, \quad y(t, h) \in K_H^t. \end{aligned} \quad (8)$$

Как видно из соотношения (7), построение K_H -воронки при известных операторах $\varphi_h, \Psi_h, h \in H$, с использованием компьютерного моделирования не представляет значительных трудностей.

Сечения K_H^t задаются парой определяющих вершин $y'(t), y''(t)$. Если компоненты вершин $y'(t), y''(t)$ удовлетворяют соотношению (7), то они называются граничными и обозначаются $y^H(t)$ (минорантная вершина) и $y^B(t)$ (мажорантная вершина). Если имеются $h', h'' \in H$ такие, что $y(t, h'), y(t, h'')$ – определяющие вершины, то и состояния функционирования h', h'' называются определяющими, а в случае $y(t, h') = y^H(t), y(t, h'') = y^B(t)$ состояния h', h'' называются соответственно минорным и мажорным и обозначаются h^H, h^B .

Воронка K_H , для которой состояния функционирования h^H, h^B неизменны $\forall t \in [t_0, t_1]$, называется однородной.

Для систем $\sum_h$ и $\sum_H$ управление $u(\cdot)$ обеспечивает устойчивое развитие, если выполняется условие $Y^K \subset K_H^{t_1}$, при этом $K_H^{t_1}$ задается значениями $y^H(t_1), y^B(t_1)$.

Система третьего (четвертого) класса обладает свойством включаемости для задаваемых $z(t_0), U(\cdot), H(\cdot)$, если для нее границы $K_{H(\cdot)}$ -воронки, содержащей возможные траектории $y(\cdot, \cdot) = (y(t, h(\cdot)), t \in [t_0, t_1]) \quad \forall h(\cdot) \in H(\cdot)$, определяются значениями траекторий $y_h(\cdot) = (y(t, h), t \in [t_0, t_1])$, соответствующих отдельным состояниям $h \in H$ [16].

Таким образом, система $\sum_{h(\cdot)} (\sum_{H(\cdot)})$ включается, если при любой траектории $h(\cdot) \in H(\cdot)$ и $\forall t \in [t_0, t_1]$ траектория $y(\cdot, \cdot)$ принадлежит воронке K_H . Это возможно при выполнении условия $\forall t \in [t_0, t_1] \quad K_{H(\cdot)}^t \subseteq K_H^t$, здесь $K_{H(\cdot)}^t$ – сечение $K_{H(\cdot)}$ -воронки для момента времени t .

В частном случае система $\sum_{h(\cdot)} (\sum_{H(\cdot)})$ включается на временном интервале $[t_0, t_1]$ при $z(t_0), h(t_0), u(\cdot)$, если имеются состояния функционирования $h', h'' \in H$ такие, что при любых траекториях $h(\cdot) \in H(\cdot)$ начинающихся в состоянии $h(t_0)$, вектор $y(t)$ включен в область с границами $y(t, h')$ и $y(t, h'')$, полученными при неизменных h', h'' , тех же $z(t_0)$ и $U(\cdot)$.

Во многих случаях на практике условие включаемости для систем $\sum_{h(\cdot)} (\sum_{H(\cdot)})$ в полном объеме не выполняется, кроме того, не удастся обеспечить требование $Y^K \subseteq K_H^{t_1}$ для конечного момента времени.

Если для систем $\sum_{h(\cdot)} (\sum_{H(\cdot)})$ заданных $z(t_0)$, $H(t_0)$, $u(\cdot)$ выполняется условие включаемости для конечного момента времени, т.е. $K_{H(\cdot)}^{t_1} \subseteq K_H^{t_1}$, то система $\sum_{h(\cdot)}$ ($\sum_{H(\cdot)}$) называется t_1 -включаемой или включаемой для конца временного интервала.

Свойство t_1 -включаемости играет важную роль при решении задач управления УР региона.

Задачу управления УР региона сокращено обозначим кортежем

$$\text{ЗУУРР} = \langle \sum, z(t_0), Y^K, S, O, H \rangle, \quad (9)$$

здесь $\sum$ – модель динамической системы, $\sum \in \{\sum_h, \sum_H, \sum_{h(\cdot)}, \sum_{H(\cdot)}\}$; S – стратегия реализации управления u ; O – ограничения, накладываемые на изменения переменных.

Если для задачи (9) $\sum \in \{\sum_{h(\cdot)}, \sum_{H(\cdot)}\}$ существует $u(\cdot)$, при котором выполняются условие t_1 -включаемости и задаваемые ограничения, то ЗУУРР имеет решение.

Количественно степень выполнения условий включаемости систем $\sum_{h(\cdot)}$ ($\sum_{H(\cdot)}$) оценивается с помощью показателей включаемости (ПВ), определяемых методами компьютерного моделирования. Основными ПВ являются время включаемости $T_{\text{вкл}}$ и вероятность включаемости $p_{\text{вкл}}(\Delta t)$.

Время включаемости $T_{\text{вкл}}$ равно продолжительности такого временного интервала $[t_0, t_{\text{вкл}}]$, что $\forall t \in [t_0, t_{\text{вкл}}] K_{H(\cdot)}^t \subseteq K_H^t$, т.е. $T_{\text{вкл}} = t_{\text{вкл}} - t_0$.

Вероятность включаемости для времени $\Delta t = t_1 - t_0$ равна сумме вероятностей состояний функционирования $p(h)$, $h \in H_{\text{вкл}}$, здесь $H_{\text{вкл}}$ – подмножество состояний h , для которого условие включаемости выполняется, т.е.

$$P_{\text{вкл}}(\Delta t) = \sum_{h \in H_{\text{вкл}}} p(h). \quad (10)$$

Использование показателей включаемости $T_{\text{вкл}}$ и $p_{\text{вкл}}(\Delta t)$ повышает эффективность принятия управленческих решений при УР региона и позволяет оценить риски неблагоприятного развития ситуации.

Методика исследования устойчивого развития регионов включают следующие этапы:

1. В задачах управления УР регион рассматривается как динамическая система, структура, определяемая операторами ϕ , ψ , и состав переменных z , y , u которой могут изменяться под воздействием внутренних v и внешних w факторов.

Для решения задач управления УР региона, оценки показателей включаемости необходимо создание единого информационного пространства и реализация его в рамках региональной информационно-аналитической системы.

В состав единого информационного пространства должны входить специализированные базы данных, содержащие информацию о всех системных объектах, используемых при управлении УР региона. В том числе:

- значения вектора выходных переменных $y(t)$ в форме временных рядов, а также прогнозируемых значений;
- значения вектора фазовых координат $z(t)$ и т.д.

2. На основе анализа множеств V и W значений внутренних возмущающих воздействий v и внешних воздействий w соответственно формируется множество условий функционирования ситуаций H .

3. Определяется, к какому классу динамических систем следует отнести объект управления в задаче УР.

4. Регион как динамическая система $\sum_{h(.)}$ или $\sum_{H(.)}$ исследуется на выполнение условий включаемости. Оцениваются показатели включаемости применительно к выделенным индикаторам (интегрированным показателям) УР.

5. Формируется комплекс задач управления УР региона, и определяются стратегии принятия управленческих решений.

6. Разрабатывается единое информационное пространство для решения задач УР региона и региональная информационно-аналитическая система, обеспечивающая сбор, хранение, обработку информации и выработку решений задач УР в автоматизированном режиме.

7. С использованием региональной информационно-аналитической системы осуществляется мониторинг значений индикаторов УР и выработка корректирующих воздействий [17].

3. Заключение

Рассмотрены концептуальные положения решения задач управления устойчивого развития региона. Основными из них являются следующие:

- введение множества условий функционирования региона, учитывающих внутренние и внешние факторы;
- выделение классов сложных динамических систем в зависимости от возможности идентификации условий функционирования и корректирующих действий при изменении ситуации;
- использование свойства включаемости динамических систем и показателей включаемости для решения задач управления УР региона;
- предложена структура ЕИП, основу которой составляет хранилище данных с системными объектами.

Список использованных источников

1. Подпругин, М. О. Устойчивое развитие региона: понятие, основные подходы и факторы / М. О. Подпругин // Российское предпринимательство. – 2012. – № 24(222). – С. 214 – 221.

2. Антонова, М. А. Теоретико-методологические основы изучения устойчивого развития регионов / М. А. Антонова // Общество: политика, экономика, право. – 2013. – № 4. – С. 113 – 119.
3. Петрина, О. А. К вопросу об устойчивом развитии социально-экономических систем / О. А. Петрина, Е. В. Савкина // Вестник университета. – 2017. – № 2. – С. 37 – 41.
4. Коршунов, И. В. Устойчивое развитие в стратегиях регионов: выбираемые подходы и решения / И. В. Коршунов // Экономика региона. – 2023. – № 19(1). – С. 15 – 28.
5. Зуденкова, С. А. Анализ системы управления устойчивым развитием в Российской Федерации / С. А. Зуденкова // Вопросы российского и международного прав. – 2024. – С. 223 – 228.
6. Митяков, С. Н. Новые цели устойчивого развития России / С. Н. Митяков // Развитие и безопасность. – 2023. – № 1. – С. 21 – 35.
7. Комаров, В. М. Национальные стратегии устойчивого развития: сравнительный анализ / В. М. Комаров, А. А. Волошинская // Экономика и организация промышленного производства ЭКО. – 2021. – № 1(559) – С. 112 – 129.
8. Устойчивое развитие и конституционные приоритеты современной России / И. Ю. Чеботарева, Ф. Н. Удычак, М. М. Тхаркахо, П. Н. Марков // Закон и власть. – 2023. – № 1. – С. 18 – 22.
9. Соколова, Н. А. Соотношение целей устойчивого развития и ESG-принципов / Н. А. Соколова, Э. С. Теймуров // Вестник Университета имени О. Е. Кутафина (МГЮА). – 2021. – № 12(88) – С. 171 – 183.
10. Костенко, А. П. Устойчивое развитие регионов России / А. П. Костенко, Е. Э. Удовик // Экономика и предпринимательство. – 2020. – С. 432 – 435.
11. Абанина, Е. Н. Политика государства в сфере устойчивого развития: поиск баланса интересов / Е. Н. Абанина, Д. Е. Петров // Правовая политика и правовая жизнь. – 2023. – № 3. – С. 59 – 68.
12. Курганов, М. А. Управление проектами и программами устойчивого развития региона: особенности и обзор теоретических подходов / М. А. Курганов // Научные исследования и разработки. Российский журнал управления проектами. – 2020. – № 1. – С. 22 – 32.
13. Муромцев, Ю. Л., Моделирование и оптимизация сложных систем при изменениях состояния функционирования / Ю. Л. Муромцев. – Воронеж, 1992. – С. 164.
14. Bila, J. Modeling Complex Systems by Structural Invariants Approach / J. Bila, Ali. H. Reshak, Jan Chysky // Hindawi Complexity. – 2021. – P. 1 – 17.
15. Siegenfeld, A. F. An introduction to complex systems science and its applications / A. F. Siegenfeld, Y. Bar-Yam // Complexity. – 2020. – P. 1 – 14.
16. Bila, J. Reshak. Phase Transition as an Emergent Phenomenon analysed by violation of structural invariant (M, BM) / J. Bila, A. H. Reshak, J. Chysky // MENDEL // Soft Computing Journal. – 2020. – No. 26. – P. 45 – 50.

17. Hruska, Jan. Use of Social Media Platforms among Adults in the United States – Behavior on Social Media / Jan Hruska, Petra Maresova // Department of Economics. – University of Hradec Kralove, 2020. – P. 1 – 14.

18. Afanasyeva, L. Forming of Innovative Resources in the Context of Ensuring Sustainable Development of Regions / L. Afanasyeva, T. Tkacheva // E3S Web of Conferences. – Kursk, 2021. – P. 1 – 8.

19. Hadjimichalis, C. Contemporary Crisis Across Europe and the Crisis of Regional Development Theories / C. Hadjimichalis, R. Hudson // Regional Studies. – 2014. – No. 1. – P. 208 – 218.

20. The concept of sustainable regional development – institutional aspects, policies and prospects / R. Jovovic, M. Draskovic, M. Delibasic, M. Jovovic // Journal of International Studies. – 2017. – P. 255 – 266.

УДК 62-50

Д. В. Краснов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: dim93kr@mail.ru

СИНТЕЗ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СМЕШАННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ С ЛИНЕЙНЫМИ ЛОКАЛЬНЫМИ СВЯЗЯМИ

Аннотация. Для информационного обеспечения одноканальной следящей системы с линейными локальными связями предложен новый подход к проектированию наблюдателя с кусочно-линейными корректирующими воздействиями для оценивания смешанных переменных и обобщенных возмущений, отличающийся более простой настройкой коэффициентов усиления по сравнению с типовыми решениями.

Ключевые слова: одноканальная система слежения, наблюдатель состояний и возмущений, сатуратор, динамический дифференциатор.

1. Введение

Рассматривается проблема информационного обеспечения обратной связи в следящих одноканальных системах, функционирующих при воздействии внешних несогласованных возмущений и неполном комплекте датчиков. В рамках классического подхода [1] рассматриваются системы, для которых тип возмущающих воздействий заранее известен и может быть описан динамической моделью [2, 3]. Если расширенная за счет модели возмущений система наблюдаема, то тогда с помощью линейного наблюдателя повышенной размерности восстанавливается расширенный вектор состояния, по которому замыкается обратная связь. Для синтеза высокоточных следящих систем потребуется также автономный динамический генератор, порождающий задающее воздействие и его производные.

Современный, более универсальный подход предназначен для дифференциально плоских систем с несогласованными гладкими возмущениями, тип которых заранее не известен. Концепция заключается в многократном дифференцировании выхода и получении той или иной формы вход–выход в координатном базисе смешанных переменных. Это – функции от переменных состояния, внешних воздействий и их производных. Данный подход не требует составления динамических генераторов внешних воздействий. На основе полученной формы синтезируется обратная связь, для обслуживания которой строится наблюдатель смешанных переменных. В работах [4, 5] на основе метода разделения движений были формализованы методы синтеза таких наблюдателей с кусочно-линейными корректирующими воздействиями.

Целью настоящей работы является совершенствование указанного подхода. Научная новизна заключается в том, что для оценивания смешанных переменных следящей системы с линейными локальными связями, сформированными в процессе блочного синтеза, предложен наблюдатель-дифференциатор, который сохраняет преимущества стандартных наблюдателей с кусочно-линейной коррекцией [4, 5], но имеет по сравнению с ними более простую, независимую друг от друга, настройку коэффициентов корректирующих воздействий.

2. Синтез наблюдателей для следящей системы канонического вида

Рассматриваются одноканальные объекты управления, находящиеся под воздействием внешних несогласованных возмущений, чьи математические модели представимы в полной канонической форме вход–выход без выделения подсистемы внутренней динамики:

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad \dot{x}_n = f(x, \eta(t)) + u, \quad (1)$$

где $x = \text{col}(x_1, \dots, x_n) \in X \subset R^n$ – вектор состояния преобразованной системы; $x_1 \in R$ – выходная (регулируемая и измеряемая) переменная; $u \in R$ – управляющее воздействие, $\eta(t) \in R^s$ – вектор обобщенных внешних и параметрических возмущений, которые полагаются ограниченными функциями времени с ограниченными первыми производными. Заметим, что если в исходной системе возмущения были несогласованными, то в системе (1) переменные x являются смешанными и представляют собой функции от переменных состояния исходной системы, исходных возмущений, которые предполагаются гладкими функциями времени, и их производных. Соответственно, вектор $\eta(t)$ включает в себя возмущения, действующие на исходную систему, а также их производные, возникающие при переходе в канонический базис смешанных переменных [ДУ].

При синтезе следящей системы, в которой надо обеспечить отслеживание выходной переменной $x_1(t)$ эталонной траектории $g(t) \in C^n$, обычно систему (1) записывают относительно ошибки слежения $e_1(t) = x_1(t) - g(t)$ и ее производных $e_i = x_i - g^{(i-1)}, i = \overline{2, n}$, также в каноническом виде

$$\dot{e}_i = e_{i+1}, i = \overline{1, n-1}; \dot{e}_n = f(x, \eta(t)) - g^{(n)} + u. \quad (2)$$

Согласно априорным предположениям

$$|f(x, \eta(t)) - g^{(n)}(t)| \leq F, t \geq 0,$$

где $F > 0$ – известная константа.

Система (2) линеаризуется с помощью комбинированного управления

$$u = -(f(x, \eta(t)) - g^{(n)} + c_1 e_1 + \dots + c_n e_n), \quad (3)$$

где $c_1, \dots, c_n$ – коэффициенты гурвица полинома. Этот подход обеспечивает цель управления – асимптотическую стабилизацию ошибки слежения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0, \quad (4)$$

если все внутренние и внешние сигналы известны.

В классической постановке [1] пространство состояний расширяется за счет автономных динамических генераторов задающего воздействия и внешних возмущений. Если расширенная система наблюдаема относительно $x_1(t)$, то с помощью линейного наблюдателя состояния повышенного порядка можно восстановить неизмеряемые переменные состояния, внешние возмущения и их производных, необходимые для синтеза обратной связи (3).

В работе [4] показано, что по измерениям ошибки слежения $e_1(t)$ проблему информационного обеспечения закона управления (3) можно решить комплексно, построив непосредственно на основе системы (2) наблюдатель с кусочно-линейными корректирующими воздействиями для оценивания смешанных переменных и обобщенных возмущений:

$$\dot{z}_i = z_{i+1} + v_i, i = \overline{1, n-1}; \dot{z}_n = u + v_n, \quad (5)$$

где $z = \text{col}(z_1, \dots, z_n) \in R^n$ – вектор состояний; $v_i (i = \overline{1, n})$ – корректирующие воздействия наблюдателя вида

$$v_1 = M_1 \text{sat}(l_1 \varepsilon_1) = \begin{cases} M_1 \text{sgn} \varepsilon_1, |\varepsilon_1| > 1/l_1, \\ M_1 l_1 \varepsilon_1, |\varepsilon_1| \leq 1/l_1; \end{cases} \quad (6)$$

$$v_i = M_i \text{sat}(l_i v_{i-1}) = \begin{cases} M_i \text{sgn} v_{i-1}, |v_{i-1}| > 1/l_i, \\ M_i l_i v_{i-1}, |v_{i-1}| \leq 1/l_i, i = \overline{2, n}, \end{cases}$$

где $M_i, l_i = \text{const} > 0, i = \overline{1, n}, \varepsilon_i = e_i - z_i$ – ошибки наблюдения, к стабилизации которых сводится задача оценивания.

Лемма 1 [4]. Если в системе

$$\dot{\varepsilon}_i = \varepsilon_{i+1} - v_i, i = \overline{1, n-1}; \dot{\varepsilon}_n = e_{n+1} - v_n, e_{n+1} = f(x, \eta(t)) - g^{(n)} \quad (7)$$

с корректирующими воздействиями (6) начальные условия и функция $e_{n+1}(t)$ ограничены известными константами, то тогда для любых, сколь угодно малых $\delta > 0$, $T > 0$ найдутся такие положительные действительные числа M_i^*, l_i^* , что $\forall M_i, l_i : M_i > M_i^*, l_i > l_i^*, i = \overline{1, n}$, выполняются неравенства

$$|\varepsilon_i(t)| \leq \delta, i = \overline{1, n}, |e_{n+1}(t) - v_n(t)| \leq \delta \quad \forall t \geq T. \quad (8)$$

Таким образом, закон комбинированного управления (3) в замкнутой системе (2) с наблюдателем (5), (6) реализуется в виде

$$u = -(v_n + c_1 e_1 + c_2 z_2 + \dots + c_n z_n). \quad (9)$$

Достоинствами динамической обратной связи (9) по сравнению с классическим подходом является отсутствие выполняемых в реальном времени замен переменных и автономных генераторов внешних воздействий. Динамический порядок замкнутой системы увеличивается только в 2 раза за счет наблюдателя (5), (6), коэффициенты усиления корректирующих воздействий (6) которого выбираются на основе неравенств. Однако настройка наблюдателя (5), (6), основанная на методе разделения движений, требует учета динамики ошибок наблюдения, что приводит к громоздким и достаточно консервативным нижним оценкам $M_i^*, l_i^*, i = \overline{1, n}$, в которых выбор амплитуды M_i^* зависит от выбора M_{i+1}^* [4].

Можно упростить вычислительный аспект настройки подсистемы оценивания, если вместо наблюдателя (5) использовать динамический дифференциатор (т.е. наблюдатель без собственных движений) вида

$$\dot{z}_i = v_i, i = \overline{1, n-1}; \dot{z}_n = u + v_n. \quad (10)$$

В силу (2), (10) система относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_i = e_i - z_i$, $i = \overline{1, n}$, и кусочно-линейные корректирующие воздействия v_i принимают вид [6]:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i &= e_{i+1} - v_i, i = \overline{1, n-1}; \dot{\varepsilon}_n = e_{n+1} - v_n, \\ v_1 &= M_1 \text{sat}(l_1 \varepsilon_1) = \begin{cases} M_1 \text{sgn} \varepsilon_1, |\varepsilon_1| > 1/l_1, \\ M_1 l_1 \varepsilon_1, |\varepsilon_1| \leq 1/l_1; M_i, l_i = \text{const} > 0, \end{cases} \\ v_i &= M_i \text{sat}(l_i (v_{i-1} - z_i)) = \begin{cases} M_i \text{sgn}(v_{i-1} - z_i), |v_{i-1} - z_i| > 1/l_i, \\ M_i l_i (v_{i-1} - z_i), |v_{i-1} - z_i| \leq 1/l_i, i = \overline{2, n}. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

В работе [6] для системы (11) сформулировано утверждение, аналогичное лемме 1, и условия, обеспечивающие неравенства (8). Показано, что для диф-

ференциатора (10), (11) справедлива упрощенная и независимая друг от друга настройка коэффициентов $M_i > M_i^* = |e_{i+1}|$, $i = \overline{1, n}$.

Однако она основана на «худших» значениях переменных состояния $e_i = x_i - g^{(i-1)}$, $i = \overline{2, n}$, системы (2), расчет которых в канонической системе вновь приводит к громоздким выражениям [7]. Другим недостатком канонической формы как основы для синтеза модального управления (3) является использование характеристических полиномов, затрудняющих обеспечение переходного процесса ошибки слежения $e_1(t)$ (4) с наперед заданными показателями.

В следующем разделе представлен альтернативный подход к синтезу следящих одноканальных систем с неопределенным входом, лишенный указанных недостатков, обусловленных каноническим видом преобразованной системы (2).

3. Синтез наблюдателей для системы с линейными локальными связями

Для синтеза следящей системы на основе канонической формы (1) применим блочный принцип управления [8]. Полагая в каждом i -м блоке переменную $(i+1)$ -го блока фиктивным управлением, будем последовательно, сверху вниз, формировать локальные линейные связи, стабилизирующие ошибку слежения $e_1(t) = x_1(t) - g(t)$ и ее производные:

$$e_2 = x_2 - \dot{g} + k_1 e_1, \quad e_i = \frac{d}{dt} e_{i-1} + (k_{i-1} - k_{i-2}) e_{i-1}, \quad k_{i-1} > k_{i-2} > 0, \quad i = \overline{3, n}. \quad (12)$$

С помощью невырожденной замены переменных (12) вместо канонической формы (2) получим систему относительно ошибки слежения с верхнетреугольной матрицей, на главной диагонали которой установлены желаемые собственные значения $\bar{k}_1 = k_1 = \text{const} > 0$, $\bar{k}_i = k_i - k_{i-1} = \text{const} > 0$, $i = \overline{2, n-1}$:

$$\dot{e}_i = -\bar{k}_i e_i + e_{i+1}, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad \dot{e}_n = e_{n+1}(t) + u. \quad (13)$$

Согласно априорным предположениям

$$|e_{n+1}(t)| = |\bar{f}(e, \eta(t)) - g^{(n)}(t)| \leq F, \quad t \geq 0,$$

где $F > 0$ – известная константа.

Комбинированное управление

$$u = -(e_{n+1}(t) + \bar{k}_n e_n), \quad \bar{k}_n = \text{const} > 0. \quad (14)$$

полностью линеаризует замкнутую виртуальную систему (13), (14), цель управления (4) достигается. Синтез следящей системы (13), (14) не требует составления характеристического полинома (в отличие от (3)). Важно, что в первом уравнении системы (13) выбором $\bar{k}_1$ непосредственно задается желаемая скорость стабилизации ошибки слежения (4).

На основе системы (13) можно построить наблюдатель смешанных переменных и обобщенных возмущений, с помощью которого можно также комплексно решить проблему информационного обеспечения закона управле-

ния (14) по измерениям ошибки слежения $e_1(t)$. Стандартный наблюдатель с кусочно-линейными корректирующими воздействиями (6) имеет вид [5]

$$\dot{z}_i = -\bar{k}_i z_i + z_{i+1} + v_i, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad \dot{z}_n = u + v_n, \quad (15)$$

что дает следующую систему относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_i = e_i - z_i$, $i = \overline{1, n}$:

$$\dot{\varepsilon}_i = -\bar{k}_i \varepsilon_i + \varepsilon_{i+1} - v_i, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad \dot{\varepsilon}_n = e_{n+1} - v_n. \quad (16)$$

В работе [5] для системы (16) с корректирующими воздействиями (6) сформулировано утверждение, аналогичное лемме 1, и условия, обеспечивающие неравенства (8). Полученные неравенства для выбора амплитуд также громоздки, а выбор M_i^* зависит от выбора M_{i+1}^* .

Основной результат данной работы состоит в том, что для следящей системы с линейными локальными связями (13) вводится наблюдатель смешанных переменных и обобщенных возмущений, который сочетает в себе принципы построения и стандартного наблюдателя (15), и дифференциатора (10), и проектируется в следующем виде:

$$\dot{z}_i = -\bar{k}_i z_i + v_i, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad \dot{z}_n = u + v_n. \quad (17)$$

В силу (13), (17) имеем следующую систему относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_i = e_i - z_i$, $i = \overline{1, n}$:

$$\dot{\varepsilon}_i = -\bar{k}_i \varepsilon_i + e_{i+1} - v_i, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad \dot{\varepsilon}_n = e_{n+1} - v_n, \quad (18)$$

для стабилизации которой будем применять кусочно-линейные корректирующие воздействия вида (11).

Лемма 2. Если в системе (18), (11) оцениваемые сигналы $e_i(t)$, $i = \overline{2, n+1}$ ограничены известными константами

$$|e_i(t)| \leq E_i, \quad i = \overline{2, n+1}, \quad t \geq 0, \quad (19)$$

то тогда выбор коэффициентов усиления корректирующих воздействий на основе неравенств

$$M_i > M_i^* = E_{i+1}, \quad l_i > l_i^* = 1/\delta, \quad i = \overline{1, n}, \quad (20)$$

где $\delta = \text{const} > 0$ сколь угодно мало, обеспечит за конечное время выполнение неравенств (8).

Закон комбинированного управления (14), сформированный по оценочным сигналам наблюдателя-дифференциатора (17), (11) в виде

$$u = -(v_n + \bar{k}_n z_n), \quad (21)$$

приводит к замкнутой системе (13), (21):

$$\dot{e}_i = -\bar{k}_i e_i + e_{i+1}, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad \dot{e}_n = -\bar{k}_n e_n + \varphi(t), \quad (22)$$

где $\varphi(t)$ – обобщенная ошибка оценивания; в установившемся режиме $|\varphi(t)| \leq (1 + \bar{k}_n)\delta$, $t > T$. Опираясь на величину ошибки слежения, которая достигает максимума в начальный момент времени $|\varphi(0)| \leq F_\varepsilon$, в силу структуры системы (22) можно легко получить оценки (19), требуемые для настройки коэффициентов усиления (20) наблюдателя-дифференциатора:

$$|e_n(t)| \leq |e_n(0)| + F_\varepsilon / \bar{k}_n = E_n;$$

$$|e_i(t)| \leq |e_i(0)| + E_{i+1} / \bar{k}_i = E_i, \quad i = \overline{n-1, 1}.$$

Таким образом, предложенный подход к синтезу следящих систем и их информационному обслуживанию обеспечивает выполнение целевого условия (4), но более прост в настройке по сравнению с рассмотренными типовыми решениями и свободен от недостатков, указанных в разделе 2.

Без ограничения общности разработанный подход может быть распространен на многоканальные линейные и нелинейные минимально фазовые системы, состоящие из связанных подсистем с различным относительным порядком [5].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 25-11-00067).

Список использованных источников

1. Андреев, Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами / Ю. Н. Андреев. – М. : Наука, 1976. – 424 с.
2. Андриевский, Б. Р. Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Ч. 1. Методы / Б. Р. Андриевский, И. Б. Фуртат // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 9. – С. 3 – 61.
3. Бусурин, В. И. Особенности модульного построения систем контроля и диагностики инерциальных систем управления / В. И. Бусурин, В. М. Медведев, А. С. Карабицкий // Труды МАИ. – 2017. – Вып. – № 92. – С. 19.
4. Краснов, Д. В. Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности / Д. В. Краснов, А. В. Уткин // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 69. – С. 29 – 49.
5. Краснова, С. А. Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения / С. А. Краснова, В. А. Уткин, А. В. Уткин // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 12. – С. 26 – 53.
6. Кокунько, Ю. Г. Каскадный синтез дифференциаторов с кусочно-линейными корректирующими воздействиями / Ю. Г. Кокунько, С. А. Краснова, В. А. Уткин // Автоматика и телемеханика. – 2021. – № 7. – С. 37 – 68.
7. Поляк, Б. Т. Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М. : Наука, 2002. – 273 с.
8. Краснова, С. А. Структурный подход к робастному управлению / С. А. Краснова, Т. Г. Сиротина, В. А. Уткин // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 8. – С. 65 – 95.

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СКАЛЯРНЫМИ СИСТЕМАМИ С ЗАДАНЫМ КАЧЕСТВОМ ПРИ ЗАДАННЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

Аннотация. Рассматривается задача робастного управления скалярными линейными системами с заданным качеством при заданных ограничениях на амплитуду и первую производную управления. На основе идей использования в законе управления дифференцируемых sat-функций и оценки обобщенного возмущения предложен новый закон управления, который обеспечивает решение рассматриваемой задачи. Процедура выбора параметров закона управления сведена к решению системы линейных неравенств.

Ключевые слова: линейные системы, робастное управление, показатели качества, ограничения на управление.

1. Введение

В теории автоматического управления уделяется значительное внимание решению задачи слежения для систем с неизвестными параметрами при действии внешних возмущений. Стандартными в данном направлении исследований являются качественные результаты теорий робастного [1] и адаптивного [2] управления об асимптотической устойчивости ошибки слежения при отсутствии внешних возмущений и ее равномерной предельной ограниченности при наличии внешних возмущений. Однако на практике, кроме этих необходимых условий, также требуется выполнение заданных инженерных показателей качества переходных процессов. Упомянутые методы решения [1, 2] задачи слежения для систем с неизвестными параметрами и внешними возмущениями не позволяют гарантировать выполнение заданных показателей качества на всех возможных траекториях замкнутой системы при всех возможных и допустимых параметрах системы управления и начальных условиях объекта. Для устранения этого недостатка в литературе был предложен подход [3], который позволяет решить задачу слежения и, кроме того, гарантирует выполнение заданных показателей качества переходных процессов. Однако в законах управления из работы [3] используются барьерные функции, которые предотвращают покидание выходом системы заданного разработчиком множества, описывающего инженерные показатели качества. Наличие в измерениях выхода помехи или ограничений на сигнал управления при использовании барьерных функций в законе управления может приводить к неограниченному сигналу управления, вызванному делением на ноль и(или) взятием натурального логарифма от нуля.

Поэтому актуальной проблемой является решение задачи слежения с заданными показателями качества переходных процессов без использования

в законе управления барьерных функций и с учетом ограничений на амплитуду и скорость изменения управления. Именно решению такой актуальной задачи посвящена настоящая работа.

2. Постановка задачи

Рассматривается класс линейных динамических систем

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + d(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – состояние системы; $y(t) \in \mathbb{R}$ – измеряемый и регулируемый выход; $u(t) \in \mathbb{R}$ – управление; $d(t) \in \mathbb{R}$ – внешнее ограниченное возмущение, матрицы $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$; $B \in \mathbb{R}^n$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ считаются неизвестными, но такими, что $CB \neq 0$, пара A, B управляема, пара C, A наблюдаема.

Для системы (1) требуется сформировать управление так, чтобы для всех $t \geq t_0$ были выполнены условия

$$\begin{aligned} u(t) \in \mathcal{U} &:= \{u(t) \in \mathbb{R} : |u(t)| \leq u^U, |\dot{u}(t)| \leq v^U\}, \\ y(t) \in \mathcal{Y} &:= \{y(t) \in \mathbb{R} : \underline{g}(t) \leq y(t) \leq \bar{g}(t)\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $u^U > 0, v^U > 0$ – известные числа, а $\underline{g}(t), \bar{g}(t)$ измеряемы для всех $t \geq t_0$.

Определение 1. Система (1) называется скалярной, если $CB \neq 0$ и корни числителя передаточной функции от $u(t) + d(t)$ к $y(t)$ принадлежат левой комплексной полуплоскости.

Далее в работе рассматриваются исключительно скалярные системы.

3. Основной результат

Заметим, что задача расположения выхода $y(t)$ в заданном множестве $\mathcal{Y}$ слабее задачи слежения за его центром $g(t) = \frac{\bar{g}(t) + \underline{g}(t)}{2}$ с динамической ошибкой, не превосходящей по модулю минимальной ширины множества, т.е.:

$$\text{ЕСЛИ } |y(t_0) - g(t_0)| < \varepsilon \Rightarrow |y(t) - g(t)| < \varepsilon, \quad \forall t \geq t_0, \quad \text{ТО } y(t) \in \mathcal{Y}, \quad \forall t \geq t_0, \quad (3)$$

где $\varepsilon = \min_t \inf_t |\bar{g}(t) - g(t)|, \inf_t |\underline{g}(t) - g(t)|$ – это половина минимальной ширины $\mathcal{Y}$.

Другими словами, выполнение условия (3) будет мгновенно означать выполнение заданных показателей качества по выходу (2), но не наоборот. Поэтому задача расположения выхода в заданном множестве сводится к решению задачи слежения за его центром.

Для решения такой задачи слежения введем замену переменных:

$$\begin{bmatrix} \eta \ t \\ s \ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_0 \\ C \end{bmatrix} x \ t - \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ g \ t \end{bmatrix},$$

с помощью которой система (1) приводится к нормальной форме

$$\begin{cases} \dot{\eta} \ t = A_{00} \eta \ t + A_{01} s \ t + g \ t, \\ \dot{s} \ t = \beta [u \ t + d \ t + w \ \eta, s] - \dot{g} \ t, \\ y \ t = s \ t, \end{cases} \quad (4)$$

где $M_0 \ M_1 \begin{bmatrix} T_0 \\ C \end{bmatrix} = I$, $T_0 B = 0$, $g \ t = \frac{\bar{g} \ t + \underline{g} \ t}{2}$ и

$$A_{00} = T_0 A M_0, \ A_{01} = T_0 A M_1, \ \beta = C B,$$

$$A_{10} = C A M_0, \ A_{11} = C A M_1, \ w \ \eta, s = \beta^{-1} [A_{10} \eta \ t + A_{11} s \ t + g \ t].$$

В терминах формы представления (4) системы (1) примем выполненными следующие допущения.

Допущение 1. Матрица Гурвица $A_{00} \in \mathbb{R}^{n-1 \times n-1}$ (согласно [4], для этого необходимо и достаточно, чтобы корни числителя передаточной функции от $u \ t + d \ t$ к $y \ t$ принадлежали левой комплексной полуплоскости).

Допущение 2. Существуют и известны числа $\gamma_u \in [0, 1]$, $\gamma_v \in [0, 1]$, $b > 0$, такие, что для всех $g \ t \in \mathcal{G}$, $u \ t \in \mathcal{U}$, $d \ t \in \mathcal{D}$, $y \ t \in \mathcal{Y}$, $\mathcal{Y} \subset Y$ и всех $t \geq t_0$ верно

$$F \ t \in \mathcal{F} := \{F \ t \in \mathbb{R} : |F \ t| \leq \gamma_u, |\dot{F} \ t| \leq \gamma_v \rho\},$$

где $F \ t := \frac{1}{b u \ U} [\beta d \ t + \beta w \ \eta, s + \beta - b u \ t - \dot{g} \ t]$.

При выполнении допущения 1 можно трактовать состояния $\eta \ t$ как ограниченные на любых траекториях $s \ t$ возмущения, и для выбора управления рассматривать следующее уравнение первого порядка

$$\dot{z} \ t = \frac{1}{u \ U} u \ t + F \ t, \quad (5)$$

где $z \ t := \frac{s \ t}{b u \ U}$.

Таким образом, если система (1) является скалярной в смысле определения 1, то задача расположения выхода системы n -го порядка в заданном множестве сводится к задаче стабилизации состояний дифференциального уравнения первого порядка.

На основании уравнения (5) для выполнения поставленной цели предлагается следующий закон управления:

$$u(t) = 1 - \gamma_u u^U u_s(t) + \gamma_u u^U u_c(t), \quad (6)$$

где

$$\dot{u}_s(t) = -\frac{1 - \mu\kappa\gamma_v \rho}{1 - \gamma_u} \sigma \left(\frac{1}{\lambda_1} \left(u_s(t) + \sigma \frac{K}{1 - \gamma_u} z(t) \right) \right),$$

$$\dot{u}_c(t) = -\frac{\mu\kappa\gamma_v \rho}{\gamma_u} \sigma \left(\frac{1}{\lambda_2} u_c(t) + \sigma \frac{1}{\gamma_u} \Phi(t) \right),$$

$$\Phi(t) := \chi(t) - u_f(t),$$

$$\chi(t) = l \hat{z}(t) - z_f(t),$$

$$\dot{z}_f(t) = \chi(t), z_f(t_0) = z(t_0),$$

$$\dot{u}_f(t) = l \frac{1}{u^U} u(t) - u_f(t), u_f(t_0) = u_{f0}$$

и $\frac{1}{\kappa\gamma_v} > \mu > 1, \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, K > 0, l > 0, \sigma: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ – дифференцируемая аппроксимация функции насыщения, удовлетворяющая следующим условиям:

а) $|\sigma'(s)| = \left| \frac{\partial \sigma(s)}{\partial s} \right| \leq \kappa \in [1, 2]$ для всех $s \in \mathbb{R}$,

б) $\sigma(s) > 0$ для всех $s \neq 0, \sigma(0) = 0$,

в) $\sigma(s) = \text{sign}(s)$ для всех $|s| \geq 1$,

г) $1 > |\sigma(s)| > |s|$ для $|s| < 1$,

д) существует $\delta \in (0, 1)$ такая, что $|s - \sigma(s)| \leq \delta$ для всех $|s| \leq 1$,

е) существует $L > \kappa$ такая, что $|\sigma(a) - \sigma(b)| \leq L|a - b|$ для всех $a, b \in \mathbb{R}$.

Например, условиям а) – е) удовлетворяет следующая функция:

$$\sigma(s) = \text{sign}(s) \max \left(\sin(0,33\pi|s|), \min(|s|, 1) \right)$$

с постоянными $\kappa \simeq 1,0003, \delta \simeq 6,5 \cdot 10^{-6}, L \simeq 1,001$.

Закон управления (6) состоит из двух частей. Компонента $1 - \gamma_u u^U u_s(t)$ отвечает за обеспечение устойчивости невозмущенной системы (при $F(t) = 0$ для всех $t \geq t_0$). В свою очередь, компонента $\gamma_u u^U u_c(t)$ предназначена для компенсации ненулевого обобщенного возмущения $F(t)$ и представляет собой его оценку, взятую с обратным знаком и ограниченную по амплитуде и скорости изменения. С использованием дифференцируемой аппроксимации функции насыщения и динамического расширения пространства состояний полный ресурс управления по амплитуде и скорости изменения распределен между рассматриваемыми компонентами таким образом, чтобы компенсационная компо-

нента имела возможность полностью компенсировать обобщенные возмущения, удовлетворяющие допущению 2.

Условия, при выполнении которых предложенный закон управления обеспечивает выполнение поставленной цели (2), получены с помощью второго метода Ляпунова и представлены в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть выполнены допущения 1–2 при заданных параметрах

$$\gamma_u \in 0, 1, \gamma_v \in 0, 1, bu^U > 0, \delta \in 0, 1, \kappa \in 1, 2, L > \kappa, \rho > 0, \varepsilon > 0 \quad (7)$$

и некотором коэффициенте

$$\frac{1}{\kappa\gamma_v} > \mu^* > 1, \quad (8)$$

относительно $\Psi \in \mathbb{R}^5$ разрешимы неравенства:

$$\begin{aligned} e_i^T \Gamma \Psi &< e_i^T \Theta, \quad i=1, \dots, 4, \\ e_j^T \Psi &> 0, \quad j=1, \dots, 5, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{где } \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1-\mu^* & 1 \\ 0 & 1-\gamma_u & \gamma_u & L\gamma_v\rho & L\gamma_v\rho \\ -\frac{1-\mu^*\kappa\gamma_v\rho}{\kappa} & 1-\gamma_u & \gamma_u & L\gamma_v\rho & L\gamma_v\rho \\ 1-\gamma_u & bu^U & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} 0 \\ 1-1+\delta & \gamma_u \\ -1+1-\delta & \gamma_u \\ \varepsilon \end{bmatrix},$$

и e_i, e_j – координатные векторы пространств $\mathbb{R}^4$ и $\mathbb{R}^5$.

Тогда закон управления (6) с коэффициентами:

$$K = \hat{\Psi}_1^{-1}, \lambda_1 = \hat{\Psi}_2, \lambda_2 = \hat{\Psi}_3, l = \hat{\Psi}_4^{-1}, \tau = \hat{\Psi}_5, \mu = \mu^*, \quad (10)$$

начальными условиями

$$|u_s \ t_0| \leq 1, |u_c \ t_0| \leq 1, \quad (11a)$$

$$|z \ t_0| \leq \frac{1-\gamma_u}{K}, \left| u_s \ t_0 + \sigma \frac{K}{1-\gamma_u} z \ t_0 \right| \leq \lambda_1, \quad (11b)$$

$$|-u_f \ t_0 - F \ t_0| \leq \tau\gamma_v\rho, \left| u_c \ t_0 - \sigma \frac{1}{\gamma_u} u_f \ t_0 \right| \leq \lambda_2 \quad (11c)$$

для всех $t \geq t_0$ обеспечивает $u \ t \in \mathcal{U}$ и $y \ t \in \mathcal{Y}$.

Доказательство теоремы опускается в силу ограничений на объем статьи.

Таким образом, предложенный закон управления (6) с параметрами, рассчитанными путем решения неравенств (9), обеспечивает выполнение поставленной цели (2) для всех $t \geq t_0$ при выполнении допущений 1, 2 и ограничений (11a) – (11c) на начальные условия. Неравенства (11a), (11b) можно выполнить

путем выбора начальных условий компонент закона управления (6) и значений $\underline{g}(t_0), \bar{g}(t_0)$. Для выполнения неравенства (11с) требуется знание начального значения $F(t_0)$ обобщенного возмущения (в практических задачах часто верно $F(t_0) = 0$, поэтому это требование не является ограничительным).

4. Моделирование

Для примера рассмотрим систему, заданную следующими матрицами:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0,1 & 0,06 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = 1 \quad 2 \quad (12)$$

и содержащую следующее внешнее возмущение:

$$d(t) = 0,75 \sin \frac{\pi}{2} t + 0,05 \sin 8\pi t. \quad (13)$$

Целевые множества (2) и другие параметры, необходимые для решения неравенств (9), зададим следующим образом:

$$\begin{aligned} u^U &= 1, v^U = 5, \\ \gamma_u &= 0,96, \gamma_v = 0,45, b = 2,1, \varepsilon = 0,1, \\ \bar{g}(t) &= \frac{1}{0,6p+1} \left[\frac{1}{0,6p+1} 1 \right] + \varepsilon, \underline{g}(t) = \frac{1}{0,6p+1} \left[\frac{1}{0,6p+1} 1 \right] - \varepsilon, \end{aligned} \quad (14)$$

где $p := \frac{d}{dt}$.

В результате решения неравенств (9) были получены следующие значения параметров закона управления (6):

$$\lambda_1 = 0,2205, \lambda_2 = 0,0092, K = 0,6176, l = 168,1511, \mu = 1,01. \quad (15)$$

Начальные условия системы и закона управления установлены в соответствии с выражением

$$x_0 = 0 \quad 0^\top, u_s(t_0) = 0, u_c(t_0) = 0, u_f(t_0) = 0, \quad (16)$$

т.е. неравенства (11а) – (11с) были выполнены.

На рисунке 1 приведены полученные в ходе моделирования переходные процессы по выходу $y(t)$, управлению $u(t)$ и его первой производной $\dot{u}(t)$.

Представленные на рис. 1 переходные процессы иллюстрируют полученные теоретические результаты. При выполнении всех предпосылок из теоремы 1 предложенный закон управления (6) обеспечивает выполнение поставленной цели (2).

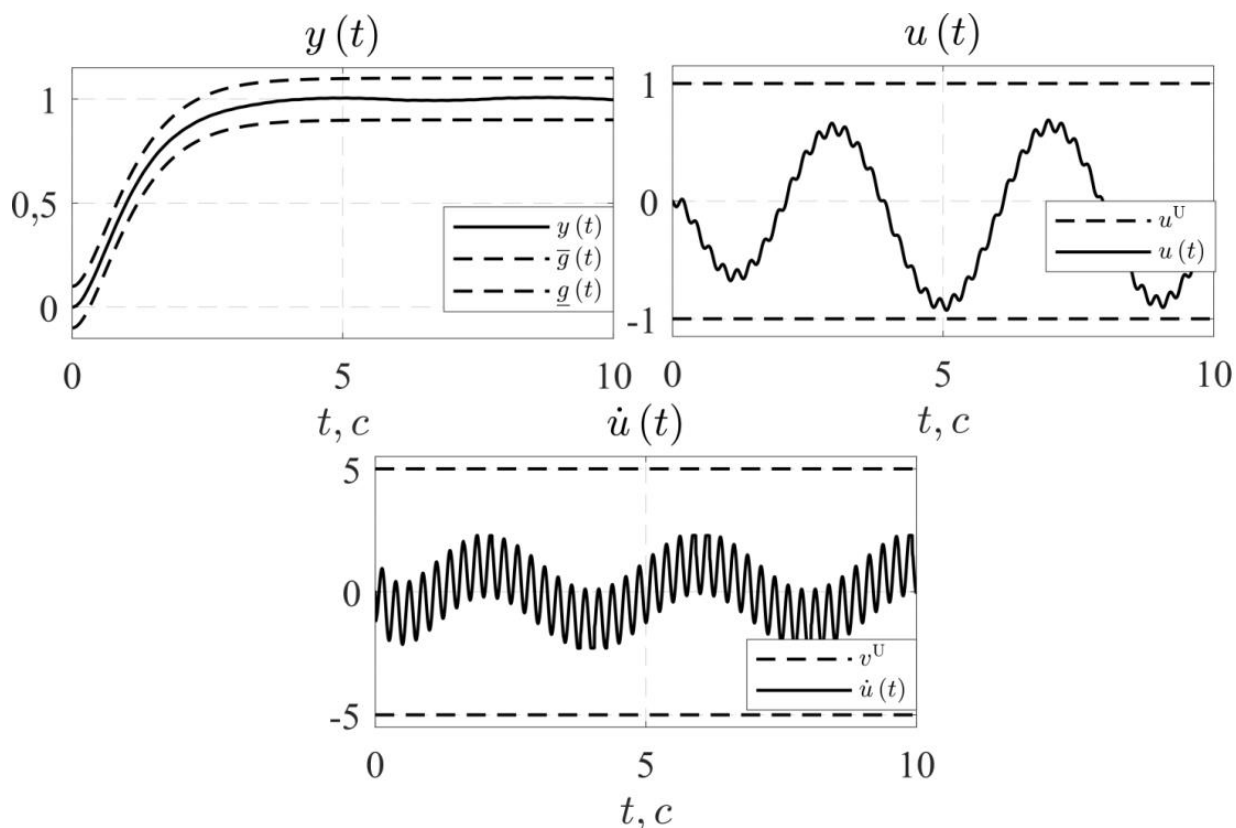


Рис. 1. Переходные процессы по $y(t)$, $u(t)$, $\dot{u}(t)$

5. Заключение

Для класса линейных скалярных систем (т.е. минимально-фазовых систем с единичной относительной степенью) предложен новый закон управления, обеспечивающий заданное качество управления по выходу при заданных ограничениях на амплитуду и скорость изменения управления. Процедура расчета параметров закона управления сведена к решению линейных неравенств.

Список использованных источников

1. Цыкунов, А. М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу / А. М. Цыкунов. – М. : Физматлит, 2009. – 268 с.
2. Tao, G. Adaptive control design and analysis / G. Tao. – John Wiley & Sons, 2003.
3. Фуртат, И. Б. Управление динамическими объектами с гарантией нахождения регулируемого сигнала в заданном множестве / И. Б. Фуртат, П. А. Гущин // Автоматика и телемеханика. – 2021. – № 4. – С. 121 – 139.
4. Isidori, A. Lectures in feedback design for multivariable systems / A. Isidori. – Basel, Switzerland : Springer International Publishing, 2017.

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: lovelee138138@gmail.com

НАСТРОЙКА ДИСКРЕТНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В СИСТЕМЕ СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПЕРЕВЕРНУТОГО МАЯТНИКА

Аннотация. Рассматривается задача синтеза динамической обратной связи для управления перевернутым маятником, функционирующим в условиях неполных измерений, неопределенных параметров и внешних возмущений. По измерениям ошибки слежения построен редуцированный наблюдатель с кусочно-линейными корректирующими воздействиями. Исследованы алгоритмические возможности дискретных наблюдателей при ограниченной тактовой частоте процессора.

Ключевые слова: перевернутый маятник, наблюдатель состояний, редуцированный наблюдатель, дискретная реализация, внешние возмущения, задача слежения.

1. Введение

Управление перевернутым маятником является классической задачей теории управления, которая находит применение в робототехнике, транспорте и других областях. Основная сложность заключается в нелинейности системы, неопределенности параметров и наличии внешних возмущений. В данной работе рассматривается задача асимптотической стабилизации ошибки слежения углового положения маятника за заданной траекторией.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки алгоритмов, устойчивых к ограничениям вычислительных ресурсов, таких как тактовая частота процессора. Основной вклад работы заключается в исследовании метода синтеза дискретного наблюдателя с кусочно-линейными корректирующими воздействиями, обеспечивающего высокую точность оценивания в условиях заданного шага дискретизации.

2. Постановка задачи

Объектом управления является перевернутый маятник без учета динамики исполнительного привода, описываемый следующей математической моделью:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = a_1 \sin(x_1) - a_2 x_2 + f(t) + u, \quad (1)$$

где $x_1(t)$ – угловое положение маятника (регулируемый и измеряемый выход) в вертикальной плоскости, $x_1 \in [-\pi; \pi]$, верхнее вертикальное неустойчивое положение $x_1 = 0$ – точка отсчета; $x_2(t)$ – угловая скорость, не подлежащая прямым измерениям, $|x_2(t)| \leq X_2$, u – управление (крутящий момент, прило-

женный к маятнику на оси подвеса); $a_{1,2} > 0$ – физические параметры [1, 2], числовые значения которых точно не известны, имеются только границы диапазонов их изменения

$$0 < a_{i \min} < a_i < a_{i \max}, i = 1, 2, \quad (2)$$

где $f(t)$ – внешнее неконтролируемое возмущение, ограниченное вместе со своей производной

$$|f(t)| \leq F_0, |\dot{f}(t)| \leq F_1, t \geq 0, \quad (3)$$

где $F_{0,1} > 0$ – известные константы.

Ставится задача синтеза динамической обратной связи, обеспечивающей отслеживание угловым положением маятника $x_1(t)$ заданной допустимой траектории $g(t) \in [-\pi; \pi]$. Известны только ее текущие значения, ее производные неизвестны, но полагаются кусочно-гладкими функциями, ограниченными известными константами:

$$|\dot{g}(t)| \leq G_1, |\ddot{g}(t)| \leq G_2, |\dddot{g}(t)| \leq G_3, t \geq 0. \quad (4)$$

Цель управления заключается в асимптотической стабилизации ошибки слежения $e_1(t) = x_1(t) - g(t)$:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e_1(t) = 0. \quad (5)$$

Для выполнения цели управления (5) предлагается использовать классический метод линеаризации обратной связью [3], в рамках которого модель объекта управления (1) нужно представить в каноническом виде относительно ошибки слежения и сформировать комбинированное управление с линейной стабилизирующей составляющей и компенсацией собственной динамики объекта управления, а также внешних возмущений. В условиях неполных измерений и при наличии неопределенных параметров для синтеза обратной связи необходим наблюдатель специального типа для оценивания неизмеряемых переменных и внешних сигналов, к которым также отнесем производные задающего воздействия. Как известно, динамический наблюдатель представляет собой алгоритмы, которые реализуются в управляющем микропроцессоре. Поэтому актуальной является задача построения дискретного наблюдателя состояний и возмущений.

3. Синтез динамической обратной связи

Представим модель объекта управления (1) в каноническом виде относительно ошибки слежения путем ее двукратного дифференцирования и соответствующей замены переменных:

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{g} = e_2, \dot{e}_2 = \varphi(t) + u, \quad (6)$$

где $\varphi(t) = a_1 \sin(x_1) - a_2 x_2 + f(t) - \ddot{g}$ – функция от внутренних и внешних сигналов, которая рассматривается как новое смешанное возмущение, ограниченное в силу (2) – (4) вместе со своей производной известными константами:

$$|\varphi(t)| \leq \Phi_0, |\dot{\varphi}(t)| \leq \Phi_1, t \geq 0. \quad (7)$$

Базовый закон комбинированного управления

$$u = -(\varphi(t) + c_1 e_1 + c_2 e_2), \quad (8)$$

где $c_{1,2} = \text{const} > 0$ – коэффициенты гурвицева полинома $(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = \lambda^2 + c_2 \lambda + c_1$, $\text{Re} \lambda_i < 0, i = 1, 2$, обеспечивает линейный вид замкнутой виртуальной системы $\dot{e}_1 = e_2, \dot{e}_2 = -c_1 e_1 - c_2 e_2$ и выполнение целевого условия (5). Для реализации управления (8) нужны текущие значения ошибки слежения $e_1(t)$, ее производной $e_2(t)$ и смешанного возмущения $\varphi(t)$.

Виртуальная система (6) наблюдаема относительно ошибки слежения $e_1(t) = x_1(t) - g(t)$, что позволяет построить редуцированный наблюдатель стандартного вида с кусочно-линейными корректирующими воздействиями для оценивания $e_2(t)$, $\varphi(t)$ в виде [2, 4]

$$\dot{z}_1 = z_2 + v_1, \dot{z}_2 = u + v_2. \quad (9)$$

Рассмотрим систему относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_i = e_i - z_i, i = 1, 2$:

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_1, \dot{\varepsilon}_2 = \varphi - v_2. \quad (10)$$

Для стабилизации системы (10) предлагается использовать кусочно-линейные корректирующие воздействия:

$$v_1 = M_1 \text{sat}(l_1 \varepsilon_1) = \begin{cases} M_1 \text{sgn}(\varepsilon_1), |\varepsilon_1| > 1/l_1, \\ M_1 l_1 \varepsilon_1, |\varepsilon_1| \leq 1/l_1. \end{cases} \quad (11)$$

$$v_2 = M_2 \text{sat}(l_2 v_1) = \begin{cases} M_2 \text{sgn}(v_1), |v_1| > 1/l_2, \\ M_2 l_2 v_1, |v_1| \leq 1/l_2. \end{cases} \quad (12)$$

При настройке параметров наблюдателя (9) необходимо обеспечить последовательную стабилизацию ошибок наблюдения с заданной точностью:

$$\varepsilon_1(t) \approx 0 \Rightarrow z_1 \approx e_1, \dot{\varepsilon}_1(t) \approx 0 \Rightarrow \varepsilon_2 \approx v_1, \quad (13)$$

$$\varepsilon_2(t) \approx 0 \Rightarrow z_2 \approx e_2, \dot{\varepsilon}_2(t) \approx 0 \Rightarrow \varphi \approx v_2. \quad (14)$$

В таком случае, с учетом измерений выхода $x_1(t)$, а следовательно, и ошибки слежения $e_1(t)$, управление (8) представляется в следующем комбинированном виде:

$$u = -v_2 - c_1 e_1 - c_2 z_2. \quad (15)$$

Сформулируем достаточные условия для решения задачи (13), (14) аналогично леммам, представленным в работах [2, 4].

Переходный процесс должен происходить последовательно для каждой из переменных (13), (14) и занимать некоторое время. Общее время оценивается в виде трех интервалов, выбирая начальные условия для переменных наблюдателя специальным образом. С учетом измерения $e_1(t)$ можно установить следующие начальные значения:

$$\begin{aligned} z_1(0) = e_1(0) &\Rightarrow \varepsilon_1(0) = 0, \\ z_2(0) = 0 &\Rightarrow \varepsilon_2(0) = e_2(0) \Rightarrow |\varepsilon_2(0)| \leq X_2 + G_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Лемма. Если в системе (10) – (12) начальные значения (16) и неизвестная переменная (7) ограничены известными константами, то для любых $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ существуют $M_1, M_2, l_1, l_2 > 0$ такие, что выполняются условия:

$$|\dot{\varepsilon}(t)| = |\varepsilon_2 - v_1| \leq \alpha_1, \quad |\dot{\varepsilon}_2(t)| = |\varphi - v_2| \leq \alpha_2, \quad t \geq T. \quad (17)$$

В процессе доказательства леммы были получены оценки для амплитуд управляющих воздействий и коэффициентов усиления:

$$M_1 > E_2 = X_2 + G_1 + (\Phi_0 + M_2)t_1, \quad (18)$$

$$M_2 \geq \frac{X_2 + G_1 + \Phi_0 t_2}{t_2 - 2t_1}, \quad (19)$$

$$l_1 \geq \frac{1}{M_1 t_1} \ln \left(\frac{M_1 - E_2}{\alpha_1} \right), \quad (20)$$

$$l_2 \geq \frac{1}{M_2(t_3 - t_2)} \ln \left(\frac{M_2 - \Phi_0}{\alpha_2} \right), \quad (21)$$

откуда следует ограничение на выбор временных интервалов: $t_2 > 2t_1$.

Таким образом, удастся реализовать предложенный закон управления (15).

4. Особенности дискретной реализации наблюдателя

Так как при реальной работе алгоритмов необходимо учитывать тактовую частоту процессора, рассмотрим разностные уравнения для системы (10) в линейной зоне:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_1^k - \varepsilon_1^{k-1}}{\Delta t} &= \varepsilon_2^{k-1} - M_1 l_1 \varepsilon_1^{k-1}, \\ \frac{\varepsilon_2^k - \varepsilon_2^{k-1}}{\Delta t} &= \phi^{k-1} - M_2 l_2 (\varepsilon_2^{k-1} \pm \alpha_1), \end{aligned} \quad (22)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$ – номер приближения соответствующей переменной при шаге дискретизации Δt . Будем считать, что амплитуды управляющих воздействий зафиксированы. Оценивая k -е приближение ошибок наблюдения с учетом (16), получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^k &\leq |\varepsilon_1^0| (1 - M_1 l_1 \Delta t)^k + \frac{E_2}{M_1 l_1} = \frac{E_2}{M_1 l_1}, \\ \varepsilon_2^k &\leq |\varepsilon_2^0| (1 - M_2 l_2 \Delta t)^k + \frac{\Phi_0 + M_2 l_2 \alpha_1}{M_2 l_2}.\end{aligned}\tag{23}$$

Для сходимости $\varepsilon_1^k, \varepsilon_2^k$ в окрестность нуля потребуем [5]:

$$|1 - M_1 l_1 \Delta t| < 1, |1 - M_2 l_2 \Delta t| < 1,$$

откуда при фиксированных амплитудах следует дополнительное ограничение на коэффициенты усиления:

$$l_1 < \frac{2}{M_1 \Delta t}; l_2 < \frac{2}{M_2 \Delta t}.\tag{24}$$

Для обеспечения сходимости производных ошибок наблюдения в соотношении (23) потребуем, чтобы правая часть первого соотношения была меньше α_1 , и оба слагаемых в правой части второго уравнения были меньше $\alpha_2 / 2$. Откуда с учетом соотношений (16) и (24) получаем диапазоны выбора коэффициентов усиления:

$$\frac{(X_2 + G_1 + (\Phi_0 + M_2) t_1)}{M_1 \alpha_1} \leq l_1 < \frac{2}{M_1 \Delta t};\tag{25}$$

$$\max \left\{ \frac{\Phi_0}{M_2 (\alpha_2 - 2\alpha_1)}; \frac{1}{M_2 \Delta t} \left(1 - \frac{t_2}{\Delta t} \sqrt{\frac{\alpha_2}{2|X_2 + G_1|}} \right) \right\} < l_2 < \frac{2}{M_2 \Delta t}.\tag{26}$$

Из полученных оценок для выбора коэффициентов усиления (23) следует обратно пропорциональная зависимость от выбранного шага интегрирования Δt , а также заданных точностей стабилизации ошибок наблюдения. С одной стороны, желаемая высокая точность наблюдения побуждает использовать большие коэффициенты усиления. С другой стороны, в реальности может оказаться так, что большой шаг дискретизации Δt обязывает ограничивать эти коэффициенты сверху значениями, определенными соотношениями выше.

Таким образом, при настройке наблюдателя необходимо учитывать не только желаемую точность результата, но и ограничения вычислительных ресурсов.

5. Результаты численного моделирования

В среде MATLAB-Simulink было проведено численное моделирование замкнутой системы (6). При интегрировании использовался метод Эйлера с постоянным шагом. В качестве отслеживаемой переменной $g(t)$ использовался непрерывный закон $g_1(t) = \cos(t)$, график которого представлен на рис. 1. Внешнее возмущение было задано как кусочно-линейное:

$$f(t) = (-1)^{i+1} \cdot \left(i + \frac{1}{2} \right) + (-1)^i \cdot \frac{t}{2}.$$

Исходя из физических ограничений $0 < a_1 < 20, 0 < a_2 < 8, X_2 = 2$ и $F_0 = 1, F_1 = 1/2, G_0 = G_1 = G_2 = 1, t_1 = 0,1, t_2 = 0,5, t_3 = 1, \alpha_1 = 0,01, \alpha_2 = 0,05, \Delta t = 0,001$ и с учетом оценок (18) – (21), (25), (26) были выбраны следующие коэффициенты корректирующих воздействий (11), (12):

$$M_1 = 90, M_2 = 18, l_1 = 100, l_2 = 20. \quad (27)$$

В качестве параметров обратной связи использованы значения $c_1 = 300, c_2 = 35$.

Было проведено три различных эксперимента с параметрами $a_1 = 15, a_2 = 6$:

- 1) эталонная система (6) с известными $\varphi(t), e_2(t)$ и базовым законом управления (8);
- 2) система (6) с наблюдателем (9), (27), шагом интегрирования $\Delta t = 0,001$ и комбинированным законом управления (15);
- 3) система (6) с наблюдателем (9) со скорректированными для $\Delta t = 0,05$ коэффициентами усиления и комбинированным законом управления (15).

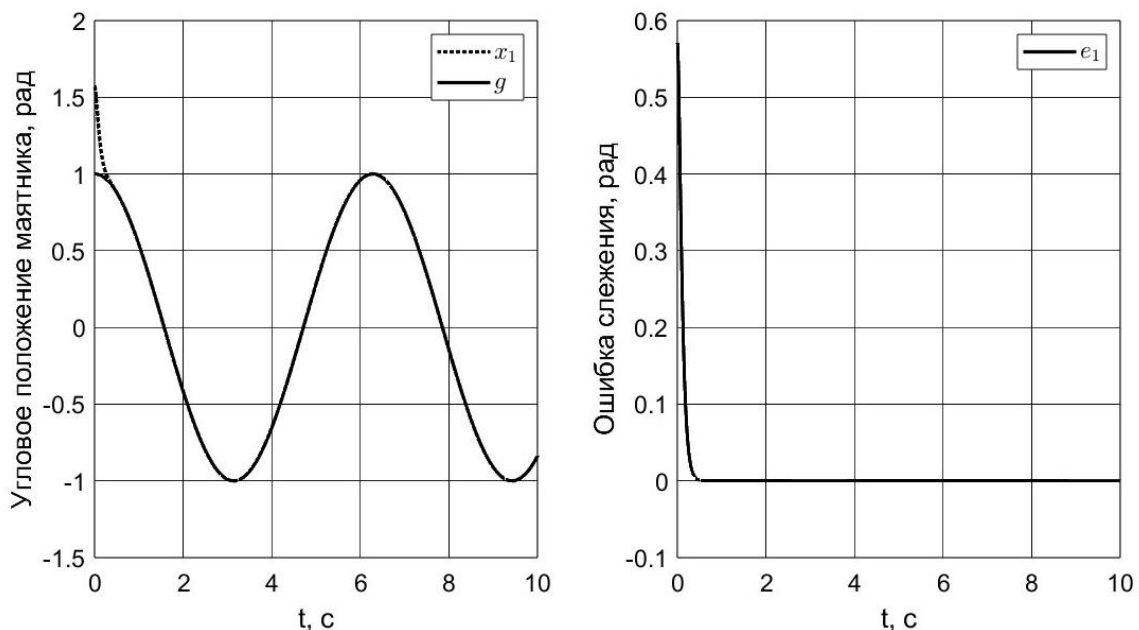


Рис. 1. Графики $x_1(t), e_1(t)$ для эталонной системы

Эксперимент 1: эталонная система, $\Delta t = 0,001$. Ниже приведены графики углового положения маятника $x_1(t)$ и ошибки слежения $e_1(t)$ для обоих случаев целевой функции $g(t)$ (см. рис. 1).

Из графиков следует корректная работа базового алгоритма управления: асимптотическая сходимость ошибки слежения к нулю.

Эксперимент 2: использование наблюдателя с шагом интегрирования $\Delta t = 0,001$ и коэффициентами (27). Графики углового положения манипулятора и ошибки слежения в этом случае представлены на рис. 2. Из графиков ошибок наблюдения (рис. 3) видно, что поставленная цель стабилизации производных ошибок наблюдения с заданной точностью (17) достигнута. Пунктирными линиями выделены границы заданной точности $\pm\alpha_1$ и $\pm\alpha_2$ соответственно. Реальная погрешность наблюдения в установившемся режиме: $\alpha_1^* = 0,0005$ рад/с, $\alpha_2^* = 0,0481$ рад/с².

Эксперимент 3: использование наблюдателя с шагом интегрирования $\Delta t = 0,05$ и коэффициентами (27). В случае большего шага интегрирования цель управления не достигается (рис. 4). Учитывая новые параметры моделирования, разрешить неравенство (25) не удастся. Это связано с тем, что как верхние, так и нижние оценки являются консервативными, т.е. завышенными. Однако, из принципа обратной пропорциональности коэффициентов усиления и шага интегрирования выберем новые параметры

$$l_1 = 23, l_2 = 18. \quad (28)$$

В этом случае поставленная цель задачи слежения достигнута (рис. 5), однако точность наблюдения ухудшается. Погрешность в установившемся режиме: $\alpha_1^* = 0,039$ рад/с, $\alpha_2^* = 0,815$ рад/с².

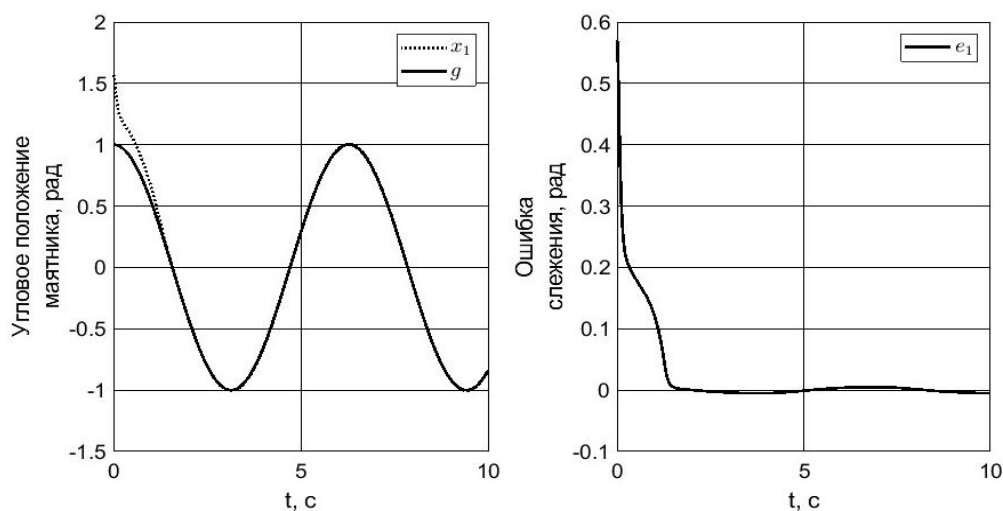


Рис. 2. Графики $x_1(t)$, $e_1(t)$ при $\Delta t = 0,001$

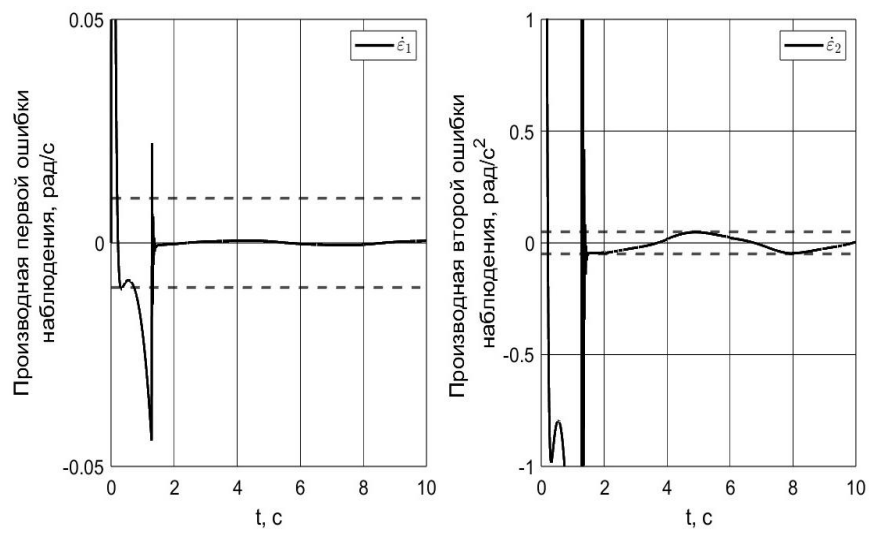


Рис. 3. Графики производных ошибок наблюдения

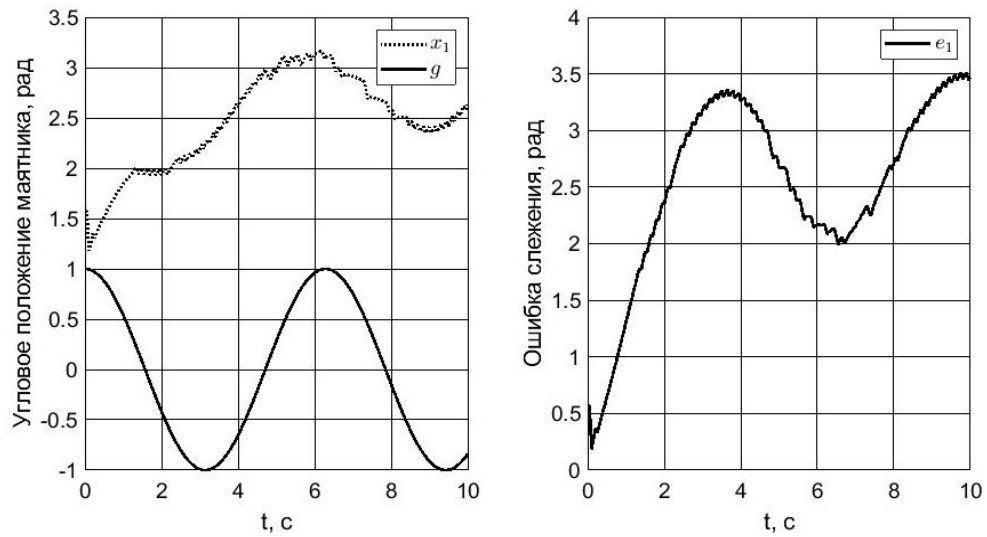


Рис. 4. Графики $x_1(t)$, $e_1(t)$ при $\Delta t = 0,05$

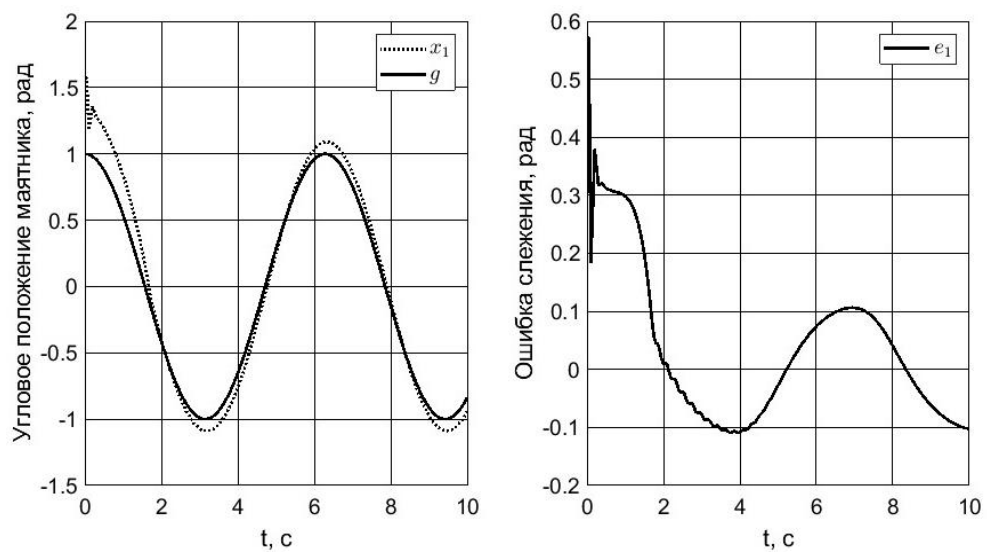


Рис. 5. Графики $x_1(t)$, $e_1(t)$ при $\Delta t = 0,05$ и коэффициентах (28)

Проведенные эксперименты подтверждают работоспособность предложенного алгоритма управления, наглядно демонстрируют устойчивость к внешнему возмущению и влияние выбора параметров наблюдателя и шага интегрирования на качество управления системой.

6. Заключение

В работе рассмотрен метод синтеза динамической обратной связи для управления перевернутым маятником, основанный на линеаризации обратной связью и использовании редуцированного наблюдателя. Получены оценки для коэффициентов усиления, амплитуд и временных интервалов, обеспечивающих сходимость ошибки наблюдения в заданную окрестность нуля.

В ходе работы использовался явный метод Эйлера, эффективный при малых шагах интегрирования, однако, вызывающий некоторые ограничения при увеличении шага. Выдвигается гипотеза, что применение неявного метода Эйлера может улучшить устойчивость системы к большим шагам и расширить диапазон рабочих параметров наблюдателя. Исследование этого вопроса является предметом дальнейших исследований автора.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 25-11-00067).

Список использованных источников

1. Angeli, D. Almost global stabilization of the inverted pendulum via continuous state feedback / D. Angeli // Automatica. – 2001. – V. 37. – P. 1103 – 1108.
2. Краснов, Д. В. Синтез двухконтурного наблюдателя в задаче управления однозвенным манипулятором в условиях неопределенности / Д. В. Краснов, А. С. Антипов // Проблемы управления. – 2021. – № 4. – С. 27 – 39.
3. Khalil, H. K. Nonlinear Systems / H. K. Khalil. – 3rd ed. – N.J. : Prentice Hall, 2002. – 750 с.
4. Краснов, Д. В. Синтез наблюдателя пониженного порядка для полноприводной электромеханической системы / Д. В. Краснов // Управление большими системами. – 2022. – Вып. 96. – С. 31 – 48.
5. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 9-е изд. – М. : Лаборатория знаний, 2020. – 636 с.

НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ОЦЕНКЕ ХРУПКОСТИ ПИ-РЕГУЛЯТОРОВ

Аннотация. Рассматривается задача оценки хрупкости ПИ-регулятора с помощью решения задач полуопределенного программирования. Для ряда демонстрационных примеров производится поиск эллипсов допустимых возмущений коэффициентов заданного стабилизирующего ПИ-регулятора, оптимальных по тому или иному критерию. Также находится оценка так называемого радиуса нехрупкости замкнутой системы.

Ключевые слова: линейная система управления, ПИ-регулятор, хрупкость.

1. Введение

ПИ-регуляторы широко применяются в системах управления благодаря своей простоте и эффективности. Однако при их настройке и реализации неизбежны неточности. Как известно, малые изменения коэффициентов регулятора могут привести к значительному снижению качества регулирования или даже к потере устойчивости системы. Впервые вопрос о нехрупкости регуляторов был поднят в работе [1], что показывает практическую значимость данной проблемы. Поскольку в реальных условиях неизбежны погрешности в реализации, задача оценки допустимого радиуса изменения коэффициентов ПИ-регулятора, при котором сохраняется устойчивость, представляет интерес.

Часто используемым методом анализа областей устойчивости систем второго порядка является техника D-разбиения [2], позволяющая построить множество стабилизирующих регуляторов. Однако ее применение зачастую требует сложных вычислений и не всегда дает простые оценки. Альтернативный подход, основанный на технике линейных матричных неравенств (ЛМН) [3], предоставляет эффективные численные и аналитические инструменты для исследования робастных свойств систем. В частности, в работах [4 – 6] предложены новые критерии настройки ПИ/ПИД-регуляторов, использующие данную технику для обеспечения устойчивости и заданных показателей качества.

В работе рассматривается серия численных экспериментов по оценке хрупкости ПИ-регуляторов, в рамках которых получаются простые оценки области изменения коэффициентов регулятора, сохраняющих устойчивость замкнутой системы.

2. Постановка задачи и теоретический базис

Рассматривается линейная SISO-система

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = C^T x, \quad (1)$$

где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}^n$, с состоянием $x(t) \in \mathbb{R}^n$, наблюдаемым выходом $y(t) \in \mathbb{R}$ и управлением $u(t) \in \mathbb{R}$ виде ПИ-регулятора:

$$u = -k_p y - k_i \int_0^t y(\tau) d\tau. \quad (2)$$

Предполагается, что задан некоторый ПИ-регулятор с коэффициентами

$$K_0 = \begin{pmatrix} k_p \\ k_i \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2,$$

стабилизирующий систему (1). Придавая его коэффициентам возмущения, получаем вектор $K_{\text{stab}} = K_0 + \delta$ возмущенных коэффициентов регулятора. При этом полагаем, что

$$\delta = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} \in \varepsilon(R) = \{\delta \in \mathbb{R}^2: \delta^T R^{-1} \delta \leq 1\}, R > 0.$$

Для системы (1) ставится задача нахождения области допустимых возмущений $\delta: \|\delta\| \leq \bar{\delta}$ параметров заданного ПИ-регулятора (2), сохраняющих устойчивость замкнутой системы. Величину $\bar{\delta}$ назовем *радиусом нехрупкости* ПИ-регулятора с коэффициентами K_0 . Процедура решения этой задачи сводится к максимизации длины *наименьшей полуоси* эллипса $\varepsilon(R)$ допустимых неопределенностей; иными словами, максимизируется радиус круга, содержащего допустимые возмущения коэффициентов регулятора.

А именно, справедлив следующий результат.

Лемма 1 [7]. Пусть $\hat{\gamma}, \hat{R}$ – решение задачи полуопределенного программирования $\max \gamma$ при ограничениях

$$\begin{pmatrix} A^T(k_0)Q + QA(k_0) + H^T R H & QF \\ F^T Q & -I \end{pmatrix} < 0, Q > 0, R \geq \gamma I,$$

где оптимизация проводится по матричным переменным $Q \in S^{n+1}$, $R \in S^2$ и скалярной переменной γ . Тогда система (1), замкнутая ПИ-регулятором (2) с коэффициентами K_0 , сохраняет устойчивость при всех возмущениях $\delta = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix}$ его параметров таких, что $\delta^T \hat{R}^{-1} \delta < 1$ и, в частности, таких, что

$$\|\delta\| < \sqrt{\hat{\gamma}}.$$

Таким образом, радиус нехрупкости заданного ПИ-регулятора определяется величиной $\sqrt{\hat{\gamma}}$.

Также была предложена следующая оценка области допустимых возмущений δ путем максимизации *площади* эллипса $\varepsilon(R)$.

Лемма 2 [7]. Пусть $\hat{R}$ – решение задачи полуопределенного программирования $\min(-\log \det R)$ при ограничениях

$$\begin{pmatrix} A^T(k_0)Q + QA(k_0) + H^T R H & QF \\ F^T Q & -I \end{pmatrix} < 0, \quad Q > 0, R > 0,$$

где оптимизация проводится по матричным переменным $Q \in S^{n+1}, R \in S^2$. Тогда система (1), замкнутая ПИ-регулятором (2) с коэффициентами K_0 , сохраняет устойчивость при всех возмущениях $\delta = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix}$ его параметров таких, что $\delta^T \hat{R}^{-1} \delta < 1$.

В леммах 1 и 2 используются обозначения

$$F = \begin{pmatrix} -B \\ 0 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} c^T & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} A & 0 \\ c^T & 0 \end{pmatrix}, \quad A(k) = A_0 + Fk^T H.$$

3. Численные эксперименты

Пример 1. Замкнем систему управления

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -0,5 \\ -0,5 \end{pmatrix} u, \quad y = (1 \quad 0)x,$$

ПИ-регулятором с коэффициентами $K_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Матрица системы имеет собственные значения $\lambda_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -0,5 \end{pmatrix}$, так что этот регулятор является стабилизирующим.

При этом матрицы эллипсов допустимых неопределенностей, оптимальных по критерию наименьшей полуоси и площади соответственно, имеют вид:

$$\hat{R}_{\text{axis}} = \begin{pmatrix} 2,2850 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{R}_{\text{area}} = \begin{pmatrix} 6,1813 & 0 \\ 0 & 0,9128 \end{pmatrix},$$

а радиус нехрупкости равен $\sqrt{\hat{\gamma}} = 1$.

На рисунке 1 изображены эллипсы с матрицами $\hat{R}_{\text{area}}$ (сплошная линия) и $\hat{R}_{\text{axis}}$ (пунктир), а также круг радиусом $\sqrt{\hat{\gamma}}$. Каждый из этих трех объектов содержит допустимые возмущения коэффициентов ПИ-регулятора – сохраняющие устойчивость замкнутой системы.

Рассмотрим «возмущенные» ПИ-регуляторы с коэффициентами

$$K_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad K_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,5 \end{pmatrix},$$

которые лежат внутри найденных областей (рис. 1). В полном соответствии с утверждениями лемм, они остаются стабилизирующими: собственные значения матрицы замкнутой системы имеют вид

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} -2,2808 \\ -1 \\ -0,2192 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} -1,866 \\ -1 \\ -0,134 \end{pmatrix}.$$

Пример 2. Теперь замкнем систему из Примера 1 стабилизирующим ПИ-регулятором с коэффициентами $K_0 = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0,6 \end{pmatrix}$. Леммы 1 и 2 дают матрицы

$$\hat{R}_{\text{axis}} = \begin{pmatrix} 2,2635 & 0 \\ 0 & 0,3600 \end{pmatrix},$$

$$\hat{R}_{\text{area}} = \begin{pmatrix} 18,0092 & 0 \\ 0 & 0,3600 \end{pmatrix}$$

эллипсов допустимых неопределенностей и величину $\sqrt{\hat{\gamma}} = 0,6$. Соответствующие объекты показаны на рис. 2.

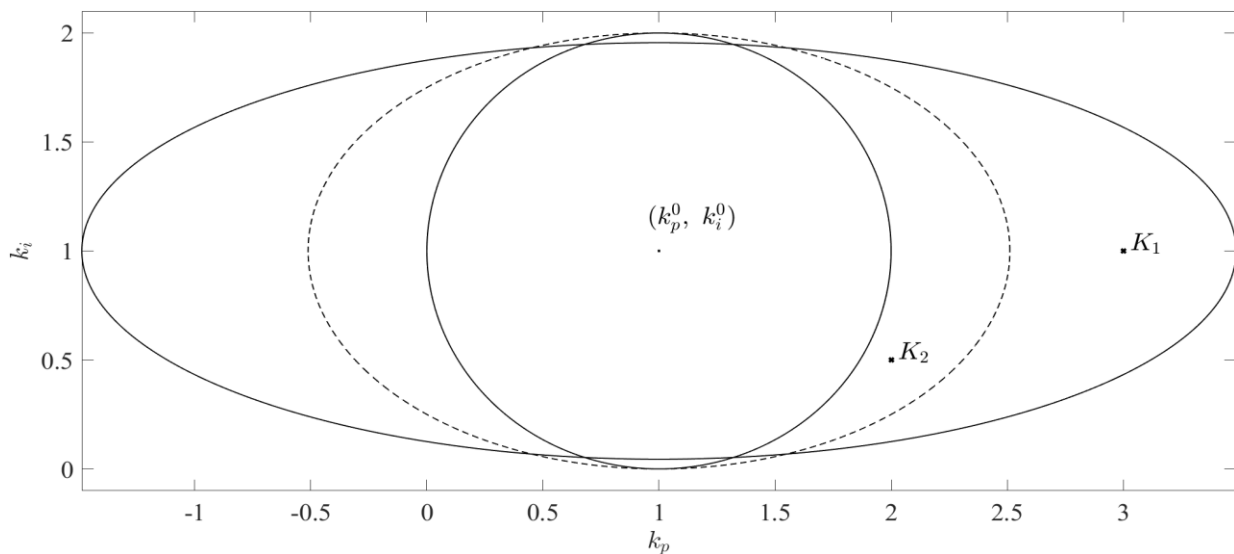


Рис. 1. Оценки нехрупкости ПИ-регулятора с коэффициентами $K_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

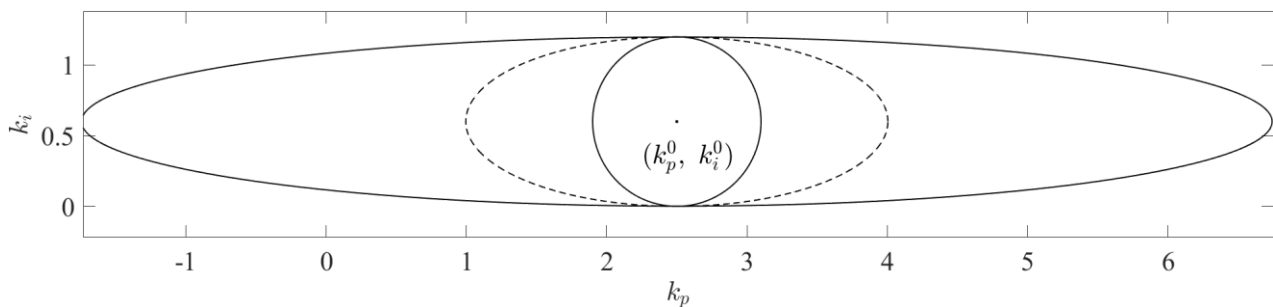


Рис. 2. Оценки нехрупкости ПИ-регулятора с коэффициентами $K_0 = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0,6 \end{pmatrix}$

Пример 3. Для той же системы управления выберем случайным образом несколько стабилизирующих ПИ-регуляторов с коэффициентами

$$K_1 = \begin{pmatrix} 1,713 \\ 2,556 \end{pmatrix}, \quad K_2 = \begin{pmatrix} 3,999 \\ 96,265 \end{pmatrix}, \quad K_3 = \begin{pmatrix} 44,388 \\ 61,927 \end{pmatrix},$$

$$K_4 = \begin{pmatrix} 57,561 \\ 92,464 \end{pmatrix}, \quad K_5 = \begin{pmatrix} 86,593 \\ 5,046 \end{pmatrix}.$$

Для каждого из них с помощью лемм 1 и 2 были найдены матрицы эллипсов допустимых неопределенностей, а также радиусы нехрупкости:

$$\begin{aligned}\sqrt{\hat{\gamma}_1} &= 8,7617, \quad \sqrt{\hat{\gamma}_2} = 10,3125, \quad \sqrt{\hat{\gamma}_3} = 79,3592, \\ \sqrt{\hat{\gamma}_4} &= 44,8761, \quad \sqrt{\hat{\gamma}_5} = 44,2757.\end{aligned}$$

Полученные результаты показаны на рис. 3.

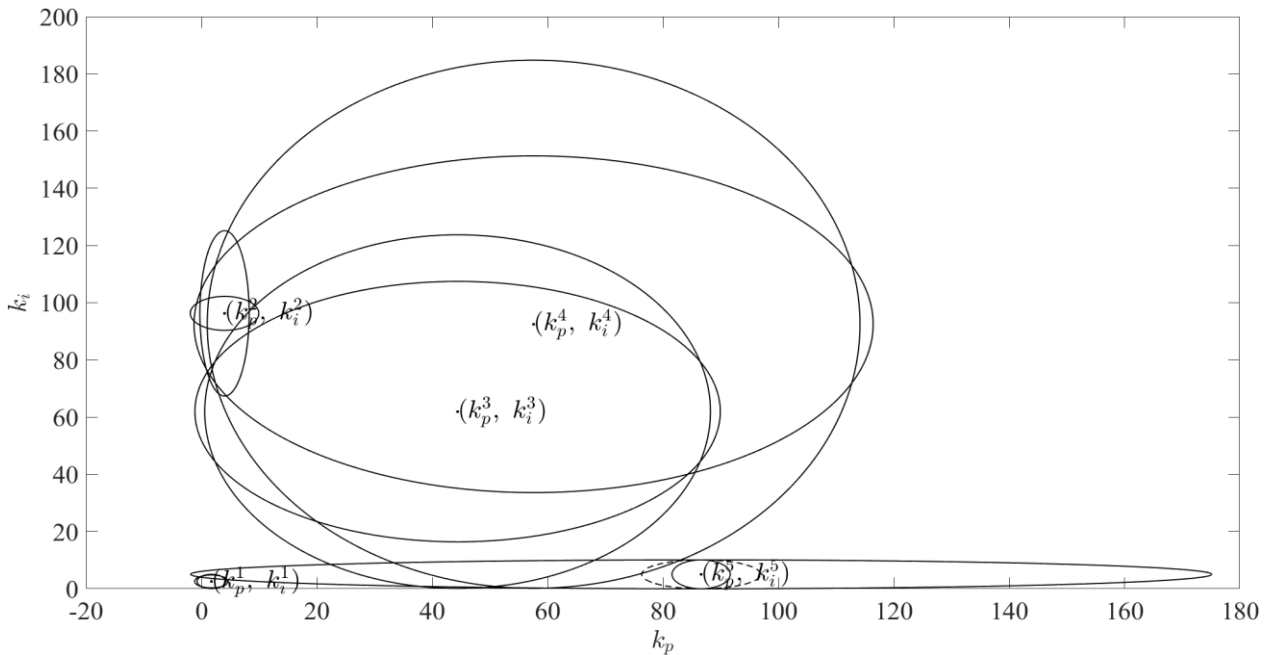


Рис. 3. Оценки нехрупкости ПИ-регуляторов из Примера 3

Пример 4. Замкнем систему четвертого порядка

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{pmatrix} -15 & -70 & -120 & -64 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= (0 \ 0 \ 0 \ 64)x,\end{aligned}$$

ПИ-регулятором с коэффициентами $K_0 = \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \end{pmatrix}$. Матрица замкнутой системы имеет следующие собственные значения:

$$\lambda_0 = \begin{pmatrix} -1,5832 \pm j7,7927 \\ -0,1042 \pm j0,7823 \\ -1,6252 \end{pmatrix},$$

так что ПИ-регулятор является стабилизирующим.

Имеем следующие матрицы эллипсов допустимых возмущений:

$$\hat{R}_{\text{axis}} = \begin{pmatrix} 3,6327 & -0,0198 \\ -0,0198 & 0,0827 \end{pmatrix}, \quad \hat{R}_{\text{area}} = \begin{pmatrix} 10,2490 & -0,0584 \\ -0,0584 & 0,0829 \end{pmatrix}$$

и радиус нехрупкости $\sqrt{\hat{\gamma}_0} = 0,2874$.

Теперь рассмотрим стабилизирующий ПИ-регулятор с коэффициентами $K_1 = \begin{pmatrix} -13 \\ 1,5 \end{pmatrix}$. Ему соответствуют эллипсы с матрицами

$$\hat{R}_{\text{axis}} = \begin{pmatrix} 0,0311 & -0,0002 \\ -0,0002 & 0,0099 \end{pmatrix}, \quad \hat{R}_{\text{area}} = \begin{pmatrix} 0,0767 & -0,0010 \\ -0,0010 & 0,0099 \end{pmatrix};$$

при этом $\sqrt{\hat{\gamma}_1} = 0,0994$. Полученные области показаны на рис. 4.

Наконец, рассмотрим ПИ-регуляторы с коэффициентами

$$K_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad K_3 = \begin{pmatrix} -7,5 \\ 0,85 \end{pmatrix},$$

принадлежащие построенным эллипсам (соответствующие точки показаны на рис. 4). Собственные значения матрицы системы, замкнутой этими «возмущенными» ПИ-регуляторами, приведены ниже:

$$\lambda_2 = \begin{pmatrix} -2,0624 \pm j7,5523 \\ -0,1042 \pm j0,7846 \\ -1,6668 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} -2,7747 \pm j7,1039 \\ -0,1352 \pm j0,7338 \\ -1,6801 \end{pmatrix}.$$

Как видно, оба ПИ-регулятора являются стабилизирующими.

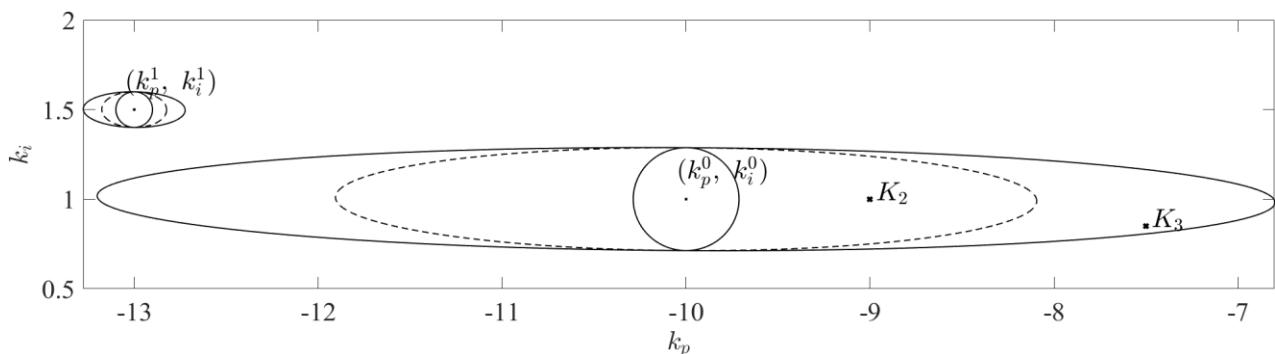


Рис. 4. Оценки нехрупкости ПИ-регуляторов с коэффициентами $K_0 = \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $K_1 = \begin{pmatrix} -13 \\ 1,5 \end{pmatrix}$ для системы управления из Примера 4

4. Заключение

В работе на ряде примеров проиллюстрирован подход к оценке хрупкости стабилизирующего ПИ-регулятора с заданными коэффициентами. Он заключается в построении эллипсов, содержащих внутри себя все допустимые возмущения. Данный результат помогает понять, в каких пределах возможны изменения коэффициентов ПИ-регулятора при условии, что сохраняется устойчивость замкнутой системы.

Список использованных источников

1. Keel, L. H. Robust, Fragile, or Optimal? / L. H. Keel, S. P. Bhattacharyya // IEEE Trans. Autom. Control. – 1997. – V. 42, No. 8. – P. 1098 – 1105.

2. Грязина, Е. Н. Современное состояние метода D-разбиения / Е. Н. Грязина, Б. Т. Поляк, А. А. Тремба // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 12. – С. 3 – 40.

3. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory / S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, et al. – Philadelphia : SIAM, 1994.

4. Поляк, Б. Т. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств / Б. Т. Поляк, М. В. Хлебников, П. С. Щербаков. – М. : ЛЕНАНД, 2014.

5. Поляк, Б. Т. Новые критерии настройки ПИД-регуляторов / Б. Т. Поляк, М. В. Хлебников // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 11. – С. 62 – 82.

6. Хлебников, М. В. Синтез ПИ-регулятора для подавления внешних возмущений / М. В. Хлебников // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 8. – С. 3 – 23.

7. Хлебников, М. В. Настройка нехрупких ПИ-регуляторов: анализ / М. В. Хлебников, Д. В. Шатов // Автоматика и телемеханика. (в печати)

УДК 514.13

А. В. Наянзин

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: naianzin.av@phystech.edu

О ГРУБОЙ МОДИФИКАЦИИ РАССТОЯНИЯ ГРОМОВА–ХАУСДОРФА

Аннотация. В работе рассматривается модификация расстояния Громова–Хаусдорфа, построенное на определении квазиизометрии, вводится расстояние, обладающее более «грубой» чувствительностью. Исследуются его основные свойства, поведение на классе метрических пространств и сходимости. Приводится доказательство существования метрики, задающей ту же топологию и грубую структуру, что и рассматриваемое расстояние, с опорой на результаты Фринка и Роу.

Ключевые слова: расстояние Громова–Хаусдорфа, квазиизометрия, грубая структура.

1. Введение

Расстояние Громова–Хаусдорфа позволяет количественно оценить степень похожести метрических пространств. В метрической геометрии важное место занимают вопросы, связанные с изучением расстояний между метрическими пространствами и свойств, наследуемых пределами, относительно данных расстояний. Одним из ключевых инструментов в этой области является расстояние Громова–Хаусдорфа, которое позволяет количественно оценивать, насколько «похожи» два метрических пространства. Однако в ряде случаев это расстояние оказывается слишком жестким, что является мотивацией для поиска

его модификаций, лучше учитывающих грубые (квазиизометрические) свойства пространств.

В данной статье мы рассматриваем новое расстояние, которое является грубой модификацией расстояния Громова–Хаусдорфа. Под расстоянием мы понимаем рефлексивную и симметричную функцию, не обязательно удовлетворяющую неравенству треугольника. Основная цель работы – изучить свойства данного расстояния, его связь с классическими понятиями, такими как ε -изометрии и квазиизометрические отображения, а также исследовать различные свойства, наследуемые пределами относительно данного расстояния. Также мы покажем, что существует метрика, которая задает ту же топологию и грубую структуру, что и рассматриваемое расстояние.

Результаты работы имеют приложения в геометрической теории групп, теории динамических систем и других областях, где важна грубая геометрия пространств. Статья также содержит примеры, иллюстрирующие ключевые понятия и демонстрирующие различия между расстоянием Громова–Хаусдорфа и его грубой модификацией.

Доклад организован следующим образом: в первых разделах вводятся основные определения, необходимые для построения модифицированного расстояния, затем мы определим расстояние и изучим его свойства, и покажем, что метрику и грубую структуру, задаваемые данным расстоянием, можно задать некоторой метрикой.

2. Основные определения и свойства

Прежде всего введем необходимые определения.

Определение 1. Пусть A и B – непустые подмножества метрического пространства X . Расстоянием Хаусдорфа между A и B называется значение

$$d_H(A, B) = \inf\{r > 0 \mid A \subseteq U_r(B), B \subseteq U_r(A)\},$$

$$U_r(A) = \{x \in X \mid \exists a \in A: d(x, a) < r\}.$$

Определение 2. Расстоянием Громова–Хаусдорфа между непустыми метрическими пространствами X, Y называется значение

$$d_{GH}(X, Y) = \inf\{d_H(X', Y') \mid X', Y' \subset Z, X' \approx X, Y' \approx Y\},$$

где инфимум взят по всем метрическим пространствам Z и изометричным вложениям X и Y в Z .

Расстояние Громова–Хаусдорфа тесно связано с понятием ε -изометрии.

Определение 3. Отображение $f: (X, d_X) \rightarrow (Y, d_Y)$ называется ε -изометрией ($\varepsilon > 0$), если

$$|d_Y(f(x'), f(x'')) - d_X(x', x'')| < \varepsilon, \quad \forall x', x'',$$

и $f(X)$ является ε плотным подмножеством в Y .

Связь между понятиями описывается следующим предложением.

Предложение 1 (см. Следствие 7.3.28 в работе [1]). Пусть X и Y – метрические пространства, $\varepsilon > 0$. Тогда: 1) если $d_{GH}(X, Y) < \varepsilon$, то существует 2ε -изометрия из X в Y ; 2) если существует ε -изометрия из X в Y , то $d_{GH}(X, Y) < 2\varepsilon$.

Часто ε -изометричность пространств оказывается слишком обременительным требованием, например, при замене образующих графы Кэли у группы всегда оказываются квазиизометричными, но далеко не всегда они ε -изометричны. Поэтому мы построим расстояние, основанное на определении квазиизометрии.

Определение 4.

1. Отображение $f: (X, d_X) \rightarrow (Y, d_Y)$ называется квазиизометричным вложением, если найдутся константы $A > 1, B > 0$, т.ч. $\forall x_1, x_2$

$$\frac{1}{A}d_X(x_1, x_2) - B \leq d_Y(f(x_1), f(x_2)) \leq Ad_X(x_1, x_2) + B.$$

2. Отображения $f, g: X \rightarrow Y$ близки, если найдется $C > 0$, т.ч.

$$d_Y(f(x), g(x)) < C, \forall x \in X.$$

3. Пространства X и Y называются квазиизометричными, если существуют отображения $X \xrightleftharpoons[g]{f} Y$, где f, g квазиизометричные вложения, причем $g \circ f$ близко к id_X , $f \circ g$ близко к id_Y (обозн. $X \underset{q.i.}{\sim} Y$).

Используя коэффициенты A, B, C из определения квазиизометрии, мы определим расстояние между метрическими пространствами.

Определение 5. Определим расстояние $\hat{d}$ между метрическими пространствами X и Y по формуле

$$\hat{d}(X, Y) = \inf\{r > 0 \mid X \underset{q.i.}{\sim} Y \text{ с константами } A \leq 1 + r, B \leq r, C \leq r\}.$$

Наше расстояние не удовлетворяет неравенству треугольника, однако верны следующие свойства.

Предложение 2. Пусть $X \underset{q.i.}{\sim} Y$ с константами A, B, C , и $Y \underset{q.i.}{\sim} Z$ с константами A', B', C' . Тогда $X \underset{q.i.}{\sim} Z$ с константами $AA', AB' + A'B, AC' + A'C + B + B'$.

Следствие. Расстояние $\hat{d}$ удовлетворяет условиям:

1. $\hat{d}(X, X) = 0$.
2. $\hat{d}(X, Y) = \hat{d}(Y, X)$.
3. $\hat{d}(X, Y) = r, \hat{d}(Y, Z) = r'$, тогда $\hat{d}(X, Z) \leq 2(r + r' + rr')$.

Метрические пространства X и Y эквивалентны, если $\hat{d}(X, Y) = 0$.

Если пространства X и Y квазиизометричны, то $\hat{d}(X, Y) < \infty$. То есть мы получаем конечное расстояние на классе квазиизометричных пространств.

Следующие свойства сохраняются при взятии предела относительно построенного расстояния.

Предложение 3. Пусть $X_k \xrightarrow{\hat{d}} X$, тогда:

- 1) $\text{diam} X_k \leq D \Rightarrow \text{diam} X \leq D$;
- 2) X_k – сепарабельные $\Rightarrow X$ – сепарабельное;
- 3) X_k – вполне ограниченные $\Rightarrow X$ – вполне ограниченное;
- 4) X_k – собственное, X полное $\Rightarrow X$ – собственное;
- 5) X_k – с внутренней метрикой $\Rightarrow X$ – с внутренней метрикой;
- 6) $X_k \delta$ – гиперболическое $\Rightarrow X$ – δ -гиперболическое.

Пропустим доказательства данных утверждений.

3. Топология и грубая структура

Несмотря на то, что наше расстояние не является метрикой, оно позволяет задать топологию и грубую структуру на классе метрических пространств.

Определение 6. Грубая структура на множестве X – это семейство подмножеств ε декартова произведения $X \times X$, удовлетворяющее следующим аксиомам:

1. Диагональ $\Delta_X = \{(x, x) \mid x \in X\}$ принадлежит ε .
2. Симметричность: если $E \in \varepsilon$, то $E^t = \{(y, x) \mid (x, y) \in E\}$ также принадлежит ε .
3. Замкнутость относительно конечных объединений: если $E_1, E_2, \dots, E_n \in \varepsilon$, то $\bigcup_{i=1}^n E_i \in \varepsilon$.
4. Замкнутость относительно взятия подмножеств: если $E \in \varepsilon$ и $F \subseteq E$, то $F \in \varepsilon$.
5. Замкнутость относительно умножения: для любых $E, F \in \varepsilon$ существует $G \in \varepsilon$ такое, что $E \circ F \subseteq G$, где

$$E \circ F = \{(x, z) \mid \exists y \in X, (x, y) \in E \text{ и } (y, z) \in F\}.$$

Приведем несколько примеров грубых пространств.

Пример 1 (Максимальная грубая структура).

Максимальная грубая структура состоит из всевозможных подмножеств $X \times X$.

Пример 2 (Минимальная грубая структура).

Минимальная грубая структура состоит из всевозможных подмножеств Δ_X .

Пример 3 (Ограниченная метрическая грубая структура).

Пусть (X, d) – метрическое пространство. Система ε_d , состоящая из множеств $E \subseteq X \times X$, т.ч.

$$\exists r > 0: E \subseteq E_r, \text{ где } E_r = \{(x, x') \mid d(x, x') \leq r\},$$

является грубой структурой.

Пусть $\mathfrak{M}$ – некоторое множество классов эквивалентности метрических пространств. Аналогично построенное $\varepsilon_{\hat{d}}$ на $\mathfrak{M}$ будет грубой структурой.

Перейдем к формулировке теоремы о метризуемости грубых структур. Сначала нам потребуется несколько определений.

Определение 7. Грубая структура ε на множестве X называется метризуемой, если найдется метрика d , т.ч. $\varepsilon = \varepsilon_d$.

Определение 8. Пусть $\mathcal{S} \subseteq 2^{X \times X}$. Грубой структурой, порожденной $\mathcal{S}$, называется грубая структура, полученная пересечением всех грубых структур, содержащих $\mathcal{S}$.

Теорема 1 (см. раздел 2.4 [2]). Грубая структура метризуема, тогда и только тогда, когда она порождается некоторым счетным множеством $\mathcal{S}$.

Пример 4. Грубая структура $\varepsilon_{\hat{d}}$ на $\mathfrak{M}$ счетно порождена множествами

$$E_n = \{(X, Y) \mid \hat{d}(X, Y) < n\},$$

Значит, найдется метрика, которая задает эту грубую структуру.

Напомним, что $\mathfrak{M}$ – это зафиксированный ранее набор классов эквивалентности метрических пространств. Сейчас мы зададим на нем топологию.

Определение 9. Последовательность метрических пространств X_k сходится к метрическому пространству X , если $\hat{d}(X_k, X) \rightarrow 0$.

Определение 10 (Топология $\mathcal{T}_{\hat{d}}$). Множество $\mathcal{U} \subseteq \mathfrak{M}$ назовем открытым, если для каждого $X \in \mathcal{U}$ и последовательности $X_k \rightarrow X$ найдется n_0 , такое, что $X_k \in \mathcal{U}$ при $K \geq n_0$.

Предложение 4. Базу данной топологии образуют множества $B_r(X) = \{Y \mid \hat{d}(X, Y) < r\}$.

Используя результаты, полученные в работах [3 – 5], можно доказать следующую теорему.

Теорема 2. Существует обобщенная метрика d (т.е. удовл. 1, 2, 3), задающая на $\mathfrak{M}$ ту же топологию и грубую структуру, что и расстояние $\hat{d}$.

4. Заключение

В данной работе была предложена и исследована модификация расстояния Громова–Хаусдорфа. Целью было создание расстояния, чувствительного к крупномасштабной, или «грубой», геометрии пространств, в отличие от классического подхода.

Новое расстояние было построено на основе количественных параметров квазиизометрии. Были изучены его основные свойства и показано, что, хотя оно не является метрикой в строгом смысле, оно позволяет корректно сравнивать пространства. Продемонстрировано, что сходимость по этому расстоянию сохраняет ряд важных геометрических характеристик, таких как сепарабельность, собственность и гиперболичность.

Ключевой частью является формулировка теоремы о том, что вводимые с помощью этого расстояния топология и грубая структура могут быть заданы некоторой полноценной метрикой. Это обосновывает корректность предложенного подхода. Таким образом, данная конструкция представляет собой полезный инструмент для анализа квазиизометрических свойств метрических пространств в рамках грубой геометрии.

Список использованных источников

1. Бураго, Д. Ю. Курс метрической геометрии / Д. Ю. Бураго, Ю. Д. Бураго, С. В. Иванов. – Москва–Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004. – 512 с.
2. Lectures on Coarse Geometry. V. 31. University Lecture Series. Providence, RI: American Mathematical Society, 2003.
3. Chittenden, E. W. On the Equivalence of 'Ecart and Voisinage / E. W. Chittenden // In: Transactions of the American Mathematical Society 18.2. – 1917. – P. 161 – 166.
4. Frink, A. H. Distance functions and the metrization problem / A. H. Frink // In: Bulletin of the American Mathematical Society 43.2. – 1937. – P. 133 – 142.
5. Wright, N. Simultaneous Metrizable of Coarse Spaces / N. Wright // In: Proceedings of the American Mathematical Society 139.9. – 2011. – P. 3271 – 3280.

УДК 519.622.2

А. Н. Пчелинцев

Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия
e-mail: pchelintsev.an@yandex.ru

О ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ АСИМПТОТЫ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Аннотация. В докладе рассматривается численный метод построения приближений к вертикальной асимптоте решения динамической системы взрывного типа с квадратичной нелинейностью. Приведена теорема существования вертикальной асимптоты решений систем данного типа. Показан численный пример для системы первого порядка как приложения вычисления приближений к числу Π .

Ключевые слова: модель демографического взрыва, динамическая система, численный метод, степенной ряд, число Π .

1. Введение

Динамической системой взрывного типа называют [1] систему, для которой состояние $x | x(t) | \rightarrow \infty$ достигается за конечное время $t = T_{as}$. Примерами таких систем является система

$$\dot{x} = 1 + x^2, \tag{1}$$

а также модель демографического взрыва

$$\dot{x} = kx^2,$$

где коэффициент $k > 0$.

Другими словами, в докладе будут рассматриваться автономные системы дифференциальных уравнений, решения которых имеют вертикальные асимптоты. В литературе такие системы мало исследованы. Например, в статьях [2, 3] описан *скалярный случай* – доказана теорема существования асимптот и приведена модификация метода Эйлера, позволяющая локализовать асимптоты решений, не перескакивая их.

Для многомерного случая автором доклада таких исследований не было найдено в известной литературе. Скорее всего, это связано с тем, что для данных систем при $x(t) \rightarrow \infty$ энергия тоже стремится к бесконечности (чего не может быть в реальных системах), однако системы взрывного типа могут являться моделями реальных систем в некотором приближении. Поэтому исследователю важно иметь представление о том, в какой момент времени T_{as} произойдет резкий рост фазовых координат в случае, когда решения системы не представляется возможным найти в квадратурах.

Целью доклада является рассмотрение численного метода локализации вертикальной асимптоты динамической системы взрывного типа. Из всего класса таких систем выделен тот, где нелинейности имеют квадратичную форму.

2. Теорема существования вертикальной асимптоты для многомерной системы

Рассматривается класс динамических систем, имеющих следующий вид:

$$\dot{x} = B_0 + B_1 + \varphi(x), \quad (2)$$

где $x(t) = [x_1(t) \dots x_n(t)]^T$ – векторная функция времени t со значениями в пространстве $\mathbb{R}^n$; $B_0 \in \mathbb{R}^n$ – заданный вектор-столбец; $\varphi(t) = [\varphi_1(t) \dots \varphi_n(t)]^T$, $\varphi_p(x) = \langle Q_p x, x \rangle$; B_1 и Q_p – действительные матрицы n -го порядка.

Теорема 1 [1]. Если некоторое уравнение с номером r системы (2) можно представить в виде (k – некоторый номер фазовой координаты x_k , $k \neq r$)

$$\dot{x}_r = c_r + \langle \tilde{Q}_r(\tilde{x} - A_r), \tilde{x} - A_r \rangle + \nu x_k^2,$$

где симметричная матрица $\tilde{Q}_r$ либо положительно определена (ситуация D^+), либо отрицательно определена (ситуация D^-) и получается из матрицы $\tilde{Q}_r$ удалением k -й строки и k -го столбца,

$$\tilde{x}(t) = [x_1(t) \dots x_{k-1}(t) \ x_{k+1}(t) \dots x_n(t)]^T, \quad \tilde{x} \in \mathbb{R}^{n-1},$$

$$A_r = [a_{r,1} \dots a_{r,k-1} \ a_{r,k+1} \dots a_{r,n}]^T, \quad A_r \in \mathbb{R}^{n-1},$$

числа $v > 0, c_r \geq 0$ для D^+ или $v < 0, c_r \leq 0$ для D^- , начальные условия $x_k(0) \neq 0, x_r(0) > a_{r,r}$ для D^+ или $x_r(0) < a_{r,r}$ для D^- , то r -я компонента решения системы (2) имеет вертикальную асимптоту при $t > 0$.

Отметим, что в статье [2] доказана теорема существования вертикальной асимптоты не только для системы с квадратичной нелинейностью.

Примером системы, удовлетворяющей теореме 1, является система [1, 4]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_3, \\ \dot{x}_2 = bx_1x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1^2 + x_2^2 + \alpha x_3^2, \end{cases}$$

где a, b и $\alpha > 0$ – параметры системы, при $x_1(0) \neq 0$ и $x_3(0) > 0$.

3. Численный метод локализации вертикальной асимптоты

В работе [1] описан численный метод локализации вертикальной асимптоты для многомерного случая. В данном же докладе мы остановимся на одномерной системе (1). Будем рассматривать частное решение с начальным условием

$$x(0) = 0, \quad (3)$$

Тогда $x(t) = \tan t$. Следовательно, $T_{as} = \frac{\pi}{2}$.

Для отыскания приближенного решения разложим функцию $x(t)$ в степенной ряд:

$$x(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_i t^i, \quad (4)$$

где Λ_0 определяется по начальному условию,

$$\begin{cases} \Lambda_1 = 1 + \Lambda_0^2, \\ \Lambda_i = \frac{\sum_{j=0}^{i-1} \Lambda_j \Lambda_{i-1-j}}{i} \quad \text{для } i \geq 2. \end{cases}$$

В статье [5] доказано, что ряд (4) сходится при $t \in [-\tau, \tau]$, где

$$\begin{aligned} \tau(\Lambda_0) &= \frac{1}{h(\Lambda_0) + \delta}, \\ h_2(\Lambda_0) &= \begin{cases} 1 + h_1^2(\Lambda_0), & \text{если } h_1(\Lambda_0) > 1, \\ 2 & \text{в противном случае,} \end{cases} \\ h_1(\Lambda_0) &= |\Lambda_0|, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta > 0$ – заданная малая величина.

Изначально полагается $\Lambda_0 = 0$ по начальному условию (3). Далее вычисляется положительный шаг интегрирования по формулам (5). Суммирование в формуле (4) идет до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$|\Lambda_i t^i| < \varepsilon_p, \quad (6)$$

где ε_p — величина заданной точности по ряду. При этом для неравенства (6) пропускаются члены, где

$$\Lambda_i = 0.$$

Тогда мы получим аппроксимирующий полином $x_{app}(t)$ функцию $x(t)$ на отрезке интегрирования $[0, \tau]$. Далее переносим начальное условие как

$$\Lambda_0 = x_{app}(\tau)$$

и повторяем численную процедуру.

Исходя из формул (5)

$$\tau(\Lambda_0) = O\left(\frac{1}{\Lambda_0^2}\right)$$

при $\Lambda_0 \rightarrow \infty$.

Тогда описанный метод можно использовать для локализации вертикальной асимптоты

$$t = T_{as}. \quad (7)$$

При этом шаги интегрирования будут сколь угодно малыми в окрестности рассматриваемой асимптоты, поскольку момент времени (7) не принадлежит любым отрезкам сходимости ряда (4).

Следовательно, вычисления необходимо останавливать тогда, когда

$$\tau(\Lambda_0) < \varepsilon_c,$$

где ε_c — заданная точность, определяющая окончание рассматриваемого итеративного алгоритма.

4. Результаты вычислительного эксперимента

Для проведения вычислительного эксперимента была разработана программа на языке C++. В качестве иллюстрации качества вычислительного процесса в итоге вычислялись приближения не к числу T_{as} , а к числу $2T_{as} = \pi$.

Для вещественных чисел типа `double` величина

$$\varepsilon_p = 10^{-15}.$$

Если выбирать точность $\varepsilon_c = 10^{-4}$ то мы за 97 шагов интегрирования найдем 1 правильный знак после точки у числа π . При $\varepsilon_c = 10^{-10}$ то за 99990 итераций мы найдем 4 правильных знака после точки у числа π . График приближения решения к асимптоте (7) показан на рис. 1.

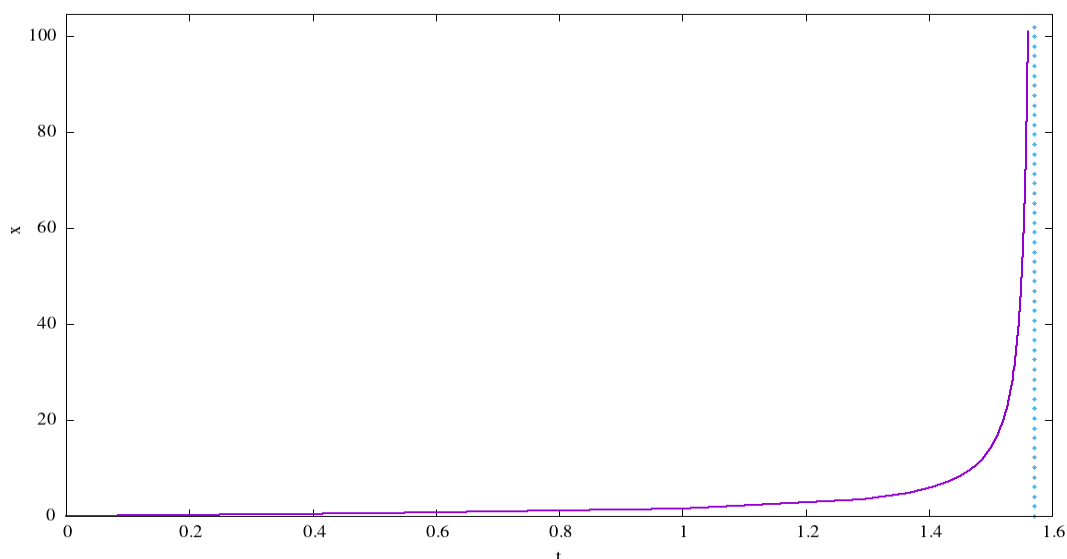


**Рис. 1. График приближения решения системы (1)
к асимптоте (7) для начального условия (3)**

5. Заключение

В докладе рассмотрена теорема существования вертикальной асимптоты решения многомерной динамической системы, а также численный метод локализации вертикальной асимптоты для одномерной системы. Приложением описанного метода является вычисление числа Π с некоторой точностью. Приведен график решения системы и положения асимптоты.

Список использованных источников

1. Pchelintsev, A. N. On a High-Precision Method for Studying Attractors of Dynamical Systems and Systems of Explosive Type / A. N. Pchelintsev // *Mathematics*. – 2022. – V. 10, No. 8(1207). – 12 pp. arXiv: 2206.08195.
2. Жуковский, Е. С. О параметрическом задании решения дифференциального уравнения и его приближенном построении / Е. С. Жуковский // *Известия высших учебных заведений. Математика*. – 1996. – № 4. – С. 31 – 34.
3. Жуковская, Т. В. О вертикальных асимптотах интегральных кривых обыкновенного дифференциального уравнения / Т. В. Жуковская, Е. А. Молоканова, Д. Л. Стуров // *Вестник Тамбовского государственного технического университета*. – 2011. – Т. 17, № 3. – С. 744 – 751.
4. Gotthans, T. New Class of Chaotic Systems with Circular Equilibrium / T. Gotthans, J. Petrzela // *Nonlinear Dynamics*. 2015. – V. 81. – P. 1143 – 1149.
5. Lozi, R. A New Accurate Numerical Method of Approximation of Chaotic Solutions of Dynamical Model Equations with Quadratic Nonlinearities / R. Lozi, V. A. Pogonin, A. N. Pchelintsev // *Chaos, Solitons & Fractals*. – 2016. – V. 91. – P. 108 – 114.

Московский физико-технический институт
(Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия
e-mail: roman.repeev@gmail.com

О ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯХ В АЛГЕБРАХ ИНВЕРСНЫХ ПОЛУГРУПП

Аннотация. В работе рассматриваются дифференцирования в алгебрах инверсных полугрупп специального вида, построенных на двух группах, связанных гомоморфизмом. Используя известные конструкции и утверждения для групповых алгебр, строится группоид, алгебра характеров на котором изоморфна алгебре изучаемых дифференцирований.

Ключевые слова: ассоциативные алгебры, дифференцирования, инверсные полугруппы, группоид присоединенного действия, характеры на группоиде.

1. Введение

Определение 1. Пусть G, H – группы, $\varphi: G \rightarrow H$ – гомоморфизм. Тогда отображение $\tilde{\varphi}: G \sqcup H \rightarrow G \sqcup H$ задается так: $\tilde{\varphi}(g) = g$, если $g \in H$ и $\tilde{\varphi}(g) = \varphi(g)$, если $g \in G$.

Определение 2. Пусть G, H – группы, $\varphi: G \rightarrow H$ – гомоморфизм. Тогда специальной полугруппой $I = G \sqcup_{\varphi} H$ назовем полугруппу с носителем $G \sqcup H$ и операцией $g \circ h = g \cdot_G h$, если $g, h \in G$ и $g \circ h = \tilde{\varphi}(g) \cdot_H \tilde{\varphi}(h)$ иначе.

Заметим, что $\tilde{\varphi}(g) = g \circ e_H$, где e_H – единица группы H .

В дальнейшем будем считать, что мы зафиксировали некоторые группы G, H и гомоморфизм φ , а также обозначение $I = G \sqcup_{\varphi} H$.

Определение 3. Полугрупповой алгеброй $\mathbb{C}[I]$ назовем пространство линейных комбинаций $u = \sum_{g \in I} \lambda^u_g g$ с комплексными коэффициентами λ^u_g и конечным числом ненулевых слагаемых.

Сразу из определения операции в I можно отметить следующее.

Утверждение 1. Если $u = v \circ p$ или $u = p \circ v$, где $v \in \mathbb{C}[I], p \in H$, то для любого $h \in G$ выполняется $\lambda^u_h = 0$.

Также несложно убедиться в справедливости следующего утверждения.

Утверждение 2. Обе групповые единицы e_G и e_H коммутируют со всеми элементами $\mathbb{C}[I]$.

Определение 4. Дифференцированием в $\mathbb{C}[I]$ назовем линейный оператор $d: \mathbb{C}[I] \rightarrow \mathbb{C}[I]$, для которого выполняется тождество Лейбница:

$$\forall u, v \in \mathbb{C}[I] \quad d(u \circ v) = d(u) \circ v + u \circ d(v).$$

В дальнейшем будем обозначать как d произвольное дифференцирование в $\mathbb{C}[I]$. Наша задача – исследовать структуру этих дифференцирований

и построить подходящую категорию для их изучения в терминах характеров на построенной категории.

Для коэффициентов дифференцирования будем использовать следующую нотацию:

$$d(u) = \sum_{h \in I} d^u_h h, \text{ т.е. } d^u_h = \lambda^{d(u)}_h.$$

2. Исследование дифференцирований

Все дальнейшие рассуждения будем проводить для элементов I . На элементы $\mathbb{C}[I]$ они естественно переносятся по линейности.

Утверждение 3. Для $e \in \{e_G, e_H\}$ выполняется $d(e) = 0$.

Доказательство. В обоих случаях в силу Утверждения 2 имеем

$$d(e) = d(e \circ e) = d(e) \circ e + e \circ d(e) = 2d(e) \circ e.$$

Если $e = e_G$, то $d(e) = 2d(e) \circ e = 2d(e)$, откуда $d(e) = 0$.

Если $e = e_H$, то $d(e) = 2d(e) \circ e = 2\tilde{\varphi}(d(e))$. Из этого следует, что $\lambda^{d(e)}_a = 0$ для $a \in G$, т.е. $\tilde{\varphi}(d(e)) = d(e)$. Тогда $d(e) = 2d(e)$, откуда $d(e) = 0$.

Утверждение 4. Для любого дифференцирования d в I верно

$$\forall p \in H, a \in G \quad d^p_a = 0. \quad (1)$$

Доказательство. $d(p) = d(p \circ e_H) = d(p) \circ e_H + p \circ d(e_H) = d(p) \circ e_H$.

Тогда утверждение верно в силу Утверждения 1.

Далее под $\varphi^{-1}(p)$ имеется в виду полный прообраз p при гомоморфизме. Это множество может быть пустым.

Лемма 1. Для любого дифференцирования d в I выполняется

$$\forall a \in G, p \in H \quad d^{\varphi(a)}_p = d^a_p + \sum_{b \in \varphi^{-1}(p)} d^a_b. \quad (2)$$

Доказательство. Заметим следующее:

$$d(\varphi(a)) = d(a \circ e_H) = d(a) \circ e_H = \tilde{\varphi}(a).$$

Распишем $d(a)$, сгруппировав слагаемые из G по их образу под действием гомоморфизма:

$$d(a) = \sum_{q \in \text{Im } \varphi} (\sum_{b \in \varphi^{-1}(q)} d^a_b b + d^a_q q) + \sum_{r \notin \text{Im } \varphi} d^a_r r.$$

Тогда

$$d(\varphi(a)) = \tilde{\varphi}(a) = \sum_{q \in \text{Im } \varphi} (\sum_{b \in \varphi^{-1}(q)} d^a_b + d^a_q) q + \sum_{r \notin \text{Im } \varphi} d^a_r r,$$

откуда следует $d^{\varphi(a)}_p = d^a_p + \sum_{b \in \varphi^{-1}(p)} d^a_b$, если $p \in \text{Im } \varphi$, либо $d^{\varphi(a)}_p = d^a_p$ иначе. Заметим, что во втором случае равенство также имеет вид (2), так как тогда $\varphi^{-1}(p)$ пусто и слагаемое равно нулю.

Теперь получим общую формулу дифференцирования. Для этого рассмотрим произвольные $u, v \in I$ и распишем тождество Лейбница для их произведения $d(u \circ v) = \sum_{h \in I} d^{u \circ v}_h h = d(u) \circ v + u \circ d(v)$, т.е.

$$\sum_{h \in I} d^{u \circ v}_h h = \sum_{h' \in I} d^u_{h'} h' \circ v + \sum_{h'' \in I} d^v_{h''} u \circ h''.$$

Равенство выполняется тогда и только тогда, когда равны коэффициенты слева и справа при всех элементах I . Приравняем члены справа к h и рассмотрим возможные случаи.

Пусть $h = h' \circ v$. Если $h \in G$, то это равносильно $h', v \in G$ и $h' = hv^{-1}$.

Если же $h \in H$, то возможны разные случаи. Если $h', v \in H$, то $h' = hv^{-1}$. Если $h' \in G, v \in H$, то $h = \varphi(h')v \Leftrightarrow h' \in \varphi^{-1}(hv^{-1})$. Если $h' \in H, v \in G$, то $h = h'\varphi(v) \Leftrightarrow h' = h\varphi(v^{-1})$.

Для $h = u \circ h''$ аналогично имеем $h \in G \Leftrightarrow h'' = u^{-1}h$, а $h \in H$ равносильно одному из двух: $u \in H \Leftrightarrow h'' = u^{-1}h$ или $h'' \in \varphi^{-1}(u^{-1}h)$, $u \in H \Leftrightarrow h'' = \varphi(u^{-1})h$.

Соберем полученные результаты в одну формулу, здесь [условие] равно 1, если условие выполнено и 0 иначе:

$$\begin{aligned} d^{u \circ v}_h = & [u \in G] \cdot ([h \in G] \cdot d^v_{u^{-1}h} + [h \in H] \cdot d^v_{\varphi(u^{-1})h}) + \\ & + [v \in G] \cdot ([h \in G] \cdot d^u_{hv^{-1}} + [h \in H] \cdot d^u_{h\varphi(v^{-1})}) + \\ & + [u \in H] \cdot [h \in H] \cdot \left(d^v_{u^{-1}h} + \sum_{c \in \varphi^{-1}(u^{-1}h)} d^v_c \right) + \\ & + [v \in H] \cdot [h \in H] \cdot \left(d^u_{hv^{-1}} + \sum_{c \in \varphi^{-1}(hv^{-1})} d^u_c \right). \end{aligned}$$

Рассмотрим слагаемое в третьей строчке. Если $v \in H$, то, согласно (1), $d^v_c = 0$, поэтому выражение равно $d^v_{u^{-1}h}$. Если же $v \in G$, то в силу (2) выражение равно $d^{\varphi(v)}_{u^{-1}h}$. В обоих случаях выражение равно $d^{\tilde{\varphi}(v)}_{u^{-1}h}$. Аналогичное верно для последней строчки. С учетом этого, преобразуем формулу:

$$\begin{aligned} d^{u \circ v}_h = & [u \in G] \cdot ([h \in G] \cdot d^v_{u^{-1}h} + [h \in H] \cdot d^v_{\varphi(u^{-1})h}) + \\ & + [v \in G] \cdot ([h \in G] \cdot d^u_{hv^{-1}} + [h \in H] \cdot d^u_{h\varphi(v^{-1})}) + \\ & + [h \in H] \cdot ([u \in H] \cdot d^{\tilde{\varphi}(v)}_{u^{-1}h} + [v \in H] \cdot d^{\tilde{\varphi}(u)}_{hv^{-1}}). \end{aligned}$$

Перепишем формулу в ином виде. Например, для $u, v \in G$ имеем

$$d^{uv}_h = [h \in G] \cdot (d^v_{u^{-1}h} + d^u_{hv^{-1}}) + [h \in H] \cdot (d^v_{\varphi(u^{-1})h} + d^u_{h\varphi(v^{-1})}).$$

Рассмотрим $h \in G$. Обозначим $u^{-1}h = a, hv^{-1} = b$, тогда $h = ua = bv$. Тогда

$$d^{uv}_{ua=bv} = d^v_a + d^u_b.$$

Сделаем аналогично для $h \in H$, получаем

$$d^{uv}_{\varphi(u)p=q\varphi(v)} = d^v_p + d^u_q.$$

Проделив подобные преобразования для всех возможных расположений u и v , получим следующие соотношения (везде считается, что $a, b \in G, p, q \in H$):

$$u, v \in G \quad d^{uv}_{ua=bv} = d^v_a + d^u_b; \quad (3)$$

$$u, v \in G \quad d^{uv}_{\varphi(u)p=q\varphi(v)} = d^v_p + d^u_q; \quad (4)$$

$$u \in G, v \in H \quad d^{\varphi(u)v}_{\varphi(u)p=qv} = d^v_p + d^{\varphi(u)}_q; \quad (5)$$

$$u \in H, v \in G \quad d^{u\varphi(v)}_{up=q\varphi(v)} = d^{\varphi(v)}_p + d^u_q; \quad (6)$$

$$u, v \in H \quad d^{uv}_{up=qv} = d^v_p + d^u_q. \quad (7)$$

Утверждение 5. Соотношения (5), (6) являются частными случаями (7).

Утверждение 6. При условии (2), соотношение (4) следует из (3) и (7).

Доказательство. Используя условие (2), выразим в соотношении (4) $d^v_p = d^{\varphi(v)}_p - \sum_{c \in \varphi^{-1}(p)} d^v_c$ и остальные коэффициенты аналогично. Получим

$$\begin{aligned} & d^{\varphi(u)\varphi(v)}_{\varphi(u)p=q\varphi(v)} - \sum_{a \in u\varphi^{-1}(p)=\varphi^{-1}(q)v} d^{uv}_a = \\ & = d^{\varphi(u)}_q - \sum_{b \in \varphi^{-1}(q)} d^u_b + d^{\varphi(v)}_p - \sum_{c \in \varphi^{-1}(p)} d^v_c. \end{aligned}$$

Перенесем и сгруппируем слагаемые:

$$\begin{aligned} & d^{\varphi(u)\varphi(v)}_{\varphi(u)p=q\varphi(v)} - d^{\varphi(v)}_p - d^{\varphi(u)}_q = \\ & = \sum_{b \in \varphi^{-1}(p), c \in \varphi^{-1}(q)} (d^{uv}_{uc=bv} - d^v_c - d^u_b). \end{aligned}$$

Левая часть уравнения равна нулю вследствие (7), а правая – вследствие (3). Таким образом, равенство доказано.

Итак, для дифференцирования в $\mathbb{C}[I]$ имеется 4 вида коэффициентов: два «чистых», т.е. d^a_b и d^p_q для $a, b \in G, p, q \in H$; и два смешанных, т.е. d^p_a и d^a_p . Смешанные коэффициенты вида d^p_a равны нулю, согласно (1), а вида d^a_p выражаются через чистые по формуле (2). Таким образом, если для дифференцирования заданы чистые коэффициенты, оно полностью определено. Более того, в некотором смысле это верно в обратную сторону.

Лемма 2. Пусть d – некоторый линейный оператор над $\mathbb{C}[I]$. Тогда выполнение для него тождества Лейбница равносильно выполнению соотношений (1) – (3) и (7).

Доказательство. Совокупность рассуждений выше, в частности, выводит из тождества Лейбница для d все требуемые условия.

С другой стороны, заметим, что для получения соотношений (3) – (7), помимо общих свойств операции $\circ$, использовались только соотношения (1) и (2), и все преобразования были равносильными. Поэтому, при наличии этих условий, можно провести все рассуждения в обратную сторону, получив утверждение о выполнении правила Лейбница для d . Далее, согласно Утверждениям 5 и 6, соотношения (3) – (7) можно получить из (3) и (7) (при выполнении (1) и (2)). Поэтому следствие в обратную сторону доказано.

3. Построение категории

Теперь мы построим для изучаемых дифференцирований подходящую категорию, основываясь на группоиде присоединенного действия для групповых алгебр, описанном в Главе 2 диссертации [1]. Вначале опишем его структуру.

Определение 5. Для группы G рассмотрим малую категорию (группоид присоединенного действия) Γ_G с $Obj(\Gamma) = G$, т.е. объектами категории будут элементы группы. Множество морфизмов (или стрелок) зададим как $Hom(\Gamma_G) = \{(u, v) \mid u, v \in G\}$. При этом стрелка $\phi = (u, v)$ ведет из начала $s(\phi) = v^{-1}u$ в конец $t(\phi) = uv^{-1}$. Морфизмы $\phi = (u_1, v_1)$ и $\psi = (u_2, v_2)$ называются компонируемыми, если $t(\phi) = s(\psi)$, тогда определена их композиция $\psi \circ \phi = (v_2 u_1, v_2 v_1)$.

Определение 6. Характером на группоиде Γ_G назовем функцию $\chi: Hom(\Gamma_G) \rightarrow \mathbb{C}$, такую, что для любой пары компонируемых морфизмов ϕ, ψ выполняется соотношение $\chi(\psi \circ \phi) = \chi(\psi) + \chi(\phi)$.

Определение 7. Характер χ называется локально финитным, если для любого $v \in G$ выполняется $\chi(u, v) = 0$ почти всегда, т.е. для всех $u \in G$, кроме конечного числа.

Построенная конструкция позволяет говорить о дифференцированиях в $\mathbb{C}[G]$ в терминах характеров на Γ_G . А именно, всякому дифференцированию d ставится в соответствие характер $\chi(u, v) := d^v_u$, причем такое соответствие задает изоморфизм следующих алгебр Ли: алгебры $Der(\mathbb{C}[G])$ дифференцирований в $\mathbb{C}[G]$ и алгебры $X(\Gamma_G)$ локально финитных характеров на Γ_G .

Для нашего случая полугруппы $I = G \sqcup_{\varphi} H$ построим группоид $\Gamma = \Gamma_G \sqcup \Gamma_H$, являющийся дизъюнктивным объединением группоидов для двух групп (стрелок между ними нет). Характеры на нем соответствуют дифференцированиям в $\mathbb{C}[I]$, о чем говорит следующая теорема.

Теорема. Пусть $I = G \sqcup_{\varphi} H$; Γ_G, Γ_H – группоиды присоединенного действия для групп G, H , а $\Gamma = \Gamma_G \sqcup \Gamma_H$. Тогда

$$\text{Der}(\mathbb{C}[I]) \cong X(\Gamma_G) \oplus X(\Gamma_H) \cong X(\Gamma),$$

где изоморфизм $f: \text{Der}(\mathbb{C}[I]) \cong X(\Gamma_G) \oplus X(\Gamma_H)$ задается естественно:

$$d \mapsto (\chi^G, \chi^H),$$

где $\chi^G(b, a) = d^a_b, \chi^H(q, p) = d^p_q$.

Доказательство. Рассмотрим отображение f , описанное выше. То, что $\chi^{G,H}$ являются локально финитными характерами, следует из выполнения (3), (7) для d .

Найдем $\text{Ker } f$. Пусть (χ^G, χ^H) – пара нулевых характеров. Тогда в произвольном d , образом которого является данная пара, чистые коэффициенты d^u_v для $u, v \in G$ или $u, v \in H$ равны нулю. Тогда равны нулю и смешанные коэффициенты, согласно (1) и (2). Таким образом, прообразом нулевого характера является только нулевое дифференцирование, т.е. ядро f тривиально. Следовательно, f инъективно.

Покажем, что f сюръективно. Действительно, у любой пары (χ^G, χ^H) локально финитных характеров есть прообраз. А именно, это линейный оператор d , заданный следующим образом: $d^a_b = \chi^G(b, a)$ для $a, b \in G$; $d^p_q = \chi^H(q, p)$ для $p, q \in H$; для $a \in G, p \in H$ $d^p_a = 0$, а d^a_p определяется из соотношения (2).

Из построения для d выполняются условия (1) и (2), а выполнение условий (3) и (7) следует из того, что $\chi^{G,H}$ являются характерами. Тогда Лемма 2 говорит, что d действительно является дифференцированием.

4. Заключение

Была получена общая формула для дифференцирований в исследуемых полугрупповых алгебрах и построен группоид для исследования дифференцирований в терминах соответствующих характеров. Полученная конструкция позволяет перенести многие утверждения из случая групповых алгебр.

Полученные результаты потенциально могут быть приложены к изучению более общего случая инверсных полугрупп, а также (σ, τ) -дифференцирований.

Список использованных источников

1. Арутюнов, А. А. О дифференцированиях в групповых алгебрах и других алгебраических структурах / А. А. Арутюнов. – М. : ПОСТЕР-МГУ, 2023. – 278 с.

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛИ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ УБЕЖДЕНИЙ В ДУОПОЛИИ КУРНО

Аннотация. В докладе представлен пример нахождения равновесий в модели дуополии Курно с асимметричной информированностью фирм, для описания которой используется модель топологического представления убеждений. Для нахождения равновесий предложен принцип выбора стратегии фирмой в олигополии Курно на основании имеющейся у нее информации, произведены вычисления оптимальных выпусков двух фирм в конкретной модели, а также найдены равновесные выпуски и полезности фирм в зависимости от значения истинного объема рынка.

Ключевые слова: знание, топология, модальная логика, теория игр.

1. Введение

При исследовании взаимодействий между элементами активных систем значительную роль играет теоретико-игровой подход, позволяющий моделировать различные ситуации и предсказывать действия элементов, как обладающих полной информацией относительно моделируемой ситуации (такие ситуации обычно рассматриваются в рамках классической теории игр), так и обладающих неполной и даже асимметричной информированностью [1]. В последнем случае приобретает особое значение возможность описывать убеждения элементов относительно каких-либо параметров игры, в которой они участвуют, поскольку убеждения напрямую могут влиять на принятие решений.

При моделировании информированности агентов довольно естественно возникает связь с исследованиями в области эпистемической модальной логики, в которых рассматриваются различные модели, позволяющие описать знания относительно различных утверждений, а также свойства этих моделей.

В последнее время в этой области популярность обрел так называемый топологический подход [2, 3] к описанию информированности, основанный на построении топологического пространства на множестве всех возможных миров. Под множеством всех возможных миров в данной интерпретации понимается множество всех состояний игры, реальность которых могут предполагать агенты. При этом действительно реальным считается лишь один из миров.

Использование аппарата модальной логики для моделирования информированности в многоагентных системах является известным подходом [4], однако применение топологических моделей для этих целей несправедливо обделе-

но вниманием в современных работах по этой теме, несмотря на некоторые преимущества: как в описательной способности, так и алгоритмические. Восполнить данный пробел в том числе призвана эта работа.

2. Предлагаемая модель

Для определения убеждений агентов относительно различных утверждений используется множество возможных миров, т.е. потенциальных состояний системы, мнение агентов относительно которой нас интересует (так, например, для подбрасывания монеты существует два возможных мира: мир, где выпал орел, и мир, где выпала решка). Так же задается множество элементарных утверждений, для которых истинность в различных мирах определяется априорно, т.е. с помощью вспомогательной функции, характеризующей состояние данной системы. Для всех утверждений, получаемых из элементарных, в том числе и с помощью оператора убеждения, истинность определяется рекурсивно в соответствии с правилами модели топологического представления убеждений.

На основании данной модели анализируется поведение агентов в игре, где информированность относительно параметров игры задается с помощью топологического представления убеждений. В данной работе считаем, что агенты руководствуются принципом максимального гарантированного результата. Для этого принципа агенты выбирают стратегию x_i^* по правилу

$$x_i^* \in \arg \max_{x_i} \inf_{\theta} u_i(x_i, x_{-i}, \theta),$$

где x_{-i} – профиль стратегий остальных агентов; θ – неизвестный параметр; $u_i(x_i, x_{-i}, \theta)$ – функция полезности i -го игрока. При этом параметр θ минимизируется по всему множеству своих возможных значений. Но с учетом наличия информации у агента относительно значения θ имеет смысл ограничить множество, по которому происходит минимизация функции полезности до множества миров (значений θ), для которых агент не убежден в ложности этого значения.

3. Формализация модели

Для некоторого множества X топологией называется семейство его подмножеств τ , если для него выполнены условия:

1. $\emptyset \in \tau, X \in \tau$.
2. $\forall \{A_i\} \subset \tau: \bigcup_i A_i \in \tau$.
3. $\forall \{A_i\}_{i=1}^n \subset \tau: \bigcap_{i=1}^n A_i \in \tau$.

При этом множество называется открытым, если оно является элементом топологии. Если же дополнение множества содержится в топологии, оно называется замкнутым.

Истинность утверждения φ в модели $\mathcal{M}$ в мире $x \in X$ обозначается так: $\mathcal{M}, x \models \varphi$.

В таком случае модальный оператор убеждения K_i определяется следующим образом:

$$\mathcal{M}, x \models K_i \varphi \Leftrightarrow (\exists U \in \tau_i)(x \in U, \forall y \in U: \mathcal{M}, y \models \varphi).$$

При этом истинность отрицания и конъюнкции формул определяется естественным путем.

Множество истинности $[\varphi]$ означает множество миров, где утверждение φ является истинным.

Внутренность множества $Int_{\tau_i}(X)$ определяется как наибольшее открытое подмножество X .

4. Теоретико-игровая интерпретация

В соответствии с принципом, описанным выше, был предложен следующий способ выбора стратегии i -м агентом:

$$x_i^* \in \arg \max_{x_i} \inf_{\theta \in \Theta} u_i(x_i, x_{-i}, \theta),$$

где множество Θ – пересечение всех таких множеств $U_l \in \tau_i$, которые содержат в себе истинное значение θ^* .

Обоснуем выбор именно такого множества. Допустим, истинным является мир θ^* . В таком случае $\forall \theta \notin \bigcap_l U_l$, мы сможем найти такое U_l (если бы такого множества не существовало, θ принадлежало бы пересечению), что $\mathcal{M}, x \models \neg \hat{\theta} \forall x \in U_l$, где $\hat{\theta}$ – утверждение, что параметр имеет значение θ . По определению модального оператора, агент убежден в том, что параметр не равен θ , а значит, не имеет смысла его учитывать при минимизации.

При этом, если $\theta \in \bigcap_l U_l: \forall x \in U_l, \mathcal{M}, x \not\models K_i \neg \hat{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}, \theta^* \models \neg K_i \neg \hat{\theta}$. Это свойство не позволяет нам сузить множество минимизации параметра еще сильнее.

5. Пример олигополии Курно

В случае олигополии Курно мы имеем дело с определенным видом функции полезности фирм, выступающих в качестве игроков:

$$u_i(q_i, q_{-i}, A) = (A - Q_{-i} - q_i)q_i - \frac{q_i^2}{r_i},$$

где $q = (q_i, q_{-i})$ – профиль выпусков фирм; A – неизвестный фирмам параметр объема рынка, относительно которого фирмы имеют какую-то информацию; Q_{-i} – суммарный выпуск всех фирм, кроме i .

Для такой функции полезности при использовании принципа выбора стратегии, описанного выше, получим следующие выражения:

$$\tilde{A}_i \in \arg \inf_{A \in \cap U_i(A^*)} u_i(q_i, q_{-i}, A),$$

$$q_i^* = \arg \max_q q(\tilde{A}_i - Q_{-i}) - q_i^2 - \frac{q_i^2}{r_i}.$$

Можно заметить, что функция полезности линейна по $\tilde{A}_i$, а значит, на самом деле агенты выбирают этот параметр следующим образом:

$$\tilde{A}_i \in \arg \inf_{A \in \cap U_i(A^*)} A.$$

Оптимальные выпуски в мире A^* ищутся по следующим формулам:

$$q_i^* = \frac{r_i}{2(1+r_i)} \begin{cases} \tilde{A}_i - Q_{-i}, & Q_{-i} < \tilde{A}_i \\ 0, & Q_{-i} \geq \tilde{A}_i \end{cases}.$$

6. Пример двух топологий

Теперь продемонстрируем принцип поиска равновесий в таких ситуациях на примере дуополии Курно со следующими топологиями обеих фирм при возможных объемах рынка $A \in (0,1]$:

$$\tau_1 = (\emptyset, (0; 0,25], (0,25; 0,5], (0; 0,5], (0; 1]),$$

$$\tau_2 = \{\emptyset, [0,25; 0,75], [0,33; 0,67], \{0; 5\}, (0; 1]\}.$$

Здесь можно предоставить следующую интерпретацию работы топологической модели (на примере второй топологии). При значении объема рынка 0,5 вторая фирма знает эту величину, при нахождении этого значения на отрезке $[0,33; 0,67]$ вторая фирма убеждена лишь в принадлежности этому отрезку (во всех точках кроме 0,5), для множества $[0,25; 0,75] \setminus [0,33; 0,67]$ убеждение также лишь в принадлежности этому множеству, для остальных значений объема рынка можно считать, что у фирмы отсутствует информация.

Теперь можно воспользоваться формулами, описанными при анализе топологической модели в олигополии Курно:

$$\tilde{A}_1 = \begin{cases} 0, & A^* \in (0; 0,25] \cup (0,5; 1], \\ 0,25, & A^* \in (0,25; 0,5], \end{cases}$$

$$\tilde{A}_2 = \begin{cases} 0, & A^* \in (0; 0,25) \cup (0,75; 1], \\ 0,25, & A^* \in [0,25; 0,33) \cup (0,67; 0,75], \\ 0,33, & A^* \in [0,33; 0,5) \cup (0,5; 0,67], \\ 0,5, & A^* = 0,5. \end{cases}$$

Таким образом, оптимальные выпуски фирм при условии удовлетворения принципу максимального гарантированного результата имеют вид:

$$q_1^* = \frac{r_1}{2(1+r_1)} \begin{cases} 0, & A^* \in (0; 0,25) \cup (0,5; 1] \text{ и } q_2^* < 0,25, \\ 0,25 - q_2^*, & A^* \in (0,25; 0,5] \text{ и } q_2^* < 0,25, \\ 0, & \forall A^* \in (0; 1] \text{ если } q_2^* \geq 0,25, \end{cases}$$

$$q_2^* = \frac{r_2}{2(1+r_2)} \begin{cases} 0, A^* \in (0; 0,25) \cup (0,75; 1], \\ 0,25 - q_1^*, A^* \in [0,25; 0,33) \cup (0,67; 0,75], 0 \text{ если } q_1^* > 0,25, \\ 0,33 - q_1^*, A^* \in [0,33; 0,5) \cup (0,5; 0,67], 0 \text{ если } q_1^* > 0,33, \\ 0,5 - q_1^*, A^* = 0,5; 0 \text{ если } q_1^* > 0,5. \end{cases}$$

В случае бездействия фирмы-конкурента эти выпуски имеют зависимости, предоставленные на рис. 1 и 2.

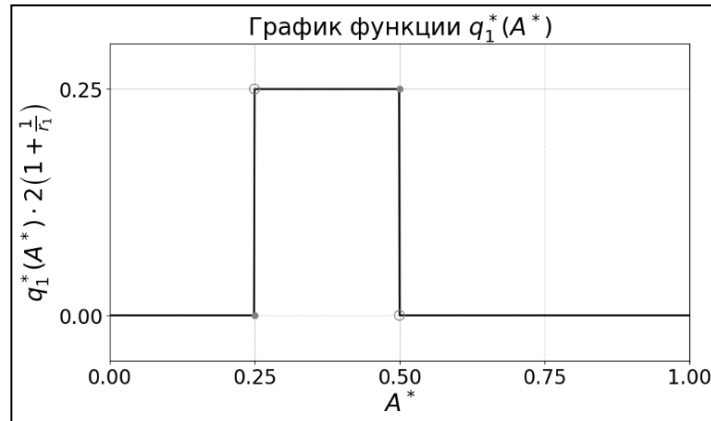


Рис. 1. Зависимость равновесного выпуска первой фирмы от A^*

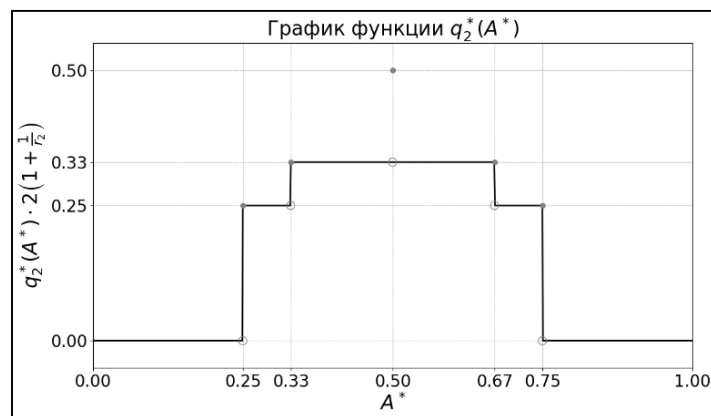


Рис. 2. Зависимость равновесного выпуска второй фирмы от A^*

7. Результаты

Для нахождения равновесий по предоставленным зависимостям были рассмотрены случаи и получен следующий результат:

$$A^* \in (0; 0,25) \cup (0,75; 1] \Rightarrow (q_1^*, q_2^*) = (0; 0),$$

$$A^* \in \{0,25\} \cup (0,67; 0,75] \Rightarrow q_1^* = 0, q_2^* = \frac{0,25r_2}{2(1+r_2)},$$

$$A^* \in (0,25; 0,33) \Rightarrow \begin{cases} q_1^* = \frac{(r_2 + 2)r_1}{4(3r_1r_2 + 4r_1 + 4r_2 + 4)}, \\ q_2^* = \frac{(r_1 + 2)r_2}{4(3r_1r_2 + 4r_1 + 4r_2 + 4)} \end{cases},$$

$$A^* \in [0,33; 0,5) \Rightarrow \begin{cases} q_1^* = \frac{(r_2 + 3)r_1}{6(3r_1r_2 + 4r_1 + 4r_2 + 4)} \\ q_2^* = \frac{(5r_1 + 8)r_2}{12(3r_1r_2 + 4r_1 + 4r_2 + 4)} \end{cases},$$

$$A^* = 0,5 \Rightarrow \begin{cases} q_1^* = \frac{r_1}{2(3r_1r_2 + 4r_1 + 4r_2 + 4)} \\ q_2^* = \frac{r_2(3r_1 + 4)}{4(3r_1r_2 + 4r_1 + 4r_2 + 4)} \end{cases},$$

$$A^* \in (0,5; 0,67] \Rightarrow q_1^* = 0, \quad q_2^* = \frac{0,33r_2}{2(1 + r_2)}.$$

Для иллюстрации полученных результатов сделаем допущение о равенстве коэффициентов в издержках для двух фирм и проследим зависимости изменения равновесных полезностей фирм от истинного значения объема рынка. Данные зависимости были вычислены для двух случаев: в первом параметр $r = r_1 = r_2 = 1$, во втором вычислены полезности при стремлении r к бесконечности, т.е. в случае, где производственными издержками можно пренебречь. Эти результаты предоставлены на рис. 3 и 4.

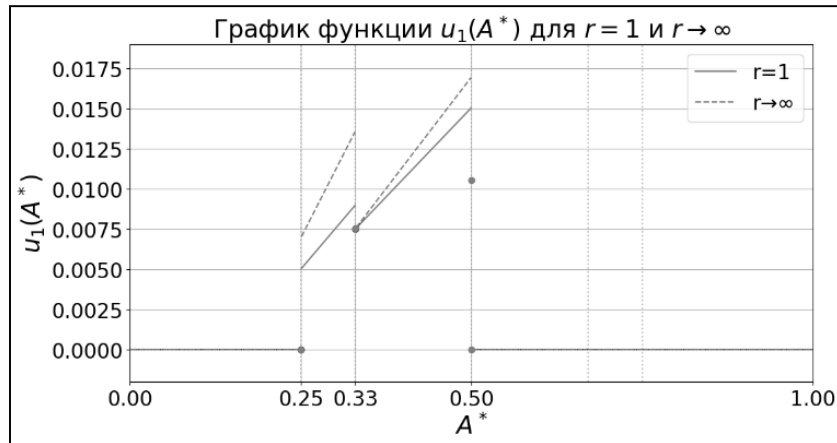


Рис. 3. Зависимость полезности первой фирмы от A^* для двух видов r

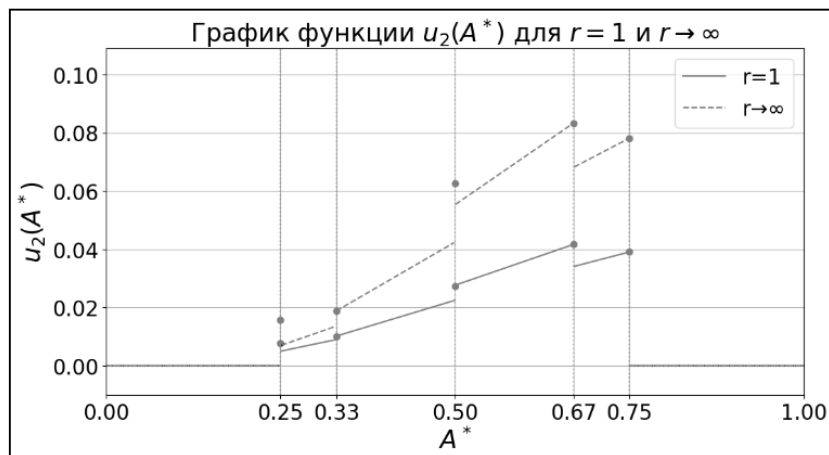


Рис. 4. Зависимость полезности второй фирмы от A^* для двух видов r

8. Заключение

Был продемонстрирован подход к нахождению равновесий в дуополии Курно, где убеждения фирм описываются с помощью модели топологического представления убеждений. Найденные зависимости подчеркивают важность подробного рассмотрения граничных точек элементов топологии, поскольку, как показала практика, выпуски и полезности фирм в равновесиях могут иметь разрывы первого рода именно в граничных точках топологий. Однако, если рассматривать элементарные множества топологии, то на них такие функции являются непрерывными по переменной истинного значения объема рынка.

Список использованных источников

1. Harsanyi, J. C. Games with Incomplete Information Played by “Bayesian” Players, I-III, Part I. The Basic Model / J. C. Harsanyi // Management Science. – 1967. – P. 159 – 182.
2. A Topological Approach to Full Belief / A. Baltag, N. Bezhanishvili, A. Ozgun, S. Smets // Journal of Philosophical Logic. – 2018. – No. 48. – P. 205 – 244.
3. Baltag, A. Topological Evidence Logics: Multi-Agent Setting / A. Baltag, N. Bezhanishvili, S. F. Gonzalez // Language, Logic, and Computation. – 2022. – P. 237 – 257.
4. van Benthem, J. Logic in Games / J. van Benthem. – Cambridge, MA : The MIT Press, 2014.

УДК 517.97

Р. Р. Ряхимов, М. А. Николаев

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: ryakhimov.rinat@gmail.com

К ВОПРОСУ О СТАБИЛИЗАЦИИ СИСТЕМЫ СТЕНД–КВАДРОКОПТЕР С ПОМОЩЬЮ КОВАРИАЦИОННОГО РЕГУЛЯТОРА

Аннотация. Рассмотрена математическая модель трехосного гироскопического стенда для квадрокоптера. Проведена оценка коэффициента вязкого трения в шарнире стенда. Для верхнего неустойчивого положения системы стенд–квадрокоптер построен оптимальный ковариационный стабилизирующий регулятор. Решение задачи подкреплено нейросетевой моделью YOLOV8 для определения зависимости между силами тяги моторов и ШИМ-сигналами на основе подхода Keypoint Detection.

Ключевые слова: гироскопический стенд, квадрокоптер, ковариационный регулятор, идентификация параметров, компьютерное зрение.

1. Введение

Управление квадрокоптером представляет собой сложную задачу из-за его принципиально нелинейной динамики, сильной связи каналов вращения и поступательного движения, а также высокой чувствительности к внешним возмущениям. Разработка эффективных и робастных систем управления критически важна для обеспечения стабильного полета, точного позиционирования и выполнения автономных задач в реальных условиях [1, 2].

На стадии моделирования и эксперимента выделяют наиболее важные свойства БПЛА, зачастую абстрагируясь от части его характеристик. Использование для этих целей испытательных стендов позволяет установить связь между теоретическими представлениями об особенностях движения БПЛА и его реальным поведением, провести идентификацию, настройку и проверку всех систем управления [2, 3].

При проектировании системы, подверженной случайным возмущениям, целью зачастую является минимизация величины разброса (дисперсий) переменных состояния и управления [4]. Одним из подходов к повышению качества стабилизации БПЛА является минимизация дисперсий управляющих переменных [5, 6]. В настоящей работе рассматривается непрерывный случай синтеза системы управления с фиксированным коэффициентом обратной связи для линейных объектов с белым шумом, где дисперсии состояний замкнутой системы достигают желаемых значений, а ковариации управляющих воздействий минимальны.

Помимо управления полетом, критически важной является задача реального определения ориентации БПЛА. Современные методы компьютерного зрения [7, 8] позволяют оценивать положение аппарата через анализ видеопотока. Нейросетевые подходы, в отличие от традиционных, автоматически выявляют зависимости между визуальными паттернами и угловым положением. В данной работе применяется модель Keypoint Detection, оценивающая угол наклона по взаимному расположению ключевых точек относительно горизонта.

2. Математическая модель системы стенд–квадрокоптер

Уравнения динамики полета БПЛА. Для составления простейшей модели гироскопического испытательного стенда (рис. 1) необходимо знать матрицы инерции соответствующих звеньев и систем звеньев как функции от текущих углов их ориентации в пространстве. Уравнения динамики системы стенд-квадрокоптер будут рассматриваться в стендовой подвижной системе координат, представленной на рис. 1 (оси заданы расположением пар подшипниковых шарниров соответственно стержня, внутреннего и внешнего обручей).

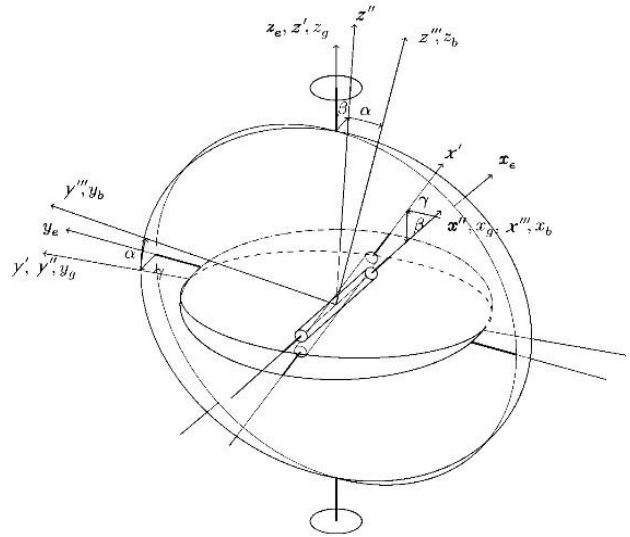


**Рис. 1. Гироскопический испытательный стенд (слева);
стендовая подвижная система координат (справа)**

В качестве предположений будем считать:

- матрицы тензора инерции БПЛА I_b и тензора инерции системы стенд–квадрокоптер J_g считаются диагональными;
- при расчете моментов инерций все звенья заменяются на идеальные аналоги;
- вращение вокруг одной из осей вращения не влияет на остальные.

В таком случае получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} = \frac{M_{bx} + 0,3S_{\alpha}C_{\beta} - 2\mu\dot{\alpha}}{0,02}, \\ \ddot{\beta} = \frac{M_{by}C_{\alpha} - M_{bz}S_{\alpha} + 0,3C_{\alpha}S_{\beta} - 2\mu\dot{\beta}}{0,345 + 0,03C_{\alpha}^2 + 0,02S_{\alpha}^2}, \\ \ddot{\gamma} = \frac{M_{bx}S_{\alpha} + M_{bz}C_{\alpha} - 2\mu\dot{\gamma}}{0,43 + 0,65C_{\beta}^2 + 0,33S_{\beta}^2 + (0,03S_{\alpha}^2 + 0,02C_{\alpha}^2)C_{\beta}^2}, \end{cases} \quad (1)$$

где α, β, γ – углы поворота вокруг осей стендовой системы координат; $S_{\alpha} = \sin \alpha, C_{\alpha} = \cos \alpha$; M_{bx}, M_{by}, M_{bz} – моменты суммарных сил, развиваемых винтами БПЛА, относительно связанной с БПЛА системы координат; μ – коэффициент трения в шарнире. Самая простая система, моделирующая поведение квадрокоптера в окрестности верхнего неустойчивого положения на стенде, задается линейной системой

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} = 15\alpha - 100\mu\dot{\alpha} + 50M_{bx}, \\ \ddot{\beta} = 0,81\beta - 5,4\mu\dot{\beta} + 2,7M_{by}, \\ \ddot{\gamma} = -1,81\mu\dot{\gamma} + 0,905M_{bz}. \end{cases} \quad (2)$$

Оценка коэффициента трения в шарнире. Для оценки коэффициента трения шарниров стенда зафиксируем в стенде положение внутреннего кольца и стержня и в начальный момент времени придадим некоторый неизвестный импульс внешнему кольцу. Система, описывающая динамику системы стенд–квадрокоптер, упрощается до одного уравнения, описывающего вращательное движение вокруг оси Oz_g :

$$J_\gamma \ddot{\gamma} = -2\mu \dot{\gamma}. \quad (3)$$

Общее решение уравнения (3) имеет вид

$$\gamma(t) = C_1 + C_2 e^{C_3 t}, \quad (4)$$

где C_1 и C_2 – константы, определяемые заданными начальными условиями, а $C_3 = \frac{2\mu}{J_\gamma}$. Задача оценивания трения в шарнире сводится к определению постоянных C_1 , C_2 , C_3 . Рассмотрим поведение кривых (рис. 2), описывающих положение внешнего кольца в зависимости от времени. Случаи при $t \rightarrow 0$ и при $t \rightarrow \infty$ позволяют получить оценки параметров C_1 , C_2 методом наименьших квадратов (МНК). При этом оценивать параметр C_3 в ситуации $t \rightarrow 0$ нельзя в силу возможной высокой дисперсии или смещения оценки C_3 . Несложным преобразованием приведем уравнение (4) к виду

$$\ln \left(\frac{\gamma(t) - C_1}{C_2} \right)^2 = -2C_3 t.$$

Оценку параметра C_3 можно также получить методом наименьших квадратов. Кривые с найденными методом наименьших квадратов параметрами неидеально приближают полученные наборы смоделированных данных. Полученные оценки C_1 , C_2 , C_3 можно улучшить методом Левенберга–Марквардта [9]. Полученные кривые с уточненными в результате минимизации параметрами C_1 , C_2 , C_3 позволяют сделать вывод об успешности применения алгоритма (см. рис. 2).

В ходе экспериментов была получена оценка коэффициента трения в шарнире. Заметим, что рассматривался случай вязкого трения. В случае малых угловых скоростей вязкое трение переходит в граничное трение или сухое, поэтому рассматриваемый подход применим лишь для исследования случая немалых угловых скоростей. Случай граничного или сухого трения требует дополнительного исследования.

3. Синтез ковариационного регулятора

Задача: для системы с постоянными коэффициентами, подверженной воздействию внешнего возмущения,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \omega(t), \quad (5)$$

где $x \in R^n$, $u \in R^m$, $\omega \in R^n$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $E[x_0] = 0$, $E[x_0 x_0^T] = X_0$, необходимо синтезировать ковариационный регулятор, стабилизирующий ее

в окрестности нулевого положения равновесия. Цель заключается в решении задачи «назначения ковариации», где стационарная ковариационная матрица переменных состояния системы, замкнутой регулятором в форме обратной связи по состоянию, должна совпадать с заданной желаемой ковариационной матрицей.

Уравнение для ковариационной матрицы $X(t)$ состояния системы (5) при заданном законе управления $u = Kx(t)$ имеет вид

$$\dot{X}(t) = (A + BK)X(t) + X(t)(A + BK)^T + W, \quad (6)$$

где $W = E[\omega^T \omega]$. Если все собственные значения матрицы $(A + BK)$ имеют отрицательные действительные части, то при $t \rightarrow \infty$ решение $X(t)$ сходится к стационарному значению Σ , удовлетворяющему уравнению

$$(A + BK)\Sigma + \Sigma(A + BK)^T + W = 0. \quad (7)$$

Задача состоит в поиске коэффициента обратной связи K , минимизирующего функционал

$$J = \text{tr}(K^T R K \Sigma) \quad (8)$$

при условии (7).

Далее рассмотрен алгоритм синтеза ковариационного регулятора при различных случаях размерности вектора управления.

Размерность вектора управления равен размерности пространства состояния ($\text{rank}(B) = r, r = n$). Для заданной положительно определенной симметричной матрицы Σ коэффициент обратной связи K может быть выражен как

$$K = B^{-1} \left(\frac{1}{2} W \Sigma^{-1} - A \right).$$

Решение задачи оптимизации функционала качества (8) и вывод условий существования оптимального решения K в рассматриваемом случае приведены в работе [5].

Размерность вектора управления меньше размерности пространства состояния ($r < n$). В этом случае основная проблема заключается в том, что при задании произвольной положительно определенной матрицы Σ матрица-решение K может не существовать. С помощью матрицы перехода

$$T = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ B_2 & I_{n-r} \end{bmatrix},$$

где $B_1 \in R^{r \times r}$ – невырожденная матрица, $B_2 \in R^{(n-r) \times r}$, можно получить систему в специальной форме.

Задача: найти матрицу $K = [K_1, K_2]$, минимизирующую функционал (8) при выполнении условий

$$K_1 \Sigma_{11} + K_2 \Sigma_{12}^T + \Sigma_{11} K_1^T + \Sigma_{12} K_2^T + A_{11} \Sigma_{11} + A_{12} \Sigma_{12}^T + \\ + \Sigma_{11} A_{11}^T + \Sigma_{12} A_{12}^T + W_{11} = 0, \quad (9)$$

$$A_{11}\Sigma_{12} + A_{12}\Sigma_{22} + K_1\Sigma_{12} + K_2\Sigma_{22} + \Sigma_{11}A_{21}^T + \Sigma_{12}A_{22}^T + W_{12} = 0, \quad (10)$$

$$A_{21}\Sigma_{12} + A_{22}\Sigma_{22} + \Sigma_{12}A_{21}^T + \Sigma_{22}A_{22}^T + W_{22} = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) не содержит K , следовательно, назначаемая Σ должна удовлетворять (11). Выражая K_2 через (10) и подставляя выражение в (9), получим

$$K_1\Gamma + \Gamma K_1^T + V = 0, \quad (12)$$

$$\Gamma = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{12}^T,$$

$$V = A_{11}\Sigma_{11} + \Sigma_{11}A_{11}^T + A_{12}\Sigma_{12}^T + \Sigma_{12}A_{12}^T + W_{11} - \Sigma_{12}D^T - D\Sigma_{12}^T,$$

$$D = (A_{11}\Sigma_{12} + A_{12}\Sigma_{22} + \Sigma_{11}A_{21}^T + \Sigma_{12}A_{22}^T + W_{12})\Sigma_{22}^{-1}.$$

Если матрица Γ положительно определенная, то решение K_1 для (12) существует. В работе [5] рассмотрены дополнительные условия и ограничения, упрощающие анализ и выбор матрицы Σ , но в рамках настоящей работы приведенных ограничений и условий будет достаточно. Задача может быть решена методом множителей Лагранжа, что приводит к следующей системе:

$$\begin{cases} K_1 = -R^{-1}M, \\ (R\Gamma)M + M(R\Gamma)^T - RVR = 0. \end{cases}$$

Найденная матрица M (матрица множителей Лагранжа) позволяет полностью определить оптимальную матрицу обратной связи K для системы в специальной форме.

4. Результаты численного моделирования

Преобразуем систему (2) к виду (5), введя $q = (\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}, \alpha, \beta, \gamma)^T$. Тогда система в новых переменных с учетом наличия внешних возмущений ω будет иметь вид

$$\dot{q} = Aq + Bu + \omega, \quad (13)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix},$$

$$A_{11} = \text{diag}(-100\mu - 5,4\mu \ 1,81\mu), \ A_{12} = \text{diag}(15 \ 0,81 \ 0),$$

$$A_{21} = I_{3 \times 3}, \ A_{22} = 0_{3 \times 3}, \ B_1 = \text{diag}(50 \ 2,7 \ 0,905), \ B_2 = 0_{3 \times 3}.$$

Решим задачу синтеза ковариационного регулятора, такого, что стационарная ковариационная матрица совпадает с назначенной положительно определенной симметричной матрицей Σ , удовлетворяющей условиям и ограничениям, описанным в предыдущем разделе, а в качестве возмущающего воздействия на систему (13) будем рассматривать белый шум с заданной матрицей интенсивности W [10]:

$$\Sigma = \frac{1}{100000} \begin{bmatrix} 10I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \ W = \frac{1}{100} \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

В силу того, что размерность управляющего воздействия меньше размерности пространства состояний, исходная система требует преобразований, описанных в предыдущем разделе. Прodelав необходимые выкладки, получим следующую матрицу обратной связи K для системы (13):

$$K = \begin{bmatrix} -0,145 & 0 & 0 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0 & -2,693 & 0 & 0 & -4,004 & 0 \\ 0 & 0 & -8,035 & 0 & 0 & -11,05 \end{bmatrix}.$$

Результаты численного моделирования представлены на рис. 2.

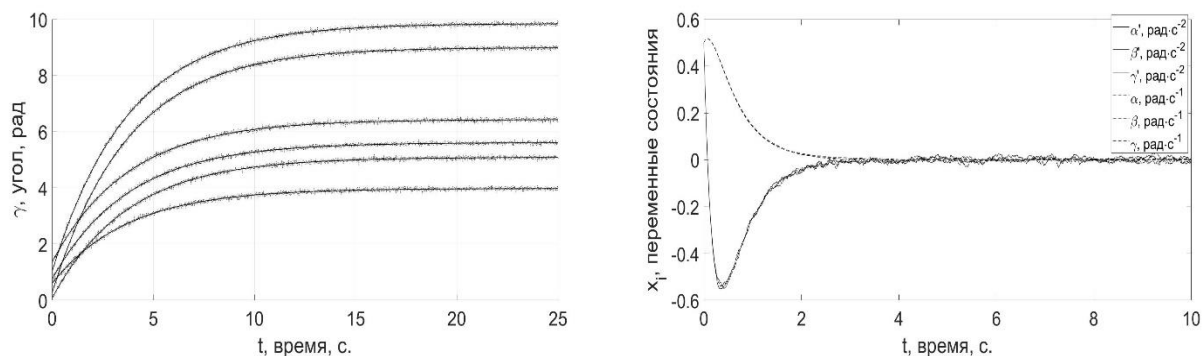


Рис. 2. Приближение экспоненциальными кривыми набора смоделированных данных (слева); графики функций углов и угловых скоростей от времени (справа)

5. Экспериментальная часть

В данном разделе сначала решается задача получения эмпирической модели электродвигателей БПЛА для некоторого диапазона выходного напряжения аккумулятора. Для этого фиксировалось вращение двух колец, и рассматривалось вращение только вокруг стержня, на котором закреплен БПЛА. В зависимости от поданного ШИМ-сигнала на каждый из электродвигателей БПЛА, квадрокоптер отклонялся на некоторый угол и фиксировал свое положение. По углу наклона определялся момент, вырабатываемый электродвигателями, вследствие значительного упрощения системы (1).

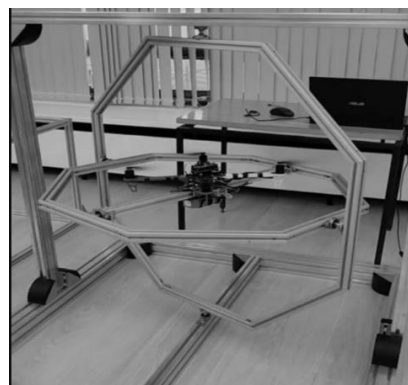
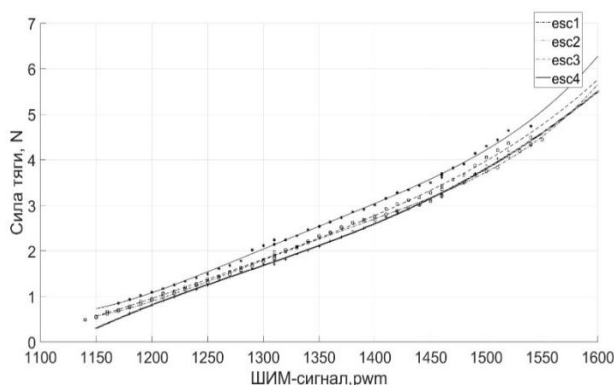


Рис. 3. График зависимости силы тяги от ШИМ-сигналов (слева); процесс стабилизации квадрокоптера в верхнем неустойчивом положении (справа)

Алгоритм оценки угла наклона приведен в разделе 6. Выбор данного подхода обусловлен несколькими причинами:

- на момент решения задачи не была получена математическая модель датчика гироскопа;
- не рассматривается фильтр для обработки показаний с датчика;
- задел на будущее для имплементации камеры на борт квадрокоптера для решения различных прикладных задач.

Наборы данных были приближены полиномами третьей степени (рис. 3). С учетом полученной в предыдущем разделе матрицы обратной связи K была реализована стабилизация в верхнем неустойчивом положении по угловым скоростям на заданной конфигурации квадрокоптера с учетом обратной зависимости ШИМ-сигналов от силы тяги (см. рис. 3). Несмотря на наличие встроенного аппаратного фильтра, можно считать, что полет осуществлялся по «сырым» показаниям с датчика гироскопа.

6. Компьютерное зрение

Также в данной работе мы рассматривали применение методов компьютерного зрения для БПЛА с разработанным регулятором. Задача заключается в оценке угла наклона БПЛА относительно горизонта по видеопотоку в режиме реального времени (камера установлена вне БПЛА) [7].

Подход для данной задачи – keypoint detection, с применением нейросетевых моделей для задач human pose estimation. Выбранная модель для данной задачи – YoloV8 human_pose [8]. В качестве опорных точек выступают винты двигателей для крепления пропеллеров.

Для данной задачи нами был собран набор данных, который состоял из двух запусков БПЛА, закрепленного на стенде: фронтальное и наклонное положение. Из каждого запуска были выделены четыре видеокadra, объем выделенных фотокадров составил 157 изображений. Аугментацией было получено 350 изображений для обучения модели.

Лучший результат модель продемонстрировала после 200 эпох обучения. Метрики приведены в табл. 1 для определения рамок БПЛА, в табл. 2 – для определения опорных точек. Графики изменения функций потерь изображены на рис. 4.

1. Метрики для рамки

mAP50(B)	mAP50-95(B)	precision(B)	recall(B)
0,995	0,955	0,998	1

2. Метрики для ключевых точек

mAP50(P)	mAP50-95(P)	precision(P)	recall(P)
0,995	0,99	0,998	1

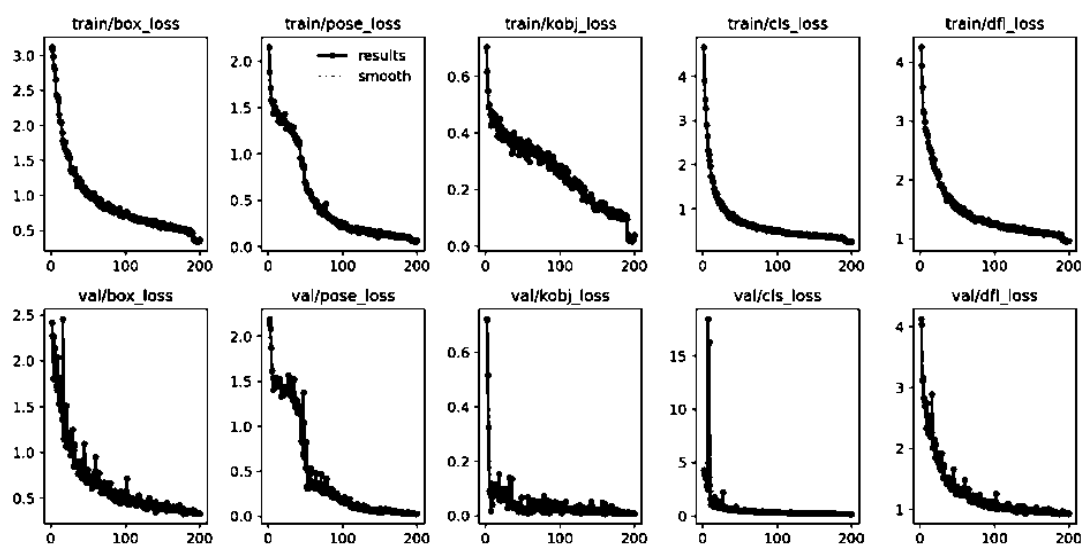


Рис. 4. Графики функций потерь

Тесты на записи полета показали: модель точно детектирует БПЛА (отрисовка рамки), но неидеально определяет ключевые точки. Точности достаточно для оценки наклона БПЛА, однако для улучшения результатов требуется расширение датасета.

7. Заключение

В работе решена задача синтеза ковариационного регулятора для системы стэнд-квадрокоптер обеспечивающего стабилизацию в верхнем неустойчивом положении равновесия. Для установления зависимости силы тяги от входных ШИМ-сигналов применен метод на основе модели YOLOv8 (Human Pose Estimation). Синтезированные алгоритмы управления успешно верифицированы в ходе численного моделирования и аппаратно реализованы на реальном квадрокоптере, подтвердив работоспособность подходов.

Список использованных источников

1. Bresciani, T. Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter / T. Bresciani. – Department of Automatic Control, 2008. – 170 p.
2. Tkachenko, A. A. Stabilization problem a quadrotor using a linear-quadratic regulator: Modelling and practice / A. A. Tkachenko, I. S. Trenev, A. V. Yurchenkov // IFAC-PapersOnLine 54. – 2021. – No. 13. – P. 449 – 453.
3. Mochida, S. Development and Design Optimization of 2Y Hexarotor with Robustness against Rotor Failure / S. Mochida, R. Matsuda, T. Ibuki, M. Sampei // IFAC-PapersOnLine Elsevier Ltd, London. – 2020. – V. 56, Is. 2. – P. 9334 – 9339.
4. Kustov, A. Y. Anisotropy-based Analysis Problem for Linear Discrete Time Invariant Systems with Fixed-point Arithmetic in Control Actions Space / A. Y. Kustov, A. V. Yurchenkov // 2023 IEEE 11th International Conference on Systems and Control, ICSC. – 2023 – P. 964 – 968.

5. Nagayasu, M. Realization of prescribed state covariance for linear state feedback control systems with disturbances. Technical Report of National Aerospace Laboratory. TR-492 / M. Nagayasu. – 1977. – P. 1 – 15.
6. Skelton, R. E. Covariance control discrete systems / R. E. Skelton, E. G. Collins // Proceedings of 24th IEEE Conference on Decision and Control. Lauderdale, IEEE. December. – 1985. – P. 542 – 547.
7. Loktev, D. A. Stabilization of a Dynamic Video Stream Taking Into Account Vehicle Movement Characteristics / D. A. Loktev, A. A. Loktev, L. A. Illarionova // Proceedings of the 2024 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering, REEPE. – 2024.
8. Wu G., Supervisory System for a Collaborative Robotic Cell Based on RGBD Camera / G. Wu, L. Pak, M. Shereuzhev // Lecture Notes in Computer Science. – 2022. – V. 13719. – P. 12 – 24.
9. Nocedal, J. Numerical Optimization / J. Nocedal, S. J. Wright. – Springer, 2006. – 684 p.
10. Kalman, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems / R. E. Kalman // J. Basic Eng. Mar. – 1960. – No. 82(1). – P. 35 – 45.

УДК 519.794

А. Д. Титов

Московский государственный технический университет
им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия
e-mail: titov.alex31@yandex.ru

ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ АНИЗОТРОПИИ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО ФОРМИРУЮЩЕГО ФИЛЬТРА

Аннотация. Проведено исследование линейной двумерной дискретной стационарной системы, описывающей повторяющийся процесс. С помощью процесса векторизации, формулы Колмогорова–Сегё и аппарата уравнений Ляпунова и Риккати представлен способ вычисления средней анизотропии для систем подобного рода. Осуществлено численное моделирование, продемонстрированы результаты расчетов.

Ключевые слова: анизотропия, средняя анизотропия, дискретные системы, 2D-системы, формирующий фильтр.

1. Введение

Существует класс производственных систем, которые выполняют серию циклов. Данные циклы называют повторениями. Каждое такое повторение происходит в течение определенного ограниченного временного интервала [1]. В этих системах происходят процессы, чьи динамические свойства зависят от нескольких независимых переменных. Стандартные методы теории управления не позволяют решать подобные задачи, поскольку они не учитывают многомерный характер системы [2 – 4].

Владимировым И. Г. в конце прошлого столетия было разработано новое направление в теории управления. Оно получило название анизотропийная теория управления. Она предлагает стохастический подход к H_∞ -управлению, основанный на терминах, заимствованных из теории информации. Центральными понятиями данной теории являются анизотропия случайного вектора, средняя анизотропия и анизотропийная норма системы [5]. Стоит отметить, что понятие средней анизотропии введено для последовательностей случайных величин, так как сказывается число элементов и возникает необходимость усреднения по времени [6].

2. Предварительные сведения

В этом разделе приводятся краткие теоретические сведения, касающиеся дискретных линейных стационарных систем в рамках анизотропийной теории.

Анизотропией случайного m -мерного вектора с плотностью распределения $f(x)$ называют величину

$$A(W) = \min_{\lambda > 0} D(f || p_\lambda),$$

где

$$D(f || p_{m,\lambda}) = E \left(\ln \frac{f}{p_\lambda} \right),$$

что представляет собой относительную энтропию или информационное отклонение Кульбака–Лейблера функции f по отношению к плотности p_λ центрального симметричного гауссовского распределения

$$p_\lambda(x) = (2\pi \lambda)^{-\frac{m}{2}} \exp \left(-\frac{||x||^2}{2\lambda} \right).$$

В качестве внешнего возмущения выбирают последовательность векторов, в анизотропийной теории в качестве характеристики последовательности $\{w_k\}$ рассматривают среднюю анизотропию.

Средняя анизотропия стационарной последовательности векторов $W = \{w_k\}$ определена как

$$\bar{A}(W) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{A(W_{0:N-1})}{N},$$

где $W_{0:N-1} = (w_0^T, w_1^T, w_2^T, \dots, w_{N-1}^T)^T$ является расширенным вектором последовательности. Представляет собой усреднение по времени анизотропии неограниченно растущего фрагмента последовательности [7].

3. Постановка задачи

Для формирующего фильтра следующего вида:

$$\begin{cases} x_{k+1}(p+1) = A_{11}(p)x_k(p) + A_{12}(p)y_k(p) + B_1(p)v_k(p), \\ y_{k+1}(p) = A_{21}(p)x_k(p) + A_{22}(p)y_k(p) + B_2(p)v_k(p+1), \\ w_{k+1}(p) = C_1(p)x_k(p) + C_2(p)y_k(p) + D_0(p)v_k(p) \end{cases} \quad (1)$$

провести исследование на предмет вычисления средней анизотропии выходной последовательности $W = \{w_k\}$. На проходе k заданы: $x_k(p) \in \mathbf{R}^n$ – вектор состояния, $y_k(p) \in \mathbf{R}^m$ – вектор выходных значений размерности, а $w_k(p) \in \mathbf{R}^l$ – вектор входных возмущений, а $v_k(p) \in \mathbf{R}^l$ – гауссовский белый шум. Параметр длины прохода p принимает значения: $0 \leq p \leq \alpha - 1$, матрицы системы известны и имеют согласованные с векторами $x_k(p)$, $v_k(p)$, $w_k(p)$, $y_k(p)$ размерности.

Требуется определить значения средней анизотропии $\bar{A}(W)$ при разных значениях параметра длины прохода, построить график зависимости средней анизотропии от параметра α .

4. Основной результат

Согласно работе [8] среднюю анизотропию можно вычислить следующим образом:

$$\bar{A}(G) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{m(M+1)}{\|G\|_2^2} \hat{G}(\omega; 0:M) \hat{G}^*(\omega; 0:M) \right) d\omega, \quad (2)$$

где m – размерность внешнего возмущения и $M + 1$ – размерность длины прохода (от 0 до M включительно), $\hat{G}(\omega) = \lim_{r \rightarrow 1-0} G(re^{i\omega})$, $\omega \in [-\pi; \pi]$ является значением передаточной функции G на границе единичного круга (угловое граничное значение функции). Но такой подход считается весьма трудоемким.

Перейдем к определению оценки $\hat{W}$ и ошибки $\tilde{W}$ внешнего возмущения W . Пусть $\hat{W} = (\hat{W}(p))$ и $\tilde{W} = (\tilde{W}(p))$, где $-\infty < k < \infty$; $0 \leq p \leq M$ являются оценкой и ошибкой оценивания для внешнего возмущения соответственно вида

$$\begin{aligned} \hat{W}_k(0:M) &= E[W_k(0:M) | W_l(0:M), l < k]; \\ \tilde{W}_k(0:M) &= W_k(0:M) - \hat{W}_k(0:M). \end{aligned}$$

Так как $E[\tilde{W}_k(0:M) | \tilde{W}_l(0:M), l < k] = 0$, то $\tilde{W}$ – гауссовский белый шум с некоторой ковариационной матрицей (не обязательно единичной).

Воспользуемся формулой Колмогорова–Сеге [9]:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln \det(\hat{G}(\omega; 0:M) \hat{G}^*(\omega; 0:M)) d\omega = \ln \det E[\tilde{W}_0(0:M) \tilde{W}_0^T(0:M)],$$

где последнее равенство указывает на зависимость текущего значения ошибки оценки внешнего возмущения (т.е. в данный момент времени).

При этом

$$\|G(0:M)\|_2^2 = E[|W_0(0:M)|^2].$$

Следовательно, среднюю анизотропию в терминах моментов можно представить в следующей форме:

$$\bar{A}(G) = -\frac{1}{2} \ln \det \left(\frac{m(M+1) E[\tilde{W}_0(0:M) \tilde{W}_0^T(0:M)]}{E[|W_0(0:M)|^2]} \right).$$

Для частотных областей также существует аналог формулы для средней анизотропии (2) и ее составляющих. Введем специальные функции, как это проделано в работе [8] (F – реализация системы):

$$A_{0:M}(q) = \frac{m(M+1)}{2} (\ln \Phi_{0:M}(q) - \Psi_{0:M}(q));$$

$$N_{0:M}(q) = \sqrt{\frac{\Phi_{0:M}(q) - 1}{q \Phi_{0:M}(q)}},$$

где

$$\Phi_{0:M}(q) = \frac{1}{2\pi m (M+1)} \int_{-\pi}^{\pi} \text{Tr} (I_m(M+1) - \Lambda(\omega; 0:M))^{-1} d\omega;$$

$$\Psi_{0:M}(q) = \frac{1}{2\pi m (M+1)} \int_{-\pi}^{\pi} \ln \det(I_m(M+1) - \Lambda(\omega; 0:M)) d\omega;$$

$$\Lambda_{0:M}(q) = \hat{F}^*(\omega; 0:M) \hat{F}(\omega; 0:M); \omega \in [-\pi; \pi].$$

При этом следует, что

$$A_{0:M}(q) = \bar{A}(G); N_{0:M}(q) = \frac{\|F_{0:M} G_{0:M}\|^2}{\|G_{0:M}\|^2}; \|G_{0:M}\|^2 = m (M+1) \Phi_{0:M}(q).$$

$$\text{Более того, } \Psi_{0:M}(q) = \frac{2}{m(M+1)} J(q^{-0,5}),$$

где

$$J(\gamma) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln \det(I_m(M+1) - \gamma^{-2} \Lambda(\omega; 0:M)) d\omega.$$

Необходимо учитывать, что в общем случае следует рассматривать двумерные системы в подобной форме записи (это касается подсчета средней анизотропии двумерного процесса):

$$\begin{cases} x_{\infty}(p+1) = A_{11}(p) x_{\infty}(p) + A_{12}(p) y_{\infty}(p) + B_1(p) v_{\infty}(p), \\ y_{\infty}(p) = A_{21}(p) x_{\infty}(p) + A_{22}(p) y_{\infty}(p) + B_2(p) v_{\infty}(p), \\ w_{\infty}(p) = C_1(p) x_{\infty}(p) + C_2(p) y_{\infty}(p) + D_0(p) v_{\infty}(p). \end{cases} \quad (3)$$

Такая форма записи допустима ввиду стационарности по внешнему индексу k . Каждый вектор является пределом соответствующего вектора при $k \rightarrow \infty$, т.е.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_{k+1}(p+1) = x_{\infty}(p+1), \quad \lim_{k \rightarrow \infty} y_k(p) = y_{\infty}(p),$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v_k(p) = v_{\infty}(p), \quad \lim_{k \rightarrow \infty} w_k(p) = w_{\infty}(p).$$

Если выразить компоненту y из второго уравнения и подставить ее в первое и третье уравнения системы (3), то получается «классический» вид нестационарной системы на конечном горизонте.

Далее перейдем на «классический» случай стационарной системы. Рассмотрим «модификацию» системы (3), где не будет учитываться характер стационарности:

$$\begin{cases} x_{k+1}(p+1) = A_{11}(p) x_{k+1}(p) + A_{12}(p) y_k(p) + B_1(p) v_{k+1}(p), \\ y_{k+1}(p) = A_{21}(p) x_{k+1}(p) + A_{22}(p) y_k(p) + B_2(p) v_{k+1}(p), \\ w_{k+1}(p) = C_1(p) x_{k+1}(p) + C_2(p) y_k(p) + D_0(p) v_{k+1}(p). \end{cases}$$

Примем для нее нулевые начальные условия. Они позволяют в дальнейшем избегать зависимости от значений $x_{k+1}(0)$, $x_k(0)$ и т.д. в получаемых соотношениях.

Положим $x_{k+1}(0) = 0$. С помощью применения процесса векторизации избавимся от второго индекса p (длина прохода, $0 \leq p \leq M$). Соответственно, имеем $x_{k+1}(\cdot) = A_{11}(\cdot) x_{k+1}(\cdot) + A_{12}(\cdot) y_k(\cdot) + B_1(\cdot) v_{k+1}(\cdot)$, где

$$x_{k+1}(\cdot) = \begin{pmatrix} x_{k+1}(0) \\ x_{k+1}(1) \\ \vdots \\ x_{k+1}(M) \end{pmatrix}; \quad y_k(\cdot) = \begin{pmatrix} y_k(0) \\ y_k(1) \\ \vdots \\ y_k(M) \end{pmatrix}; \quad v_{k+1}(\cdot) = \begin{pmatrix} v_{k+1}(0) \\ v_{k+1}(1) \\ \vdots \\ v_{k+1}(M) \end{pmatrix};$$

$$A_{11}(\cdot) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ A_{11}(0) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{11}(1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_{11}(M-2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & A_{11}(M-1) & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_{12}(\cdot) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ A_{12}(0) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{12}(1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_{12}(M-2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & A_{12}(M-1) & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B_1(\cdot) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ B_1(0) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_1(1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B_1(M-2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & B_1(M-1) & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Далее, положим $y_0(p) = 0$. Тогда получается соотношение $y_{k+1}(\cdot) = A_{21}(\cdot) x_{k+1}(\cdot) + A_{22}(\cdot) y_k(\cdot) + B_2(\cdot) v_{k+1}(\cdot)$, где

$$\begin{aligned} A_{21}(\cdot) &= \text{diag} \{A_{21}(0), A_{21}(1), A_{21}(2), \dots, A_{21}(M-1), A_{21}(M)\}; \\ A_{22}(\cdot) &= \text{diag} \{A_{22}(0), A_{22}(1), A_{22}(2), \dots, A_{22}(M-1), A_{22}(M)\}; \\ B_2(\cdot) &= \text{diag} \{B_2(0), B_2(1), B_2(2), \dots, B_2(M-1), B_2(M)\}. \end{aligned}$$

А для компоненты w (внешнее возмущение) имеем выражение

$$w_{k+1}(\cdot) = C_1(\cdot) x_{k+1}(\cdot) + C_2(\cdot) y_k(\cdot) + D_0(\cdot) v_{k+1}(\cdot),$$

где $C_1(\cdot) = \text{diag} \{C_1(0), C_1(1), C_1(2), \dots, C_1(M-1), C_1(M)\};$

$$C_2(\cdot) = \text{diag} \{C_2(0), C_2(1), C_2(2), \dots, C_2(M-1), C_2(M)\};$$

$$D_0(\cdot) = \text{diag} \{D_0(0), D_0(1), D_0(2), \dots, D_0(M-1), D_0(M)\}.$$

Представим векторизованную систему в виде

$$\begin{cases} x_{k+1}(\cdot) = A_{11}(\cdot)x_{k+1}(\cdot) + A_{12}(\cdot)y_k(\cdot) + B_1(\cdot)v_{k+1}(\cdot), \\ y_{k+1}(\cdot) = A_{21}(\cdot)x_{k+1}(\cdot) + A_{22}(\cdot)y_k(\cdot) + B_2(\cdot)v_{k+1}(\cdot), \\ w_{k+1}(\cdot) = C_1(\cdot)x_{k+1}(\cdot) + C_2(\cdot)y_k(\cdot) + D_0(\cdot)v_{k+1}(\cdot). \end{cases}$$

Если выразить компоненту $x_{k+1}(\cdot)$ из первого уравнения и подставить ее во второе и третье и, учитывая, что $v_{k+1}(\cdot)$ и $w_{k+1}(\cdot)$ носят условный характер (ввиду стохастичности этих компонент), получаем:

$$\begin{cases} y_{k+1}(\cdot) = A(\cdot)y_k(\cdot) + B(\cdot)v_k(\cdot), \\ w_k(\cdot) = C(\cdot)y_k(\cdot) + D(\cdot)v_k(\cdot), \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} A(\cdot) &= A_{22}(\cdot) + A_{21}(\cdot)(I - A_{11}(\cdot))^{-1}A_{12}(\cdot); \\ B(\cdot) &= B_2(\cdot) + A_{21}(\cdot)(I - A_{11}(\cdot))^{-1}B_1(\cdot); \\ C(\cdot) &= C_2(\cdot) + C_1(\cdot)(I - A_{11}(\cdot))^{-1}A_{12}(\cdot); \\ D(\cdot) &= D_0(\cdot) + C_1(\cdot)(I - A_{11}(\cdot))^{-1}B_1(\cdot). \end{aligned}$$

Благодаря данным соотношениям возможно вычислить среднюю анизотропию альтернативным вариантом. Приведем аналог формулы из работы [9]:

$$\bar{A}(W) = A(w_\infty(0:M)) + I(w_\infty(0:M), \{w_k(0:M)\}_{k<\infty}). \quad (4)$$

Первое слагаемое равно

$$A(w_\infty(0:M)) = \frac{m(M+1)}{2} (\ln \Phi_\infty(q) - \Psi_\infty(q)),$$

где

$$\Phi_\infty(q) = \frac{1}{m(M+1)} \sum_{p=0}^M \text{Tr} (C_\infty(p)P_\infty(p)C_\infty^\top(p) + D_\infty(p)D_\infty^\top(p));$$

$$\Psi_\infty(q) = \frac{1}{m(M+1)} \sum_{p=0}^M \ln \det D_\infty(p)D_\infty^\top(p);$$

$$P_\infty(p+1) = A_\infty(p)P_\infty(p)A_\infty^\top(p) + B_\infty(p)D_\infty(p)D_\infty^\top(p)B_\infty^\top(p).$$

Важно учитывать, что в последнем равенстве полагается $P_\infty(0) = 0$.

При этом

$$\begin{aligned} A_\infty(p) &= A_{11}(p) + A_{12}(p)(I - A_{22}(p))^{-1}A_{21}(p); \\ B_\infty(p) &= B_1(p) + A_{12}(p)(I - A_{22}(p))^{-1}B_2(p); \\ C_\infty(p) &= C_1(p) + C_2(p)(I - A_{22}(p))^{-1}A_{21}(p); \\ D_\infty(p) &= D_0(p) + C_2(p)(I - A_{22}(p))^{-1}B_2(p). \end{aligned}$$

Второе слагаемое равно

$$I(w_\infty(0:M), \{w_k(0:M)\}_{k<\infty}) = \\ = \frac{1}{2} \ln \det(E[w_\infty(0:M)w_\infty^T(0:M)]E^{-1}[\tilde{w}_\infty(0:M)\tilde{w}_\infty^T(0:M)]).$$

При этом стоит учитывать, что

$$E[w_\infty(0:M)w_\infty^T(0:M)]E^{-1}[\tilde{w}_\infty(0:M)\tilde{w}_\infty^T(0:M)] = \\ = (C(:)P(:)C^T(:) + D(:)D^T(:))((C(:)R(:)C^T(:) + D(:)D^T(:))^{-1},$$

где

$$P(:) = A(:)P(:)A^T(:) + B(:)B^T(:); \\ R(:) = A(:)R(:)A^T(:) + B(:)B^T(:) - \Lambda(:)\theta(:)\Lambda^T(:); \\ \Lambda(:) = (A(:)R(:)C^T(:) + B(:)D^T(:))\theta^{-1}(:); \\ \theta(:) = C(:)R(:)C^T(:) + D(:)D^T(:).$$

Таким образом, согласно формуле (4), способ вычисления средней анизотропии для дискретных двумерных систем состоит из двух частей: первая часть – исследование нестационарного подхода, вторая – исследование стационарного подхода.

5. Вычислительный эксперимент

Для моделирования выбрана система (1), в которой приняты следующие значения матриц:

$$A_{11}(p) = \begin{bmatrix} -0,4 & 0,02 \\ -0,6 & 0,03 \end{bmatrix}; A_{12}(p) = \begin{bmatrix} 0,1423 & 0 \\ -0,0342 & 0 \end{bmatrix}; B_1(p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ A_{21}(p) = \begin{bmatrix} 0,3895 & 0,03895 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; A_{22}(p) = \begin{bmatrix} -0,5 & 0,75 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2(p) = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}; \\ C_1(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C_2(p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; D_0(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Расчет средней анизотропии осуществлялся по формуле (4). Также обозначим для удобства: $a_1 = A(w_\infty(0:M))$; $a_2 = I(w_\infty(0:M), \{w_k(0:M)\}_{k<\infty})$.

В таблице 1 приведены значения средней анизотропии в зависимости от длины прохода. Выбрано минимальное значение $\alpha = 2$, а максимальное значение равно $\alpha = 100$.

График зависимости значения средней анизотропии от параметра длины прохода для заданной системы представлен на рис. 1.

Видно, что график представляет собой линейную функцию, что соотносится с первоначальным представлением зависимости подобного рода (для случая двумерных систем с постоянными матрицами).

1. Значения средней анизотропии и ее составляющих при различных значениях параметра длины прохода

Значение параметра α	a_1	a_2	Ср. анизотропия $\bar{A}(W)$
2	0,51327	0,58706	1,1003
5	1,3487	1,2473	2,5959
10	2,7416	2,3476	5,0893
15	4,1346	3,448	7,5825
20	5,5275	4,5483	10,0758
25	6,9204	5,6487	12,569
30	8,3132	6,749	15,0623
40	11,099	8,9497	20,0488
50	13,8848	11,1504	25,0352
60	16,6706	13,3511	30,0217
70	19,4563	15,5519	35,0082
80	22,2421	17,7526	39,9946
90	25,0279	19,9533	44,9811
100	27,8136	22,154	49,9676

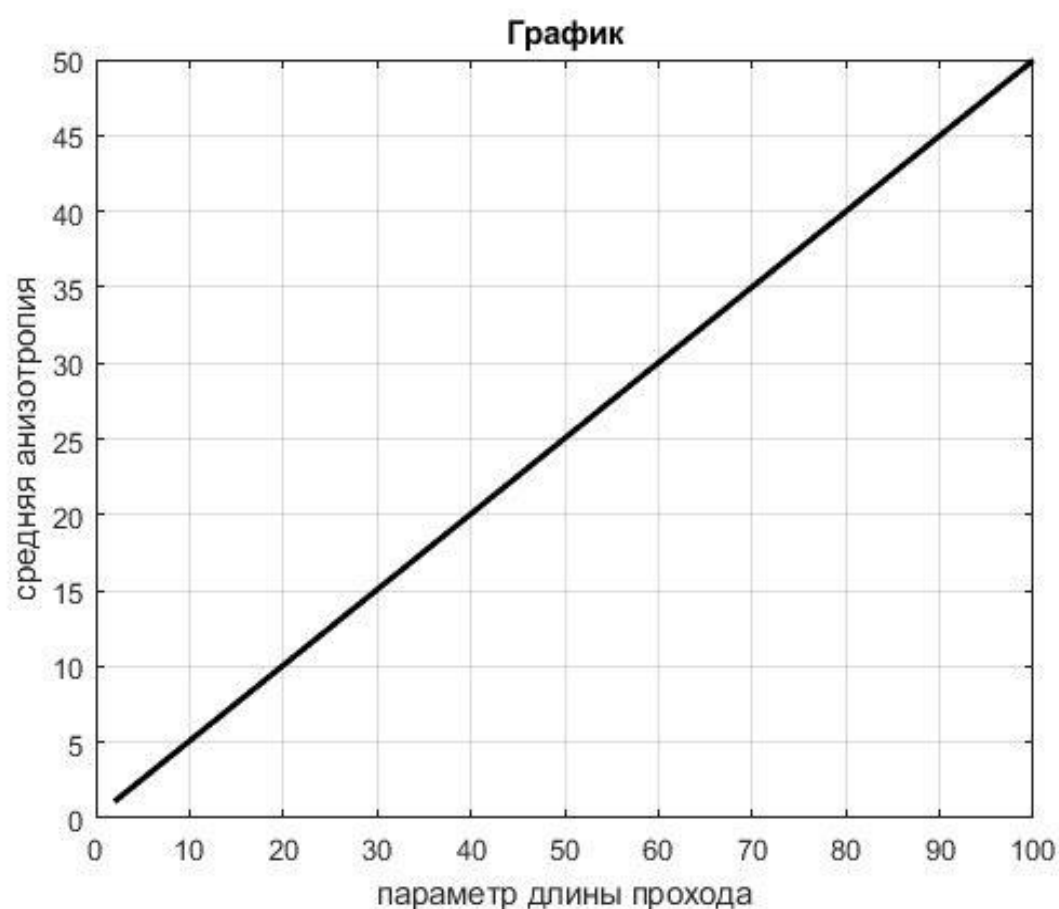


Рис. 1. График зависимости средней анизотропии от значения параметра длины прохода

6. Заключение

В работе получено решение задачи по вычислению средней анизотропии для линейной двумерной дискретной стационарной системы, описывающей повторяющийся процесс. Выделены нюансы и обозначены вспомогательные соотношения, позволяющие осуществить ее подсчет.

С помощью пакета прикладных программ MATLAB было реализовано моделирование процесса. Для частного случая представлены результаты вычислительного эксперимента на предмет поиска средней анизотропии в зависимости от значения параметра длины прохода.

Список использованных источников

1. Rogers, E. Control Systems Theory and Applications for Linear Repetitive Processes / E. Rogers, K. Galkowski, D. H. Owens // Lecture Notes Control Inform. Sci. – Berlin : Springer, 2007. – V. 349.
2. Пакшин, П. В. Линейно-квадратичная параметризация стабилизирующих управлений в дискретных системах с двумерной динамикой / П. В. Пакшин, К. Галковский, Э. Роджерс // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 11. – С. 157 – 173.
3. Стохастическая устойчивость некоторых классов 2D-систем / П. В. Пакшин, К. Галковский, Э. Роджерс и др. // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 1. – С. 113 – 129.
4. H_∞ based Stabilization and Disturbance Attenuation for Nonlinear Differential Repetitive Processes with an Iterative Learning Control Application [Электронный ресурс] / M. Emelianov, P. Pakshin, K. Galkowski, et al. // 2014 IEEE Int. Symp. Intelligent Control. Nice/Antibes. France. October 8 – 10. – 2014. – P. 554 – 559. – URL : <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/mostRecentIssue.jsp?punumber=6960120>.
5. Vladimirov, I. G. Anisotropy-based Robust Performance Analysis of Finite Horizon Linear Discrete Time Varying Systems / I. G. Vladimirov, P. Diamond, P. Kloeden // Autom. Remote Control. – 2006. – V. 67, No. 7. – P. 1265 – 1282.
6. Кустов, А. Ю. Стохастическая теория анизотропийного робастного управления / А. Ю. Кустов, А. П. Курдюков, Г. Н. Начинкина. – М. : Изд-во ИПУ РАН, 2012. – 127 с.
7. Владимиров, И. Г. Анизотропия сигналов и энтропия линейных стационарных систем / И. Г. Владимиров, А. П. Курдюков, А. В. Семенов // Доклады РАН. – 1995. – Т. 342, № 5. – С. 583 – 585.
8. Anisotropy-based performance analysis of linear discrete time invariant control systems / I. G. Vladimirov, P. Diamond, A. Kurdjukov, A. Semyonov // International Journal of Control. – 2001. – No. 74(1). – P. 28 – 42
9. Кустов, А. Ю. Стохастическая теория анизотропийного робастного управления / А. Ю. Кустов, А. П. Курдюков, Г. Н. Начинкина. – М. : Изд-во ИПУ РАН, 2012. – 127 с.

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ В МОДЕЛЯХ КОНСЕНСУСА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Аннотация. С помощью W -функции Ламберта исследован базовый протокол консенсуса первого порядка с запаздыванием. Приведено условие, при котором максимальная степень сходимости достигается при нулевом значении запаздывания. Найдено значение запаздывания, обеспечивающее максимальную скорость сходимости для случая, когда соответствующая лапласовская матрица имеет действительный спектр.

Ключевые слова: функция Ламберта, степень сходимости, степень устойчивости, лапласовская матрица, управление с запаздыванием.

1. Введение

Системы с запаздыванием, в частности, многоагентные системы, представляют большой интерес для исследования и встречаются во многих областях. В моделях транспортного потока запаздывание возникает из-за человеческого фактора: времени, необходимого водителю на обнаружение изменения ситуации во время движения, времени на реакцию и прочее (см., например, [1]). Запаздывания возникают в моделях, описывающих динамику цен на рынке товаров [2]. На цену товара влияют спрос и предложение в данный момент времени, на которые, в свою очередь, влияют информация о прошлых ценах и задержки производства товара соответственно. Запаздывание в процессе производства товаров возникает из-за времени, которое нужно для транспортировки материалов, настройки оборудования и самого производства [3].

Начиная с середины XX века в области теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом были получены значимые результаты (см., например, [4]). В это же время параллельно развивалась теория автоматических систем с запаздыванием (см., например, [5]).

За последние 20 лет после знаменитой статьи [6] появилась серия работ по теории управления с запаздыванием, где применяется W -функция Ламберта (см., например, [7]). Применение этой функции оказалось очень эффективным, и в ряде случаев позволяет доказать необходимые утверждения более коротким способом.

Скорость сходимости многоагентной системы без запаздывания была упомянута, например, в работе [8]. Однако скорость сходимости многоагентной системы с запаздыванием недостаточно хорошо изучена. В данной работе будет рассмотрен базовый протокол консенсуса с запаздыванием и исследована скорость его сходимости.

2. Основные понятия и предварительные результаты

Многоагентную систему с множеством агентов $V = \{1, \dots, n\}$ удобно представить в виде орграфа связей $\Gamma = (V, E)$, где $E \subset V \times V$ – множество дуг. В этих обозначениях множество агентов – это множество вершин орграфа Γ . Если агент j влияет на агента i с весом $a_{ij} > 0$, то существует дуга из вершины j в вершину i с тем же весом. Матрица $A = (a_{ij})$ называется коммуникационной матрицей.

Определение 1. Лапласовская матрица $L = (l_{ij})$, соответствующая орграфу Γ , строится следующим образом:

$$\begin{cases} l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j; \\ l_{ii} = \sum_{k \neq i} a_{ik}. \end{cases}$$

Спектр матрицы L – это множество $\sigma(L) = \{\lambda: |L - \lambda I| = 0\}$, где I – единичная матрица. Исходя из построения следует, что $L\mathbf{1} = \mathbf{0}$, где $\mathbf{1}$, $\mathbf{0}$ – вектор-столбцы порядка n из единиц и нулей соответственно. Таким образом, L всегда имеет нулевое собственное значение. Ненулевые собственные значения имеют положительную действительную часть, что можно получить, например, из теоремы Гершгорина.

В данной работе рассматриваются многоагентные системы, соответствующая лапласовская матрица в которых имеет простое нулевое собственное значение. Данное условие соответствует наличию остоного дерева в орграфе Γ .

Определение 2. W -функция Ламберта $W(z)$ – это решение функционального уравнения $W(z)e^{W(z)} = z$. Другими словами, $W(z)$ является обратной к функции $f(z) = ze^z$.

Действительная W -функция Ламберта $W(x)$ определена на промежутке $-e^{-1} \leq x < +\infty$, где принимает значения от $-\infty$ до $+\infty$. Для отрицательных значений аргумента функция $W(x)$ отрицательна и двузначна. В точке $(-e^{-1}, -1)$ график делится на две ветви: верхняя ветвь – главная или нулевая ветвь $W_0(x)$; нижняя ветвь или -1 -я ветвь $W_{-1}(x)$.

В комплексной области W -функция Ламберта является многозначной. Плоскости комплексного аргумента ставится в соответствие множество областей функции $w = W_k(z)$, где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $z = x + iy$, $w = u + iv$. Областью аргумента для $W_0(z)$ является вся комплексная плоскость с разрезом $(-\infty, -e^{-1})$. Для других ветвей ($k \neq 0$) область аргумента представляет собой всю плоскость с разрезом $(-\infty, 0]$. В силу $W(z)e^{W(z)} = z$ имеет место

$$\begin{cases} x = e^u(u \cos v - v \sin v); \\ y = e^u(v \cos v + u \sin v). \end{cases}$$

Из условия $y = 0$ получим выражение $u = -v \operatorname{ctg} v$, $-\pi < v < \pi$, определяющее границу области для W_0 , отделяющую нулевую ветвь от ветвей W_1 и W_{-1} . Кривые, разделяющие области других ветвей, определяются следующим выражением (см. [6]):

$$-v \operatorname{ctg} v + iv, \quad 2\pi k < \pm v < (2k + 1)\pi, \quad k = 1, 2, \dots$$

Для доказательства результатов использовалась следующая лемма (лемма 3 в работе [7]).

Лемма 1. Для любого $z \in \mathbb{C}$ верно

$$\max\{\operatorname{Re}(W_k(z)): k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm\infty\} = \operatorname{Re}(W_0(z)).$$

Рассмотрим базовый протокол консенсуса первого порядка с запаздыванием, который имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -Lx(t - \tau), & t \geq 0; \\ x(\theta) = \phi(\theta), & \theta \in [-\tau, 0). \end{cases} \quad (1)$$

Цель работы – найти значение запаздывания τ^* , при котором система (1) достигает согласованной характеристики за минимальное время. Спектр $\sigma(L)$ может содержать как действительные, так и комплексные значения.

Определение 3. Будем говорить, что протокол (1) сходится к консенсусу, если предел решения $x(t)$ системы (1) можно представить в виде

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = c\mathbf{1},$$

где c – значение консенсуса.

Характеристической функцией системы (1) будет

$$F(s) = \det(sI + e^{-\tau s}L) = s \prod_{\lambda \neq 0} (s + \lambda e^{-\tau s}) = s \prod_{\lambda \neq 0} f_\lambda(s).$$

Определение 4. Назовем степенью сходимости к согласованному значению для системы (1) величину $\zeta_0 = -\max(\operatorname{Re}(s))$, где s – ноль функции $G(s) = \prod_{\lambda \neq 0} f_\lambda(s)$.

Чем больше степень сходимости, тем быстрее протокол сходится.

Теорема 1 (Адаптация результата из работы [9]). Протокол (1) сходится для любых $\tau < \tau_0 = \min_{\lambda \neq 0} \frac{1}{|\lambda|} \left(\frac{\pi}{2} - |\arg \lambda| \right)$.

3. Основной результат

Функция $f_\lambda(s)$ является характеристической функцией скалярного уравнения (2):

$$\dot{y}(t) = -\lambda y(t - \tau). \quad (2)$$

Таким образом, степень сходимости системы (1) определяется степенями устойчивости уравнения (2) при $\lambda \neq 0$.

Уравнение $f_\lambda(s) = 0$ можно представить в виде

$$s + \lambda e^{-\tau s} = 0 \Rightarrow \tau s e^{\tau s} = -\tau \lambda.$$

Поскольку $W(z)e^{W(z)} = z$, то τs будет значением W -функции Ламберта в точке $-\tau \lambda$, т.е. $W(-\tau \lambda) = \tau s$ или

$$s = \frac{1}{\tau} W(-\tau \lambda).$$

В силу леммы 1 для анализа степени устойчивости уравнения (2) достаточно рассмотреть корень, соответствующий нулевой ветви W -функции Ламберта.

Обозначим $\rho = |\lambda|$, $\phi = \arg \lambda$.

Теорема 2.1. Если $|\phi| \geq \frac{\pi}{4}$, то максимальная степень устойчивости скалярного уравнения (2) достигается при $\tau = 0$, и ее значение $\zeta_0 = \operatorname{Re}(\lambda)$.

Теорема 2.2. Если $\phi = 0$, то максимальная степень устойчивости скалярного уравнения (2) достигается при $\tau = \tau_\lambda^* = \frac{1}{e\lambda}$, и ее значение $\zeta_0 = e\lambda$.

Теорема 2.3. Если $|\phi| \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, то максимальная степень устойчивости скалярного уравнения (2) достигается при $\tau = \tau_\lambda^* = \frac{\sqrt{v_0^2 + u_0^2}}{\rho} e^{u_0}$, где $u_0 = -v_0 \operatorname{ctg}(v_0 - \phi)$, а v_0 определяется следующим образом:

1) если $\phi > 0$, то v_0 – решение уравнения

$$v \operatorname{ctg}(v - \phi) = \cos(2(v - \phi)) \quad (3)$$

на промежутке $v \in \left(\phi - \frac{\pi}{2}, 0\right]$;

2) если $\phi < 0$, то v_0 – решение уравнения (3) на промежутке $v \in \left[0, \frac{\pi}{2} + \phi\right)$.

Теорема 3. Пусть λ_1 имеет минимальную действительную часть среди всех ненулевых собственных значений матрицы L . Тогда, если $\phi_1 \geq \frac{\pi}{4}$, то максимальная степень сходимости системы (1) достигается при $\tau = 0$, а ее значение будет $\zeta_0 = \operatorname{Re}(\lambda_1)$.

Если матрица L имеет действительный спектр, то максимальная степень сходимости системы (1) определяется равенством

$$W_0(-\tau \lambda_{\min}) = \operatorname{Re}(W_0(-\tau \lambda_{\max})),$$

где $\lambda_{\max} = \max_{\lambda \in \sigma(L) \setminus \{0\}} \lambda$, $\lambda_{\min} = \min_{\lambda \in \sigma(L) \setminus \{0\}} \lambda$.

Теорема 4. Пусть матрица L имеет действительный спектр, $q = \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}$, $u_0 = -\frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \arccos q$. Тогда максимальная степень сходимости достигается при $\tau = \tau^*$, которое вычисляется как

$$\tau^* = -\frac{u_0 e^{u_0}}{\lambda_{\min}},$$

а значение максимальной степени сходимости будет $\zeta_0 = \frac{\lambda_{\min}}{e^{u_0}}$.

4. Заключение

В данной работе был рассмотрен базовый протокол консенсуса с запаздыванием. Было найдено условие, при котором максимальная степень устойчивости достигается при нулевом значении запаздывания. В случае, когда соответствующая лапласовская матрица имеет действительный спектр, найдено значение запаздывания, при котором достигается максимальная скорость сходимости. Полученные результаты будут использованы в дальнейших исследованиях скорости сходимости протоколов с произвольной лапласовской матрицей.

Список использованных источников

1. Analysis of optimal velocity model with explicit delay / Bando, et al. // Phys. Review E. – 1998. – V. 58, No. 5. – P. 5429 – 5435.
2. Belair, J. Consumer memory and price fluctuations in commodity markets: An integrodifferential model / J. Belair, M. C. Mackey // Journal of dynamics and differential equations. – 1989. – V. 1. – P. 299 – 325.
3. Riddalls, C. E. The stability of supply chains / C. E. Riddalls, S. Bennett // International journal of production research. – 2002. – V. 40, No. 2. – P. 459 – 475.
4. Kolmanovskii, V. Applied Theory of Functional Differential Equations / V. Kolmanovskii, A. Myshkis. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1992. – 234 p.
5. Цыпкин, Я. З. Устойчивость систем с запаздывающей обратной связью / Я. З. Цыпкин // Автоматика и телемеханика. – 1946. – Т. 7, № 2-3. – С. 107 – 129.
6. On the Lambert W function / R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. Hare, et al. // Advances in Computational mathematics. – 1996. – No. 5. – P. 329 – 359.
7. Shinozaki, H. Robust stability analysis of linear time-delay systems by Lambert W function: Some extreme point results / H. Shinozaki, T. Mori // Automatica. – 2006. – V. 42, No. 10. – P. 1791 – 1799.
8. Second-order consensus for multiagent systems with directed topologies and nonlinear dynamics / W. Yu., et al. // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics). – 2009. – V. 40, No. 3. – P. 881 – 891.
9. Hara, T. Stability region for systems of differential-difference equations / T. Hara, J. Sugie // Funkcialaj Ekvacioj. – 1996. – V. 39, No. 1. – P. 69 – 86.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХФАЗНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОБЩИМ БУФЕРОМ

Аннотация. В данной работе рассматривается трехфазная система массового обслуживания с пуассоновским входным потоком, экспоненциально распределенным временем обработки и общим буфером. Проведен анализ нестационарных характеристик системы в переходном режиме.

Ключевые слова: система массового обслуживания, уравнения Колмогорова, переходной режим, нестационарные характеристики.

1. Введение

Теория многофазных систем массового обслуживания имеет широкое применение в технической сфере, например, для описания работы процессоров с многоэтапным процессом обработки информации. Такие системы хорошо изучены в стационарном режиме [2 – 4] в случаях пуассоновского и коррелированного входных потоков.

В последнее время в связи с переходом к высокоскоростным способам передачи информации становится необходимым исследование многофазных СМО в переходном режиме. На эту тему был написан ряд работ [1, 6 – 9], при анализе характеристик систем в основном опирающихся на численные методы. При этом, хотя n -фазные СМО с общим буфером хорошо описывают многие системы, например работу процессора, на данный момент в переходном режиме была исследована только двухфазная система [8].

В данной работе исследуются нестационарные характеристики производительности трехфазной системы массового обслуживания с общим буфером. Для численной иллюстрации приводится анализ характеристик системы, моделирующей работу процессора с размером общего буфера, равным 3.

2. Постановка задачи

Рассматривается трехфазная система массового обслуживания с пуассоновским входным потоком и экспоненциально распределенным временем обработки заявок. Система состоит из одного канала с тремя однолинейными обслуживающими устройствами и общим для них буфером. Заявки, поступающие в систему, обслуживаются последовательно в каждой фазе. Если в момент поступления или перехода в следующую фазу обрабатываемое устройство оказывается занято, заявка отправляется в буфер и ожидает освобождения фазы. Если буфер заполнен, последующие поступающие в систему заявки теряются до тех пор, пока в буфере не освободится место.

Интенсивность входного потока обозначена λ . Интенсивности обработки заявок в первой, второй и третьей фазах обозначены μ_1, μ_2, μ_3 соответственно, количество заявок в буфере, ожидающих окончания обработки в фазах, – n_1, n_2, n_3 соответственно. Размер общего буфера накладывает ограничение $n_1 + n_2 + n_3 \leq N$.

В работе проводятся исследование и анализ вероятностей состояний, вероятности потерь и производительности системы в переходном режиме.

3. Математическая модель

Описываемый процесс – марковский, система может находиться в $R = \frac{1}{6}(N+1)(N+2)(N+3)$ состояниях, обозначаемых (n_1, n_2, n_3) .

Для системы может быть построена система уравнений Колмогорова. Для решения системы использован метод матрицы преобразования вероятностей.

Важнейшими характеристиками работы СМО являются вероятность потерь информации и производительность системы. Так как потеря информации происходит в случае, когда в систему приходит новая заявка, а буфер полностью занят и в каждой фазе уже есть заявка в обработке, вероятность потерь равна сумме вероятностей состояний с $n_1 + n_2 + n_3 = N$:

$$P_{loss}(t) = \sum_{n_1+n_2+n_3=N} P(n_1, n_2, n_3, t).$$

Производительность системы находится по формуле

$$A(t) = (1 - P_{loss}(t)) \cdot \lambda.$$

4. Численный пример

Для иллюстрации приводятся графики зависимости характеристик системы с размером буфера $N = 3$ от времени, параметры системы: $\lambda = 80 \cdot 10^6$, $\mu_1 = 12 \cdot 10^6$, $\mu_2 = 10 \cdot 10^6$, $\mu_3 = 15 \cdot 10^6$. Данные значения соответствуют типичным для работы процессора частотой 1 ГГц.

Некоторые вероятности состояний, вероятность потерь и производительность системы изменяются немонотонно, так как среди собственных чисел матрицы системы уравнений Колмогорова есть комплексно-сопряженные [8].

Переходной режим считается завершенным, когда для всех допустимых состояний системы (n_1, n_2, n_3) выполняется неравенство

$$P(n_1, n_2, n_3, t) - P(n_1, n_2, n_3, t - 0,5 \cdot 10^{-7}) < 10^{-5}.$$

В рассмотренном случае длина переходного режима равна $10,02 \cdot 10^{-7}$.

Для рассмотренной системы наблюдается резкое возрастание вероятности потерь и убывание производительности. Получены большие вероятности потерь информации: максимальная в переходном режиме – 0,977, стационарная

вероятность – 0,946. Такие значения получены из-за малого размера буфера. Минимальная производительность равна $1,84 \cdot 10^6$ пакеты/с, стационарная – $4,32 \cdot 10^6$ пакеты/с.

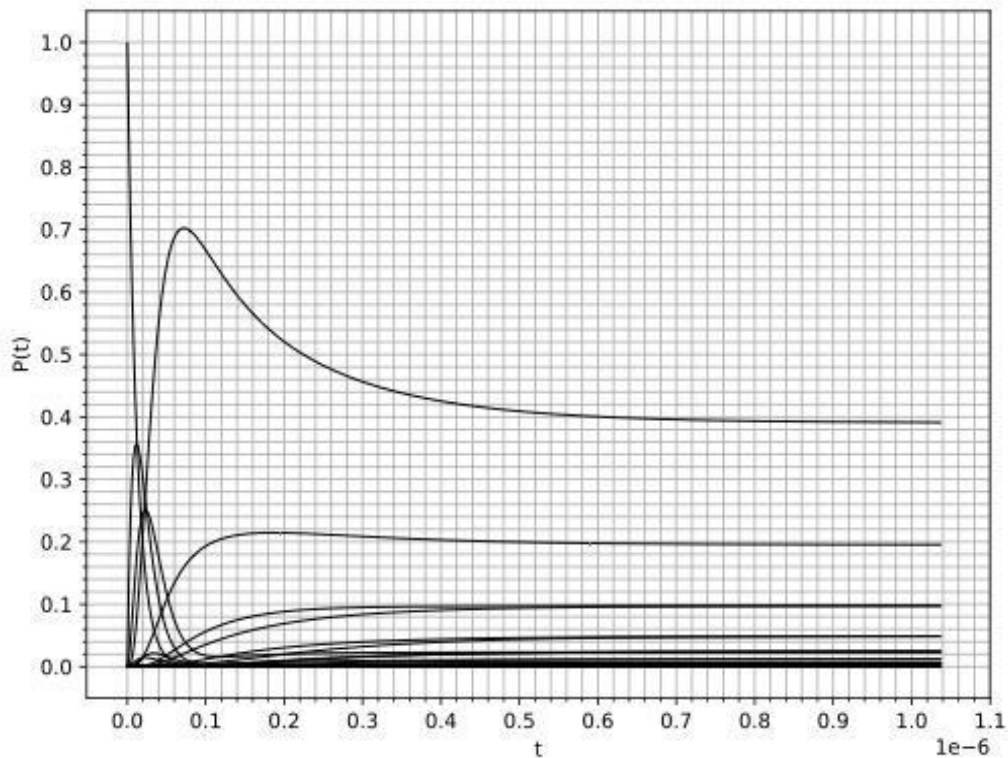


Рис. 1. График зависимости вероятностей состояний от времени

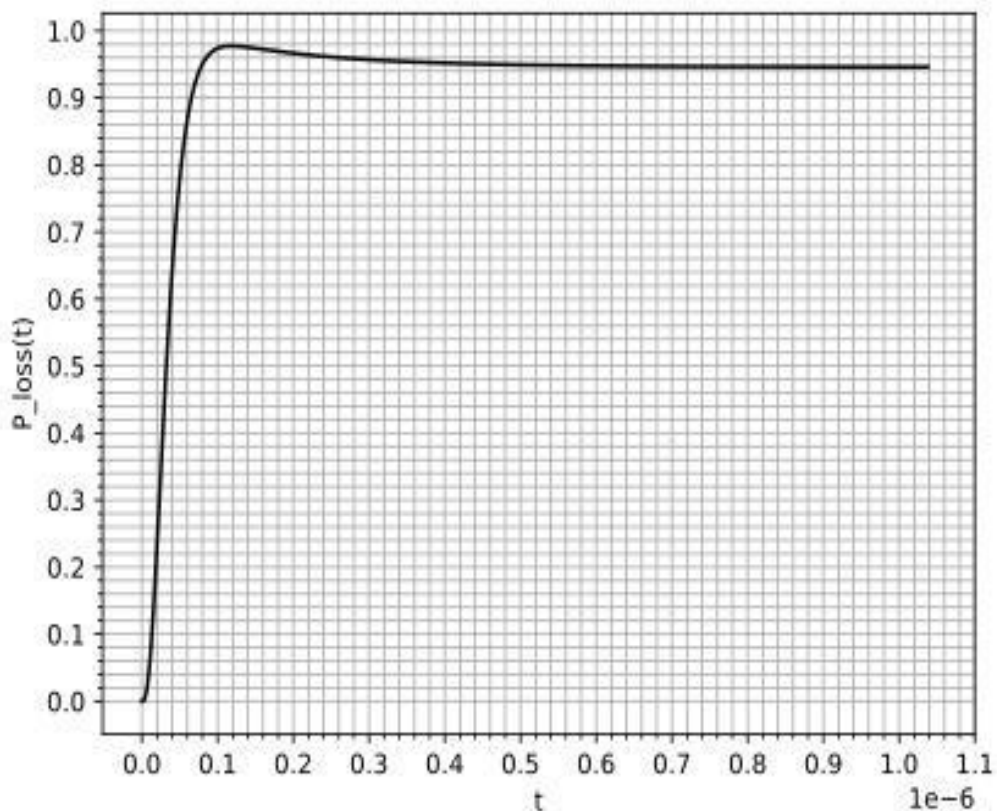


Рис. 2. График зависимости вероятности потерь от времени

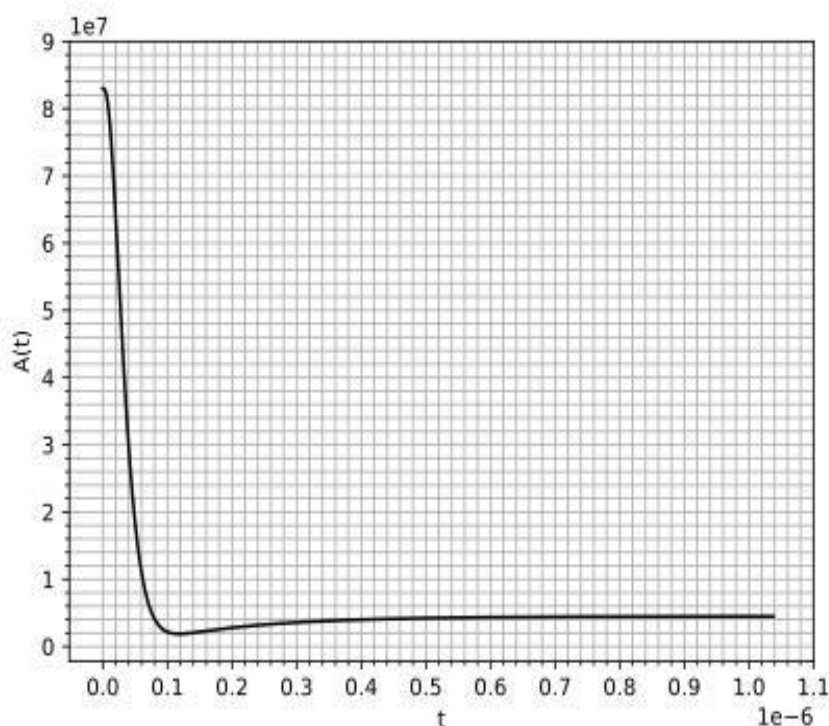


Рис. 3. График зависимости производительности системы от времени

5. Заключение

В данной работе рассмотрена трехфазная система массового обслуживания с общим буфером, пуассоновским входным потоком, экспоненциальным временем обработки.

Для СМО составлена система дифференциальных уравнений Колмогорова. При ее решении использован метод матриц преобразования вероятностей.

Для процессора частотой 1 ГГц с буфером размера 3 получены длина переходного режима, зависимости вероятности потерь информации и производительности системы от времени. Вероятности состояний, вероятность потерь и производительность системы при рассмотренных параметрах изменяются немонотонно, что объясняется наличием комплексно-сопряженных собственных чисел матрицы системы уравнений Колмогорова.

Список использованных источников

1. Об одном подходе к оцениванию скорости сходимости нестационарных марковских моделей систем обслуживания / И. А. Ковалев, Я. А. Сатин, А. В. Синицина, А. И. Зейфман // Информ. и ее применение. – 2022. – Т. 16, Вып. 3. – С. 75 – 82.
2. Al-Rawi, Z. R. A Single Server Queue with Coxian-2 Service and One-Phase Vacation (M/C-2/M/1 Queue) / Z. R. Al-Rawi, K. M. S. Al Shboul // Open J. Appl. Sci. – 2021. – V. 11, No. 6. – P. 766 – 774.
3. High-capacity strictly non-blocking optical switches based on new dual principle / E. A. Barabanova, K. A. Vytovtov, V. M. Vishnevsky, V. S. Podlazov //

J. Phys.: Conf. Ser. – 2021. – V. 2091, No. 1. – URL : <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2091/1/012040>

4. Dudin, A. N. Methods to Study Queuing Systems with Correlated Arrivals / A. N. Dudin, V. I. Klimenok, V. M. Vishnevsky. – Berlin/Heidelberg : Springer, 2020.

5. Murat, Sagir. Optimization and analysis of a tandem queueing system with parallel channel at second station / Murat Sagir, Vedat Saglam // Communications in Statistics P Theory and Methods. – 2022. – V. 51, No. 21. – P. 1 – 14.

6. Rubino, G. Transient analysis of Markovian queueing systems: a survey with focus on closed forms and uniformization / G. Rubino // Queueing Theory 2: Advanced Trends. – Wiley-ISTE : Hoboken. NJ. USA. – 2021. – P. 269 – 307.

7. Transient Analysis of K-node Tandem Queuing Model with Load Dependent Service Rates / M. Sita Rama Murthy, K. Srinivasa Rao, V. Ravindranath, P. Srinivasa Rao // Int. J. Engin. Techno. – 2018. – V. 7, No. 3.31. – P. 141 – 149.

8. Transient behavior of the M AP/M/1/N queueing system / V. Vishnevsky, K. Vytovtov, E. Barabanova, O. Semenova // Mathematics. – 2021. – V. 9, No. 2559. – URL : <https://doi.org/10.3390/math9202559>

9. Ergodicity bounds for the markovian queue with time-varying transition intensities, batch arrivals and one queue skipping policy / A. I. Zeifman, R. V. Razumchik, Y. A. Satin, I. A. Kovalev // Appl. Math. Comput. – 2021. – V. 395. – P. 125846.

УДК 681.515.4

Д. В. Шатов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: dvshatov@ipu.ru

АНАЛИЗ ХРУПКОСТИ ПИ-РЕГУЛЯТОРОВ МЕТОДОМ РАЗМЫКАНИЯ ПО ПАРАМЕТРУ

Аннотация. Работа посвящена анализу хрупкости ПИ-регуляторов. Анализ проводится известным методом исследования робастных свойств систем, так называемым размыканием по параметру. Идея этого подхода заключается в представлении системы объект-регулятор в таком виде, что исследуемый параметр «выносится» из нее, формируя фиктивный контур управления, который исследуется известными методами анализа. Приводится численный пример применения предложенного подхода.

Ключевые слова: линейные системы, ПИ-регулятор, хрупкость регулятора, запасы устойчивости, критерий Найквиста, D -разбиение.

1. Введение

ПИ-регуляторы представляют собой широко распространенный на практике закон управления. Его главные преимущества заключаются в простоте (для его синтеза требуется найти всего два параметра – коэффициенты пропор-

циональной и интегральной частей) и эффективности (для большого числа разнообразных технологических процессов ПИ-регуляторы обеспечивают требуемое качество регулирования) [1]. Однако из-за своей простоты ПИ-регуляторы мало пригодны для управления сложными объектами, описываемыми моделями высоких порядков (в настоящей работе исследуется случай объекта управления 2-го порядка общего вида).

Методы синтеза параметров ПИ-регуляторов развивались параллельно с теорией автоматического управления: сначала использовались эмпирические правила настройки, например известный метод Циглера–Никольса [2], который в дальнейшем получил теоретическое обоснование [3]. Во второй половине XX века активно появлялись аналитические методы настройки ПИ- и ПИД-регуляторов, в которых обычно для некоторой фиксированной модели предлагались аналитические формулы для расчета параметров регулятора, обеспечивающие определенные качественные показатели [4]. Основная тенденция в современных подходах к синтезу ПИ- и ПИД-регуляторов (а также их модификаций, часто называемых регуляторами низкого порядка) состоит в использовании оптимизации для поиска параметров регулятора, когда выбирается некоторый качественный показатель, по которому осуществляется оптимизация: классический LQR-синтез [5, 6], оптимизация по H_∞ -критерию [7, 8] и др. [9 – 11].

Многие методы синтеза (в том числе упомянутые выше) учитывают также ограничения на параметры регулятора, связанные с взаимной противоречивостью используемых на практике показателей качества процессов управления [12]. В работах [7, 13] отмечено, что процедуры синтеза на основе оптимизации могут приводить к хрупким регуляторам, когда система становится чувствительной к небольшим изменениям их параметров и может в том числе терять устойчивость. Поэтому актуальной является задача анализа хрупкости найденных в процессе синтеза регуляторов.

Методы анализа хрупкости регуляторов тесно связаны с робастными подходами, так по сути предназначены для аналогичных целей. Среди распространенных подходов можно упомянуть D -разбиение, методы на основе полиномов Харитонова, общей квадратичной функции Ляпунова и др. [1, 14].

В настоящей работе для анализа хрупкости ПИ-регуляторов предлагается использовать известный подход к анализу робастных свойств систем, называемый *размыканием по параметру* [15]. Идея подхода состоит в том, что исследуемый параметр ПИ-регулятора «выносятся» из системы объект–регулятор, образуя фиктивный контур управления. Далее проводится анализ разомкнутой передаточной функции этого контура, которая содержит исследуемый параметр в качестве сомножителя. В этом случае анализ годографа Найквиста (или амплитудно-фазовых частотных характеристик) позволяет проверить устой-

чивость исходной замкнутой системы, а также исследовать хрупкость ПИ-регулятора, т.е. найти границы допустимых (в смысле сохранения устойчивости) изменений его параметров. Используемый подход можно рассматривать как однопараметрическое D -разбиение [16], позволяющее сразу определять интервалы устойчивости замкнутой системы по исследуемому параметру.

2. Постановка задачи

Рассматривается система управления, состоящая из скалярного объекта управления, замкнутого ПИ-регулятором:

$$y = P(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2} u, \quad u = C(s) = \frac{k_p s + k_i}{s} y, \quad (1)$$

где $P(s)$ – передаточная функция объекта управления; $C(s)$ – передаточная функция ПИ-регулятора с параметрами k_p и k_i ; $y \in \mathbf{R}$ – измеряемый выход объекта; $u \in \mathbf{R}$ – управление, формируемое ПИ-регулятором; s – символ преобразования Лапласа.

В частном случае можно рассматривать $P(s)$ как линеаризацию распространенной на практике модели технологического процесса, описываемого уравнением первого порядка с запаздыванием:

$$\frac{k}{Ts + 1} e^{-\tau s} \approx \frac{k(-\tau s / 2 + 1)}{(Ts + 1)(\tau s / 2 + 1)}, \quad (2)$$

при этом параметры модели объекта управления в системе (1) равны

$$b_1 = \frac{-k}{T}, \quad b_2 = \frac{2k}{T\tau}, \quad a_1 = \frac{2T + \tau}{T\tau}, \quad a_2 = \frac{2}{T\tau}.$$

В работе решается следующая задача анализа.

Задача 1. Для фиксированного ПИ-регулятора с параметрами k_p^0 и k_i^0 требуется решить две подзадачи: определить, является ли замкнутая система (1) устойчивой, и если является, то найти границы статических изменений для каждого из параметров регулятора по отдельности, при которых сохраняется устойчивость системы (1).

3. Основной результат

Передаточную функцию объекта управления $P(s)$ представим через описание в пространстве состояний (см. *observer form* в работе [17])

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_2 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} u, \\ y = c^T x = (1 \quad 0) x, \end{cases} \quad (3)$$

где $x \in \mathbf{R}^n$ – вектор состояния.

Уравнение ПИ-регулятора с фиксированными параметрами k_p^0 и k_i^0 в пространстве состояний имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_u = y, \\ u = -k_i^0 x_u - k_p^0 y, \end{cases} \quad (4)$$

где $x_u \in \mathbf{R}$ – состояние ПИ-регулятора.

Уравнения замкнутой системы (3), (4) имеют вид $\dot{x}_c = A_c x_c$, где

$$x_c = \begin{pmatrix} x \\ x_u \end{pmatrix}, \quad A_c = \begin{pmatrix} A - k_p^0 b c^T & -k_i^0 b \\ c^T & 0 \end{pmatrix}.$$

Характеристический полином матрицы A_c совпадает с характеристическим полиномом замкнутой системы (1):

$$D(s) = \det(sI - A_c) = sa(s) + (k_p^0 s + k_i^0)b(s).$$

Система (1) устойчива, когда

$$\operatorname{Re}\{\lambda(D(s))\} < 0,$$

где $\lambda(\cdot)$ – корни полинома. Далее будет показано, что проверка последнего условия может выполнена с помощью классического критерия Найквиста, примененного к построенной специальным образом передаточной функции.

В настоящей работе под хрупкостью регулятора понимается чувствительность системы в смысле устойчивости к изменению параметров регулятора. Показателем хрупкости являются допустимые границы статических изменений коэффициентов ПИ-регулятора, при которых сохраняется устойчивость. Хрупкость регулятора (как и устойчивость) исследуется с помощью годографа Найквиста специальной передаточной функции, получаемой с помощью известного подхода – упомянутого выше размыкания по параметру, где в качестве исследуемых параметров выбираются по отдельности коэффициенты k_p^0 и k_i^0 ПИ-регулятора.

На рисунке 1 изображена блок-схема, поясняющая идею подхода: слева показана система (1), которая преобразуется в эквивалентную изображенную справа. На рисунке 1: k^0 – исследуемый параметр, а $\tilde{W}(s)$ – передаточная функция фиктивного объекта управления, которая будет описана по отдельности для параметров k_p^0 и k_i^0 , $\tilde{y}$ и $\tilde{u}$ – фиктивные выход и управление в преобразованной системе.

Опишем процедуру размыкания по параметру k_p^0 , для этого формально представим уравнения замкнутой системы (3), (4) как

$$\dot{x}_c = A_p x_c + b_p \tilde{u}, \quad \tilde{y} = c_p^T x_c, \quad \tilde{u} = -k_p^0 \tilde{y}, \quad (5)$$

где параметры имеют вид

$$A_p = \begin{pmatrix} A & -k_i^0 b \\ c^T & 0 \end{pmatrix}, \quad b_p = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_p^T = \begin{pmatrix} c^T & 0 \end{pmatrix}.$$

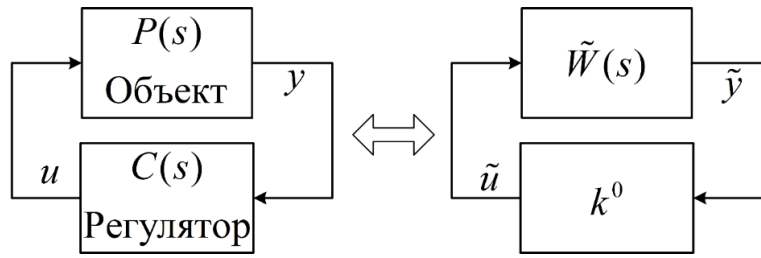


Рис. 1. Блок-схема, иллюстрирующая метод размыкания по параметру

Передаточная функция разомкнутой системы (5) имеет вид

$$W_p(s) = k^0 \cdot \tilde{W}(s) = k_p^0 \cdot c_p^T (sI - A_p)^{-1} b_p = \frac{k_p^0 s b(s)}{s a(s) + k_i^0 b(s)}.$$

Аналогично для параметра k_i^0 имеем

$$\dot{x}_c = A_i x_c + b_i \tilde{u}, \quad \tilde{y} = c_i^T x_c, \quad \tilde{u} = -k_i^0 \tilde{y}$$

с параметрами

$$A_i = \begin{pmatrix} A - k_p^0 b & 0_{2 \times 1} \\ c^T & 0 \end{pmatrix}, \quad b_i = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_i^T = \begin{pmatrix} 0_{1 \times 2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Передаточная функция разомкнутой по k_i^0 системы имеет вид

$$W_i(s) = k^0 \cdot \tilde{W}(s) = k_i^0 \cdot c_i^T (sI - A_i)^{-1} b_i = \frac{k_i^0 b(s)}{s [a(s) + k_p^0 b(s)]}.$$

Очевидно, что при замыкании каждой из разомкнутых систем $W_p(s)$ и $W_i(s)$ полученный характеристический полином соответствующей замкнутой системы будет равен $D(s)$, и следовательно, построив годограф Найквиста передаточной функции $W_p(s)$ (или $W_i(s)$) и применив одноименный критерий, можно исследовать устойчивость исходной замкнутой системы (1).

Первая подзадача в **задаче 1** решается с помощью классического критерия Найквиста. Решение второй подзадачи по определению допустимых границ изменений параметров ПИ-регуляторов, также основано на классическом инструменте теории автоматического управления – показателе запасов устойчивости по модулю. Пусть для простоты $W_{p,i}(s)$ является устойчивой передаточной функцией (т.е. согласно критерию Найквиста для устойчивости в замкнутом состоянии частотная характеристика $W_{p,i}(j\omega)$ не должна охватывать критическую точку $(-1 - j0)$). Пусть также существуют такие частоты ω_l и ω_u , что

$$\operatorname{Im}\{W_{p,i}(j\omega_l)\} = \operatorname{Im}\{W_{p,i}(j\omega_u)\} = 0, \quad g_{l,u} = \operatorname{Re}\{W_{p,i}(j\omega_{l,u})\} < 0 \text{ и } g < -1 < g,$$

тогда запасами устойчивости системы по модулю называется пара чисел $1/|g_l|$ и $1/|g_u|$. Первое число показывает, во сколько раз можно уменьшить коэффициент усиления разомкнутого контура без потери устойчивости, а второе – соответственно увеличить. Так как передаточные функции $W_p(s)$ и $W_i(s)$ содержат исследуемые параметры k_p^0 и k_i^0 в качестве сомножителей, то указанные запасы устойчивости можно пересчитать в границы допустимых (стационарных) изменений параметров ПИ-регулятора, при которых система остается устойчивой:

$$k_{p,i}^0 / |g_l| < k_{p,i} < k_{p,i}^0 / |g_u|. \quad (6)$$

В общем случае необходимо учитывать, что $W_{p,i}(s)$ может быть неустойчивой, нейтральной или иметь кратные чисто мнимые полюса; также может существовать больше двух (g_l и g_u) точек пересечения $W_{p,i}(j\omega)$ с вещественной осью (или она может быть только одна). Окончательно решение **задачи 1** состоит из следующих этапов:

1. Определить тип (устойчивая, неустойчивая и т.п.) любой из передаточных функций $W_p(s)$ или $W_i(s)$ и, применив соответствующий критерий Найквиста, проверить, является ли замкнутая система устойчивой.

2. Если система (1) устойчива, то для $W_{p,i}(j\omega)$ ищутся точки пересечения с вещественной осью g_r , $l=1, 2, \dots$. Аналитический расчет выглядит следующим образом: используя уравнение $\operatorname{Im}\{W_{p,i}(j\omega)\} = 0$, определяются частоты ω_r , $r=1, 2, \dots$, с помощью которых вычисляются $g_r = \operatorname{Re}\{W_{p,i}(j\omega_r)\}$.

3. По найденным g_r , $l=1, 2, \dots$, определяются границы допустимых интервалов изменений параметров ПИ-регулятора.

4. Пример

Рассмотрим объект управления, описанный линеаризованной моделью (2) с параметрами

$$k = 2,7, \quad T = 8,4, \quad \tau = 1,6,$$

его передаточная функция имеет вид

$$P(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{-0,321s + 0,402}{s^2 + 1,369s + 0,149}.$$

Параметры ПИ-регулятора выбраны как $k_p^0 = 0,832$ и $k_i^0 = 0,12$.

На рисунке 2 показаны годографы Найквиста передаточных функций

$$W_p(s) = \frac{-0,267s^2 + 0,334s}{s^3 + 1,369s^2 + 0,11s + 0,048}$$

и

$$W_i(s) = \frac{-0,0386s + 0,048}{s(s^2 + 1,102s + 0,483)},$$

крестиком показана критическая точка $(-1, j0)$, а круглыми точками отмечены значения g_r .

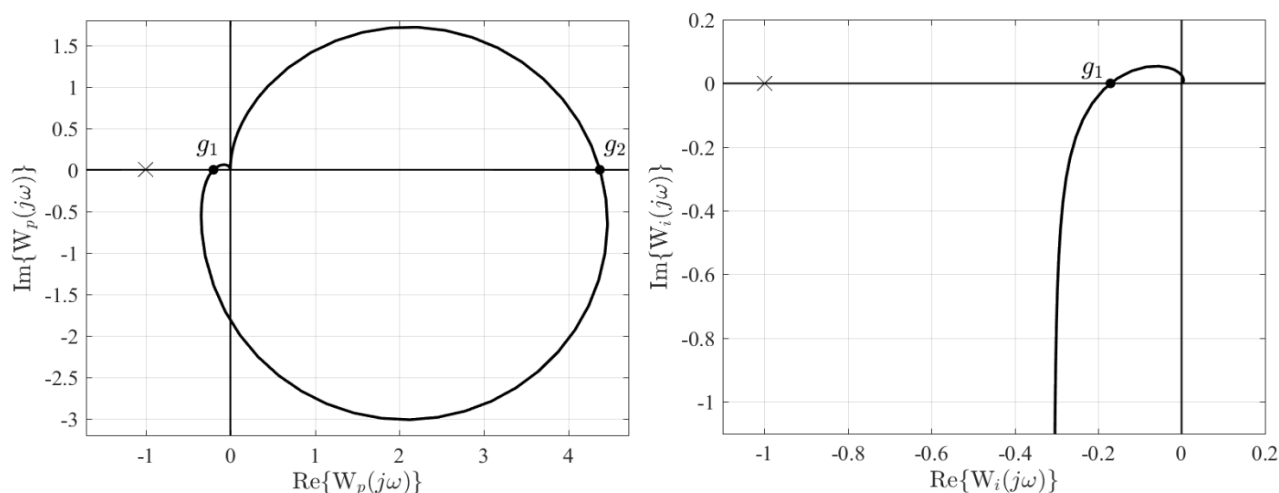


Рис. 2. Годографы Найквиста передаточных функций:

слева – $W_p(s)$; справа – $W_i(s)$

Передаточная функция $W_p(s)$ – устойчивая, а $W_i(s)$ – нейтральная, их годографы показывают, что согласно критерию Найквиста замкнутая система (1) является устойчивой.

Найдем сначала границы допустимых изменений параметра k_p . Они определяются значениями $g_1 = -0,1993$ и $g_2 = 4,366$. Используя неравенство (6) и положив $g_l = \infty$ и $g_u = g_1$, получим следующие границы:

$$0 \leq k_p < 4,175.$$

Ноль включается в границы допустимых значений k_p , так как передаточная функция $W_p(s)$ устойчива.

Для точки g_2 проведем следующие рассуждения: при умножении $W_p(s)$ на -1 ее годограф зеркально отразится относительно точки $(0 \ j0)$ комплексной плоскости. При этом нули и полюса передаточной функции не изменятся, и критерий для проверки ее устойчивости останется тем же. Описанную операцию можно интерпретировать как смену знака параметра k_p . Так как $-g_2 < -1$, то при $-k_0^p$ замкнутая система неустойчива. Годограф $-W_{p,i}(j\omega)$ перестанет охватывать критические точки при значении $k_p = -k_p^0 / |g_2| = -0,191$, которое является нижней границей допустимого интервала устойчивости, при этом увеличивать k_p без потери устойчивости можно до 0 включительно. Окончательно интервал допустимых k_p (при фиксированном k_i^0):

$$-0,191 < k < 4,175.$$

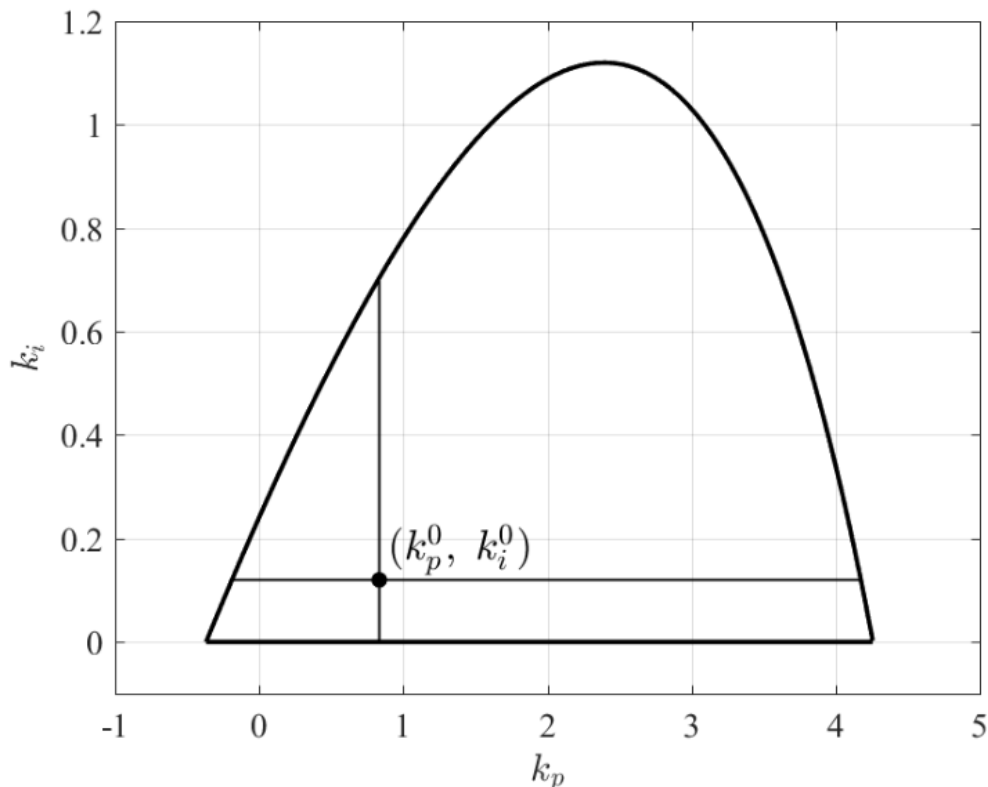


Рис. 3. Множество стабилизирующих ПИ-регуляторов

Для параметра k_i выполняется аналогичный анализ: точка $g_1 = -0,1705$ определяет, насколько можно увеличивать значение параметра k_i от k_i^0 . Окончательно имеем следующие границы допустимых изменений:

$$0 < k_i < 0,703.$$

Ноль не включается в интервал допустимых значений k_i , так как $W_i(s)$ является нейтральной, по этой же причине при $-W_i(s)$ не существует $k_i < 0$, стабилизирующих замкнутую систему.

На рисунке 3 в плоскости $(k_p \quad k_i)$ построено множество стабилизирующих ПИ-регуляторов, найденное D -разбиением характеристического полинома $D(s)$ замкнутой системы одновременно по параметрам k_p^0 и k_i^0 . Отдельно отмечена точка $(k_p^0 \quad k_i^0)$, из которой проведены линии до границ множества стабилизирующих ПИ-регуляторов. Точки пересечения этих линий с границей множества стабилизирующих ПИ-регуляторов совпадают с найденными границами допустимых изменений параметров ПИ-регулятора.

5. Заключение

В работе предлагается метод анализа хрупкости ПИ-регулятора с помощью известного подхода к анализу робастности – размыкания по параметру. Метод позволяет проверить устойчивость замкнутой системы объект–ПИ-регулятор, а также найти границы статических изменений параметров регулятора, при которых сохраняется устойчивость. Непосредственно процедура анализа хрупкости использует годограф Найквиста (или амплитудно-фазовую частотную характеристику) и классические показатели запасов устойчивости по модулю. Предложенный метод анализа хрупкости не дает полного описания множества стабилизирующих ПИ-регуляторов (по сравнению с D -разбиением по двум параметрам), однако он существенно проще в реализации и выполняется с помощью стандартных функций, доступных в САПР, предназначенной для инженера-проектировщика.

Результаты исследований, представленные в разделе 4, получены за счет средств Российского научного фонда (№ 25-29-20062), <https://rscf.ru/project/25-29-20062/>.

Список использованных источников

1. PID Control in the Third Millennium. Lessons Learned and New Approaches / ed. R. Vilanova, A. Visioli. – London : Springer-Verlag, 2012.
2. Ziegler, J. G. Optimum Settings for Automatic Controllers / J. G. Ziegler, N. B. Nichols // Transactions of ASME. – 1942. – V. 64. – P. 759 – 768.

3. Åström, K. J. Advanced PID Control / K. J. Åström, T. Hägglund. – NC : ISA, 2006. – 460 p.
4. O'Dwyer, A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules / A. O'Dwyer. – 3rd edition. – London : Imperial College Press, 2009. – 608 p.
5. He, J.-B. PI/PID controller tuning via LQR approach / J.-B. He, Q.-G. Wang, T.-H. Lee // Chemical Engineering Science. – 2000. – V. 55, Is. 13. – P. 2429 – 2439.
6. Поляк, Б. Т. Новые критерии настройки ПИД-регуляторов / Б. Т. Поляк, М. В. Хлебников // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 11. – С. 62 – 82.
7. Грязина, Е. Н. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H_∞ : параметрический подход / Е. Н. Грязина, Б. Т. Поляк, А. А. Тремба // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 3. – С. 94 – 10.
8. Han, S. PID controller design with an H_∞ criterion / S. Han, L. H. Keel, S. P. Bhattacharyya // IFAC-PapersOnLine. – 2018. – V. 51, Is. 4. – P. 400 – 405.
9. Åström, K. J. Design of PI Controllers based on Non-Convex Optimization / K. J. Åström, H. Panagopoulos, T. Hägglund // Automatica. – 1998. – V. 34, No. 5. – P. 585 – 601.
10. Jin, L. Fixed, low-order controller design with time response specifications using non-convex optimization / L. Jin, Y. C. Kim // ISA Transactions. – 2008. – V. 47, Is. 4. – P. 429 – 438.
11. PID Design by Convex-Concave Optimization / M. Hast, K. J. Åström, B. Bernhardsson, S. Boyd // Proceedings of the European Control Conference (ECC-2013). – Zurich, Switzerland, 2013. – P. 4460 – 4465.
12. Garpinger, O. Performance and robustness trade-offs in PID control / O. Garpinger, T. Hägglund, K. J. Åström // Journal of Process Control. – 2014. – V. 24, Is. 5. – P. 568 – 577.
13. Keel, L. Robust, fragile or optimal? / L. Keel, S. P. Bhattacharyya // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1997. – V. 42, Is. 6. – P. 1098 – 1105.
14. Поляк, Б. Т. Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М. : Наука, 2002. – 303 с.
15. Честнов, В. Н. Подход к задаче синтеза допусков на параметры линейных многомерных систем / В. Н. Честнов // Известия АН. Теория и системы управления. – 1995. – № 2. – С. 72 – 79.
16. Грязина, Е. Н., Современное состояние метода D -разбиения / Е. Н. Грязина, Б. Т. Поляк, А. А. Тремба // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 12. – С. 3 – 40.
17. Kailath, T. Linear systems / T. Kailath. – N.J. : Prentice-Hall, 1980.

УПРАВЛЕНИЕ РИСКАМИ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ДРЕВОВИДНОЙ СТРУКТУРОЙ

Аннотация. Работа посвящена проблеме учета структурных эффектов при управлении рисками организационных систем. Большинство управленческих методологий не учитывают, что компоненты организационных систем находятся в сложной взаимосвязи, что также справедливо и для ассоциированных с ними рисков. В настоящей работе рассматривается одна из возможных постановок задач минимизации риска, учитывающая взаимовлияние элементов организационной системы с древовидной структурой.

Ключевые слова: организационные системы, риск, структура систем, управление рисками.

1. Введение

Существующие широко применяемые методологии управления рисками, в частности, организационных систем, как правило, предполагают последовательное решение следующих задач (см., например, [1]):

- 1) идентификация имеющихся рисков;
- 2) оценка текущих значений идентифицированных рисков;
- 3) выбор способа агрегирования этих значений для получения оценки риска системы в целом (интегрального риска);
- 4) определение множества допустимых управляющих воздействий для снижения рисков;
- 5) выбор оптимального в смысле снижения совокупного риска набора управляющих воздействий, направленных на снижение риска (контрмер) из ранее построенного множества допустимых воздействий, удовлетворяющих требуемым ограничениям (например, бюджетным или временным).

Известные методы решения задач 3) и 5), за исключением отдельных частных случаев, предполагают независимость рисков и, соответственно, действий контрмер.

В то же время достаточно взглянуть на любую классификацию рисков (к примеру, на приведенную на рис. 1), чтобы убедиться в том, что на самом деле даже классы рисков различной природы находятся в сложной взаимосвязи друг с другом. В общем случае это означает, что получаемые прогнозные значения интегрального риска защищаемой организационной системы при применении тех или иных мер по снижению локальных рисков, полученные без учета взаимного влияния последних, априори некорректны. Однако, учитывая трудо-

емкость (и, в некоторых случаях, практическую неразрешимость) задачи идентификации структуры и степени взаимного влияния локальных рисков для конкретной системы, а также сложность обоснования выбора метода агрегирования, корректно учитывающего эту структуру, актуальной становится задача оценки влияния структурных эффектов на значение интегрального риска.

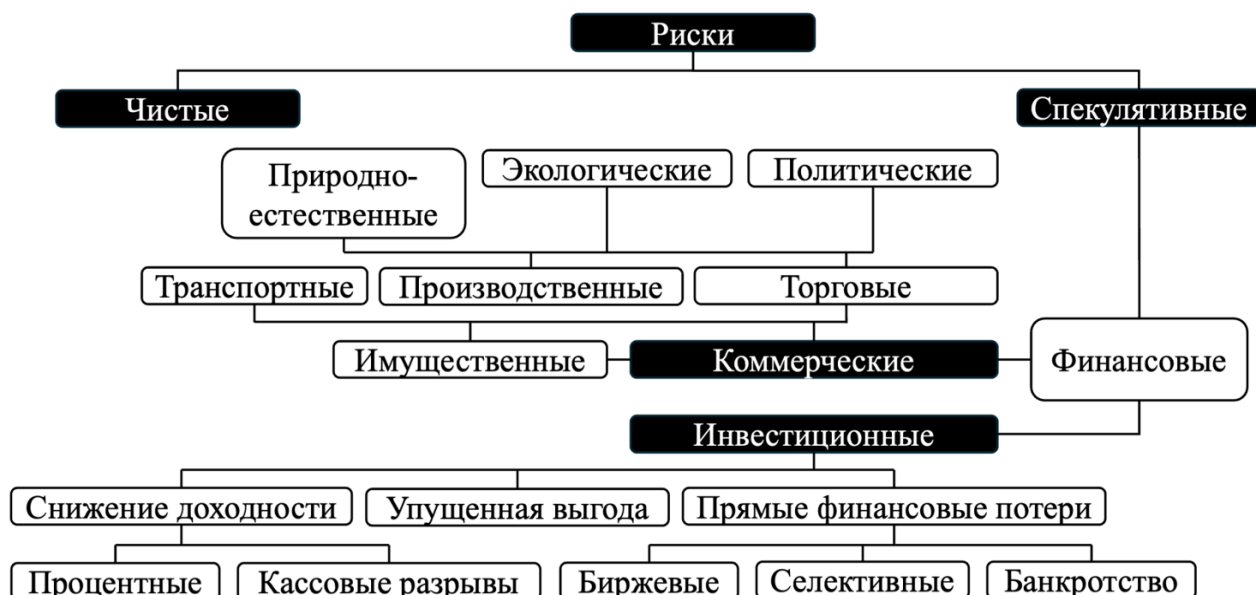


Рис. 1. Общесистемная классификация рисков [2]

Практическая полезность ее решения заключается в возможности учитывать не все структурные связи в совокупности, а только некоторые, наиболее важные из них. В данной работе рассматривается частный, но довольно часто встречающийся случай, когда структура системы является деревом произвольной топологии.

Материал структурирован следующим образом. В § 2 приведена формальная постановка задачи оптимального размещения элементов сложной системы внутри заданной древовидной структуры. В § 3 приведены верхние оценки решения этой задачи с ограниченным перебором. В заключении обсуждаются полученные результаты и дальнейшие перспективы исследования.

2. Общая постановка задачи

Предположим, что защищаемая организационная система включает в себя конечное множество элементов $S = \{s_1, \dots, s_i, \dots, s_n\}$, $i \in N = \{1, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}$, каждый из которых характеризуется удельным риском:

$$\rho_i^0 = u_i p_i^0,$$

где u_i – величина ожидаемого ущерба в случае отказа элемента s_i , а p_i^0 – удельная вероятность наступления неблагоприятного события, вызывающего такой отказ. Сразу отметим, что элементы множества S не обязательно соответствуют

составу организационной системы или ее подсистемам. В зависимости от постановки задачи они могут нести и иной смысл.

Пусть задана структура $W_m = \langle G(V, E), v_0 \rangle$, $v_0 \in V$, где $G(V, E)$ – ориентированное дерево со множеством вершин V и множеством дуг E , v_0 – корень дерева, называемый периметром, а m – число висячих вершин, причем

$$V = \left\{ \{v_0\} \cup \bigcup_{j=1}^{b_{01}} \{v_{0j}\} \cup \bigcup_{i=1}^{q_1} \bigcup_{j=1}^{b_{1i}} \{v_{0ij}\} \cup \dots \cup \bigcup_{i=1}^{q_{L-1}} \bigcup_{j=1}^{b_{(L-1)i}} \{v_{0\dots ij}\} \right\},$$

$$E = \left\{ \begin{array}{l} \bigcup_{j=1}^{b_{01}} \{(v_0, v_{0j})\} \cup \bigcup_{i=1}^{q_1} \bigcup_{j=1}^{b_{1i}} \{(v_{0i}, v_{0ij})\} \cup \dots \\ \dots \cup \bigcup_{i=1}^{q_{L-1}} \bigcup_{j=1}^{b_{(L-1)i}} \{(v_{0\dots i}, v_{0\dots ij})\} \end{array} \right\}.$$

Здесь L – число ярусов дерева G , b_{li} , $i \in \{1, \dots, q_l\}$ – число дуг, выходящих из вершины $v_l \in V$, а q_l – число вершин уровня l .

Структура W_m ограничивает распространение отказов – любая их последовательность начинается с корня v_0 и продолжается вдоль дуг дерева G .

Взаимно-однозначное отображение $M^{-1}: S \rightarrow V$ назовем размещением элементов S в структуре W_m . Локальным риском размещенного в W_m элемента защищаемой организационной системы $s_i = M(v_j)$ будем называть величину

$$\rho_i = \begin{cases} u_i p_i, & \text{если } s_i = M(v_0), \\ u_i p_i^0 \cdot \max_{s_k \in M(V_j')} p_k, & \text{если } s_i = M(v_j), j \neq 0, \end{cases}$$

где $V_j' \subset V$ – подмножество вершин, из которых выходит дуга в v_j .

Зададим интегральный риск защищаемой организационной системы как сумму локальных рисков ее элементов, т.е.

$$\rho(S, W_m, M^{-1}) = \sum_{i=1}^n \rho_i.$$

Запишем задачу оптимального в смысле минимизации интегрального риска размещения элементов:

$$\mathbf{M}_{\min} = \underset{M^{-1}}{\text{Argmin}} \rho(S, W_m, M^{-1}): \rho_{\min} = \sum_{i=1}^n \rho_i \quad \forall M^{-1} \in \mathbf{M}_{\min}. \quad (1)$$

Отметим, что несмотря на то, что на практике изменение структуры организационных систем сопряжено со значительными затратами и в рамках решения задач управления рисками обычно не применяется, поиск решений

задачи (1) позволяет получить критерий, позволяющий сравнивать структуры между собой с точки зрения их влияния на интегральный риск.

В предшествующих работах были получены решения задачи (1) в важных частных случаях. Так, наиболее безопасной является структура W_1 , в которой элементы выстроены в цепь. Для такой структуры задача (1) имеет аналитическое решение в виде критерия предпочтения, позволяющего выбрать порядок размещения элементов системы в зависимости от удаленности вершины от периметра [3].

Для структуры W_m , состоящей из m простых цепей вида W_1 с общей вершиной-периметром v_0 , точное решение удалось получить [4] лишь при выполнении достаточно сильного ограничения

$$\frac{1 - p_i^0}{u_i p_i^0} = \frac{1 - p_j^0}{u_j p_j^0} \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}.$$

В общем же случае решение задачи (1) для таких звездообразных структур можно найти только полным перебором. Однако, при достаточно естественных (и существенно более слабых) ограничениях вида

$$\begin{cases} u = u_1 = u_2 = \dots = u_n, \\ \rho(S, W_m, M^{-1}) < \infty \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (2)$$

можно найти верхние оценки относительной погрешности решений с ограниченным перебором, или даже вовсе без такового. В следующем параграфе соответствующие оценки приведены для произвольных древовидных структур W_m с одновершинным периметром.

3. Верхние оценки приближенного решения задачи оптимального размещения элементов защищаемой организационной системы в заданной древовидной структуре

Будем считать, что выполнены ограничения (2). Для того, чтобы $\rho(S, W_m, M^{-1}) < \infty \quad \forall n \in \mathbb{N}$, следует ограничить величину удельной вероятности наступления неблагоприятного события. Пусть

$$\bar{p}^0 = \frac{1}{1 + \sqrt{m}}, p_i^0 \leq \bar{p}^0 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}.$$

Тогда

$$\rho(S, W_m, M^{-1}) \leq u \left(\bar{p}^0 + \sum_{k=0}^{L-1} \sum_{i=1}^{q_k} \sum_{j=1}^{b_{ki}} (\bar{p}^0)^{k+1} \right) \leq u.$$

Поскольку при $q_l = m, b_{ki} = 1 \quad \forall 0 < l < L$ справедливо неравенство

$$\rho(S, W_m, M^{-1}) \leq u \left(\bar{p}^0 + \sum_{k=0}^{L-1} \sum_{i=1}^{q_k} \sum_{j=1}^{b_{ki}} (\bar{p}^0)^{k+1} \right) \leq u,$$

а величина

$$m(\bar{p}^0)^{k+1} = \frac{m}{(1+\sqrt{m})^{k+1}},$$

монотонно убывая с ростом m , при $k = 2$ имеет корень $m = 4$, то верхняя оценка интегрального риска для дерева с параметрами $q_l = m, b_{ki} = 1 \forall 0 < l < L$, являющегося звездообразной структурой, будет не меньше аналогичной оценки для дерева с любыми другими допустимыми параметрами, причем максимума оценка достигает при $m = 4$.

Таким образом, для расчета верхней оценки относительной погрешности размещения элементов защищаемой организационной системы в заданном дереве достаточно рассмотреть частные случаи с небольшим числом висячих вершин.

Для заданных ограничений выражения интегрального риска имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho(S, W_m, M^{-1}) = & u(p_{M(v_0)} + \sum_{j=1}^{b_{01}} p_{M(v_{0j})} + \\ & + \sum_{i=1}^{q_1} \sum_{j=1}^{b_{01}} p_{M(v_{0ij})} + \dots + \sum_{i=1}^{q_{L-1}} \sum_{j=1}^{b_{(L-1)i}} p_{M(v_{0\dots ij})}). \end{aligned} \quad (3)$$

Будем генерировать такие выражения для размещений, получаемых перестановкой элементов k -го яруса дерева, начиная с $k = 1$. Для каждого k рассматриваются случаи $q_k = 2 \dots m$, соответствующие деревьям с q_k вершинами k -го яруса. При этом должны выполняться следующие ограничения:

$$\begin{cases} u = 1; \\ 0 < p_{M(v_{0\dots i})}^0 \leq p_{M(v_{0\dots ij})}^0 \quad \forall i \in \{1, \dots, q_k\}, j \in \{1, \dots, b_{ki}\}, k \in \{0, \dots, L-1\}; \\ \rho_{M(v_{0\dots ij})}^0 \leq \frac{u}{1 + \sqrt{m}} \quad \forall i \in \{1, \dots, q_k\}, j \in \{1, \dots, b_{ki}\}, k \in \{0, \dots, L-2\}; \\ \rho_{M(v_{0\dots ij})}^0 \leq \sum_{l=L}^{\infty} \left(\frac{u}{1 + \sqrt{m}} \right)^{l+1} \quad \forall i \in \{1, \dots, q_{L-1}\}, j \in \{1, \dots, b_{(L-1)i}\}. \end{cases}$$

Теперь запишем все возможные модули разности выражений вида (3), для каждого из них найдем глобальный максимум. Разделив получившееся значение на минимум разности этих двух выражений, получим величину относительного отклонения. Максимум таких отклонений даст нам искомую оценку. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

1. Численные оценки относительной погрешности решения задачи оптимального размещения элементов на различных ярусах дерева, округление до четвертого знака с избытком

Число вершин k -го яруса	Ярус		
	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
$m = 3$			
2	0,0585	0,0119	0,0030
3	0,0434	0,0088	0,0022
$m = 4$			
2	0,0571	0,0107	0,0025
3	0,0461	0,0086	0,0020
4	0,0607	0,0107	0,0024
$m = 5$			
2	0,0553	0,0097	0,0021
3	0,0468	0,0082	0,0018
4	0,0591	0,0098	0,0021
5	0,0515	0,0085	0,0018
$m = 6$			
2	0,0535	0,0089	0,0018
3	0,0466	0,0077	0,0016
4	0,0574	0,0090	0,0018
5	0,0512	0,0080	0,0016
6	0,0607	0,0091	0,0018

Поскольку с ростом k относительная погрешность монотонно убывает, чтобы построить размещение, интегральный риск для которого отличается от минимально возможного не более чем на 6,07% (оценка при $k = 2$, $m = 4$ выделена в табл. 1 полужирным шрифтом), достаточно оптимальным образом подобрать элементы системы для размещения в периметре и на первом ярусе. С учетом ранее введенных ограничений (2) это будут вершины с наименьшими удельными рисками. Отметим, что в отличие от точного – переборного – решения, субоптимальное решение с обозначенной выше погрешностью можно получить без перебора вообще. При этом с точки зрения практики, такая погрешность является допустимой для большинства организационных систем.

Более подробно полученные оценки обсуждаются в работе [5].

4. Заключение

Известные и широко применяемые на практике методы и подходы к решению задач управления рисками организационных систем, за исключением отдельных частных случаев, предполагают независимость идентифициро-

ванных рисков и угроз. На практике большинство систем рассматриваемого класса характеризуются нетривиальным взаимодействием входящих в них элементов и подсистем, влияющим в том числе на фактические значения связанных с ними рисков. Поэтому фактически выбранный набор мер для их снижения с учетом заданных ограничений может оказаться неоптимальным.

Попытка учесть структуру сложной организационной системы при управлении рисками порождает ряд задач, включая (но не ограничиваясь ими) следующие:

- 1) идентификация структуры и степени взаимного влияния элементов;
- 2) поиск критериев для сравнения структур между собой с точки зрения их влияния на интегральный риск;
- 3) выбор метода агрегирования, корректно учитывающего структуру системы;
- 4) прогноз влияния изменения значения локального риска на связанные локальные риски и на интегральный риск.

Из вышеперечисленных наименее разработанными являются задачи 2) и 3). Настоящая работа посвящена решению задачи 2). Полученные результаты уже позволяют сравнивать между собой структуры, являющиеся деревьями с одновершинным периметром. Следующим шагом будет обобщение полученных результатов на случай сетевых структур произвольной топологии.

Список использованных источников

1. ГОСТ Р ИСО 31000–2019. Менеджмент риска. Принципы и руководство. – М. : Стандартинформ, 2020. – I – IV. – 13 с.
2. Калашников, А. О. Модели и методы организационного управления информационными рисками корпораций / А. О. Калашников. – М. : ЭГВЕС, 2011. – 312 с.
3. Shiroky, A. Mathematical Problems of Managing the Risks of Complex Systems under Targeted Attacks with Known Structures / A. Shiroky, A. Kalashnikov // Mathematics. 2021. – V. 9, No 19. – e2468.
4. Shiroky, A. Influence of the Internal Structure on the Integral Risk of a Complex System on the Example of the Risk Minimization Problem in a “Star” Type Structure / A. Shiroky, A. Kalashnikov // Mathematics. 2023. – V. 11, No. 4. – e998.
5. Широкий, А. А. Влияние внутренней структуры сложной системы на ее интегральный риск на примере задачи минимизации риска в древовидной структуре / А. А. Широкий, А. О. Калашников // Проблемы управления. – 2025. – № 2. – С. 27 – 37.

Секция II

УПРАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ И СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

УДК 338.534

А. С. Белова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: belova@ipu.ru

МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ИНДЕКСОВ МОНОПОЛИЗАЦИИ И КОНЦЕНТРАЦИИ НА ЦЕНОВУЮ ПОЛИТИКУ ПРЕДПРИЯТИЯ

Аннотация. Рассмотрены вопросы развития предприятий как крупномасштабных систем. Факторы управления на предприятии, в том числе по различным критериям, в данной работе приведены по критерию прибыли. В качестве управления выступает ценовая политика. Собраны данные и проведены расчеты индекса Херфиндаля–Хиршмана на примере отрасли производства электрической распределительной и регулирующей аппаратуры, приведены расчеты коэффициента Лернера.

Ключевые слова: управление, многокритериальность, цена, эластичность, рыночная концентрация, индекс Херфиндаля–Хиршмана.

1. Введение

Рассмотрение нескольких критериев для определения влияния конкретных участников рынка невозможно без взаимного их использования. Внедрение согласованной модели использования различных критериев способствует наиболее репрезентативному представлению о текущей ситуации на рынке, но выделение критериев невозможно без обработки больших массивов аналитических данных, собранных за большой промежуток времени.

2. Обзор

Обращаясь к классической литературе, рассматриваются несколько видов монополий, среди которых административная, экономическая, естественная.

Экономическая монополия опирается на экономические факторы, предшествующие ее появлению. Под понятием естественной монополии дается описание ситуации, когда в определенный момент времени происходит наиболее эффективное удовлетворение спроса потребителей из-за низкого уровня конкуренции на рынке [1].

Ситуация, когда на рынке существует не один крупный игрок-монополист, а несколько крупных игроков, называется олигополией. В широ-

ком смысле слова под олигополией можно понимать наличие нескольких крупных игроков, которые эффективно координируют между собой цены, часто делая это в неявном виде. Такая координация ценовой и количественной политики способствует максимизации прибыли.

Характерной чертой олигопольного рынка выступает взаимная зависимость от поведения конкурентов. Для каждого отдельного участника рынка задача рассмотрения собственной кривой спроса на производимую продукцию становится невыполнимой без учета отклика конкурирующих с ним предприятий на принимаемые ценовые решения и количественную политику [2].

Неявное поддержание высокого уровня цен, одновременно связанное с сознательным выставлением рамок выпуска продукции, может причинять вред для потребителя. Такой ситуацией сложно управлять, ведь осуществлять контроль за деятельностью олигополий со стороны государства нелегко, так как с точки зрения законодательства формально эти организации оказываются в серой зоне антимонопольного регулирования [3].

Рассматривая наиболее простые модели олигополии, можно выделить модель Курно [4]. Как инструмент математического моделирования выделяется аппарат теории игр, где можно исследовать ситуации коллективного принятия решений группой рационально мыслящих экономических агентов. Именно такой экономико-математической моделью является модель Курно [5].

В рамках классической (не инновационной) модели, задавая отраслевой спрос и объемы каждого производителя, выводится рациональная цена за единицу производимой продукции.

Однако, установление рациональной ценовой политики требуется не только на олигополистическом рынке, но и на всех остальных. С этой задачей может помочь понятие эластичности спроса. Как правило, конкретная форма точечной кривой неизвестна, но постулируется монотонная убывающая функция количества от цены [6].

Возвращаясь к вопросу эластичности спроса, требуется рассмотрение понятия эластичности, подробно описанное в статье [7].

3. Теоретическая составляющая

Чтобы судить о степени монополизации рынка, следует ввести показатели, на которые можно опираться. Одним из таких показателей является коэффициент Лернера (1), описывающий отношение разницы между ценой и предельными издержками при производстве продукции:

$$L = \frac{P - MC}{P}, \quad (1)$$

где L – значение коэффициента; P – цена продукции; MC – предельные издержки выпуска продукции.

Вторым из рассматриваемых показателей выступает индекс Херфиндаля–Хиршмана, показывающий долю организации в определенной отрасли:

$$HHI = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + \dots + s_i^2, \quad (2)$$

$$HHI = \sum_{n=1}^i s_i^2, \quad (2.1)$$

где HHI – значение индекса Херфиндаля–Хиршмана; s – доля организации в общем объеме выпуска продукции внутри отрасли; i – количество организаций в данной отрасли.

Для начала найдем взаимосвязь коэффициента Лернера с эластичностью спроса, получив при этом обратную зависимость:

$$L = \frac{P-MC}{P} = \frac{1}{E}, \quad (3)$$

где E – эластичность спроса.

Также найдем взаимосвязь между индексом Херфиндаля–Хиршмана и эластичностью спроса.

Прибыль i -й фирмы

$$P(Q)q_i - MCq_i, \quad (4)$$

где q – объем выпускаемой продукции, $Q = \sum_{i=1}^n q_i$.

Чтобы максимизировать прибыль, выполним следующие действия:

$$\frac{dq}{dp} = 0 \rightarrow P'(Q)q_i + P(Q) - MC = 0. \quad (5)$$

Выражая маржу и долю s_i -фирмы, получим

$$\frac{P-MC}{P} = \frac{P'(Q)q_i}{P} = \frac{s_i}{E}, \quad (6)$$

$$s_i = \frac{q_i}{Q}, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n s_i \frac{P-MC_i}{P} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{E} = \frac{HHI}{E}. \quad (8)$$

Таким образом, получаем взаимосвязь коэффициента Лернера, индекса Херфиндаля–Хиршмана и эластичности спроса:

$$L = \frac{HHI}{E}. \quad (9)$$

4. Источники данных

Опираясь на реальные данные за промежуток времени с 2019 по 2024 год, рассмотрим конкретную отрасль, а именно ОКВЭД2 27.12 «Производство электрической распределительной и регулирующей аппаратуры». В Российской Федерации найдено 1570 действующих организаций, занимающихся данным видом деятельности. Из них выделено 30 самых крупных организаций с полной финансовой отчетностью.

Для расчета долей рынка, занимаемых организациями в определенном сегменте рынка, требуются показатели выручки. Также на основе финансовой отчетности можно рассчитать переменные и постоянные расходы, непосредственно сам коэффициент Лернера, индекс Херфиндаля–Хиршмана и оценить эластичность (табл. 1).

1. Расчеты и данные для организаций в период с 2019 по 2024 год

Наименование	Выручка, тыс. руб.						Переменные расходы	R ²	Коэффициент Лернера	Доля рынка, %	НИИ, %	Оценка эластичности
	2019	2020	2021	2022	2023	2024						
ООО «МЭЩ»	1 616 415	967 861	1 344 094	1 799 693	4 112 738	10 415 980	0,7702	0,9620	0,230	8,93	0,80	0,3884
ООО «ВЕСТ-ИНЖИНИРИНГ»	1 717 863	3 052 011	2 418 292	1 714 204	4 125 075	6 868 459	0,9764	0,9998	0,024	5,89	0,35	2,4943
АО «НПОТЭЛ»	2 460 437	3 802 331	5 634 016	6 850 337	10 442 895	10 228 176	0,7942	0,9846	0,206	8,77	0,77	0,4258
АО «ЗАВОД ЭЛЕКТРОПУЛЬТ»	1 302 922	1 048 984	1 972 746	1 697 557	1 165 912	2 213 786	1,0086	0,9465	–0,009	1,90	0,04	–2,2166
ООО «НИИЭФА – ЭНЕРГО»	2 567 204	2 734 975	3 197 997	3 222 393	4 597 856	7 113 338	0,5988	0,9738	0,401	6,10	0,37	0,1520
ООО «НПО «ГАЗ-ТЕХНОМАШ»	1 076 808	712 674	552 108	589 893	143 279	2 188	0,9256	0,9995	0,074	0,00	0,00	0,0003
ООО «ПАРУС ЭЛЕКТРО»	1 357 310	1 917 718	1 440 925	2 419 037	5 004 832	6 355 786	0,7829	0,9931	0,217	5,45	0,30	0,2508
ООО «РЭМЗ»	1 836 587	2 317 708	3 732 683	4 747 078	6 513 474	6 135 086	0,9998	1,0000	0,000	5,26	0,28	284,770
ПАО «ТЕНЗОР»	660 228	1 729 418	1 611 230	1 614 788	2 927 254	4 658 863	0,8270	0,9881	0,173	3,99	0,16	0,2307
ООО «ЧЭТА»	2 510 600	2 825 316	2 009 472	4 009 638	5 465 067	5 444 136	0,6649	0,9479	0,335	4,67	0,22	0,1392
ООО «МИРТЕК»	3 751 833	2 815 083	4 268 041	5 287 766	4 664 269	3 682 284	0,7670	0,9480	0,233	3,16	0,10	0,1354
ООО «СИСТЕМО-ТЕХНИКА»	753 455	983 831	1 895 896	3 641 251	3 696 218	5 579 897	0,7557	0,9925	0,244	4,78	0,23	0,1958
ООО «ЭЛТЕРА»	1 086 805	1 266 483	2 393 973	2 416 632	3 191 229	3 014 402	0,8365	0,9921	0,163	2,58	0,07	0,1580
ООО «ТЭМЗ»	1 293 080	1 128 101	2 138 360	2 556 446	4 707 101	5 162 753	0,7786	0,9957	0,221	4,42	0,20	0,1999

Продолжение табл. 1

Наименование	Выручка, тыс. руб.						Переменные расходы	R ²	Коэффициент Лернера	Доля рынка, %	НИИ, %	Оценка эластичности
ООО НПП «ТЭК»	1 900 708	1 480 345	2 266 999	2 798 908	3 563 252	4 125 825	0,8557	0,9908	0,144	3,54	0,13	0,2451
АО «ЭЛЕКТРОН- МАШ»	2 082 408	2 121 748	3 323 029	2 913 180	4 061 165	4 267 012	0,8959	0,9938	0,104	3,66	0,13	0,3514
ООО «НПО «ЭЛЕКТРО- АВТОМАТИКА»	512 916	1 375 440	190 865	203 204	2 025 565	3 633 838	0,9657	0,9999	0,034	3,11	0,10	0,9076
АО «ИНТЕХКОМ»	1 399 226	1 404 214	1 346 312	1 176 985	2 457 518	3 911 774	0,7465	0,9714	0,254	3,35	0,11	0,1322
ООО «СЭЗЭМ»	3 916 338	4 097 579	3 805 712	1 675 748	1 884 159	1 756 046	0,9604	0,9961	0,040	1,50	0,02	0,3798
ООО «ЭП-А»	303 652	879 725	1 051 859	1 557 603	3 438 946	3 677 364	0,8057	0,9906	0,194	3,15	0,10	0,1622
АО «НИПОМ»	684 240	727 690	1 450 404	2 138 621	3 332 273	2 269 479	0,7777	0,9783	0,222	1,94	0,04	0,0875
ООО «ТСН- ЭЛЕКТРО»	1 276 087	1 589 594	2 470 947	2 277 097	2 658 551	3 335 019	0,9635	0,9994	0,036	2,86	0,08	0,7841
ЗАО «БАСТИОН»	878 599	996 484	1 379 817	1 791 149	3 229 417	1 859 550	0,7993	0,9693	0,201	1,59	0,03	0,0794
ООО «ТКС»	5 131	228 092	807 598	1 831 090	2 525 878	3 199 156	0,9585	0,9998	0,042	2,74	0,08	0,6605
ООО «ТЭС»	1 127 178	1 375 180	1 205 117	1 277 615	1 737 934	3 110 034	0,9879	0,9989	0,012	2,67	0,07	2,2012
ООО «ШТИЛЬ ЭНЕРГО»	389 733	547 925	921 589	1 299 270	1 923 626	3 041 110	0,7023	0,9981	0,298	2,61	0,07	0,0875
ООО «НПП БРЕСЛЕР»	743 101	784 060	833 799	1 218 584	1 623 415	1 627 715	1,0260	0,9804	–0,026	1,39	0,02	–0,5359
Итого:							0,8124	0,9970	0,188	100,00	0,0483	5,3319

Финансовая отчетность организаций была получена из открытых источников Федеральной налоговой службы Российской Федерации.

5. Расчетная часть

Проведя аналитику по имеющимся данным, можно сделать вывод, что в целом по сектору выручка организаций падает, хотя находятся и исключения. Визуализация динамики представлена на рис. 1.

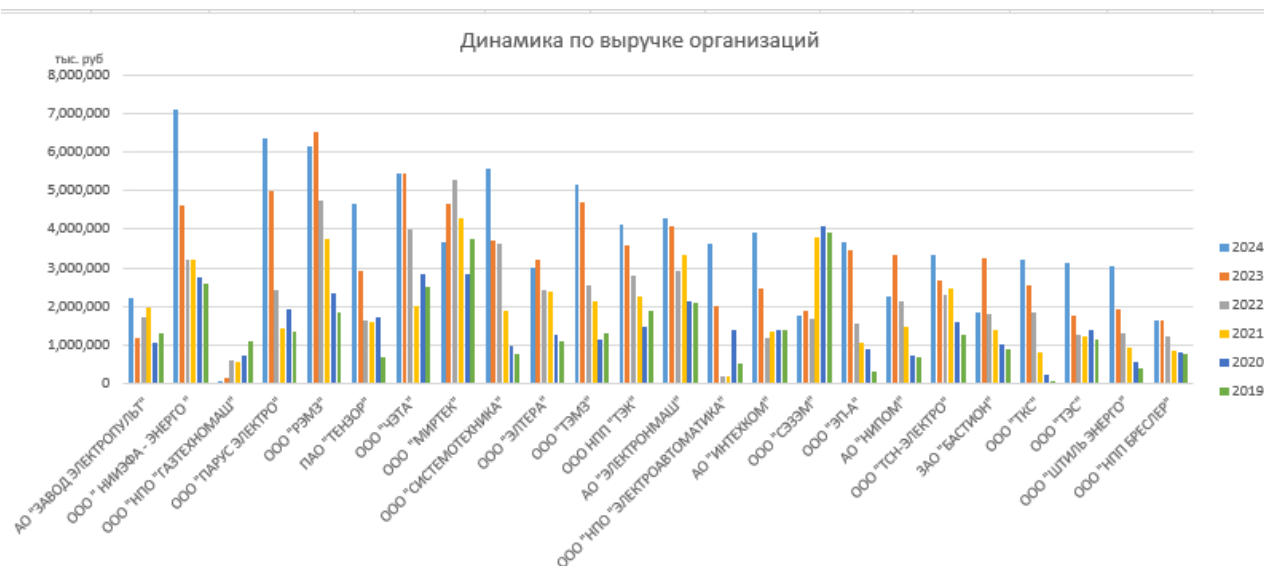


Рис. 1. Динамика по выручке

На основе выручки подсчитаны доли каждой компании на рынке, что наглядно продемонстрировано на рис. 2.

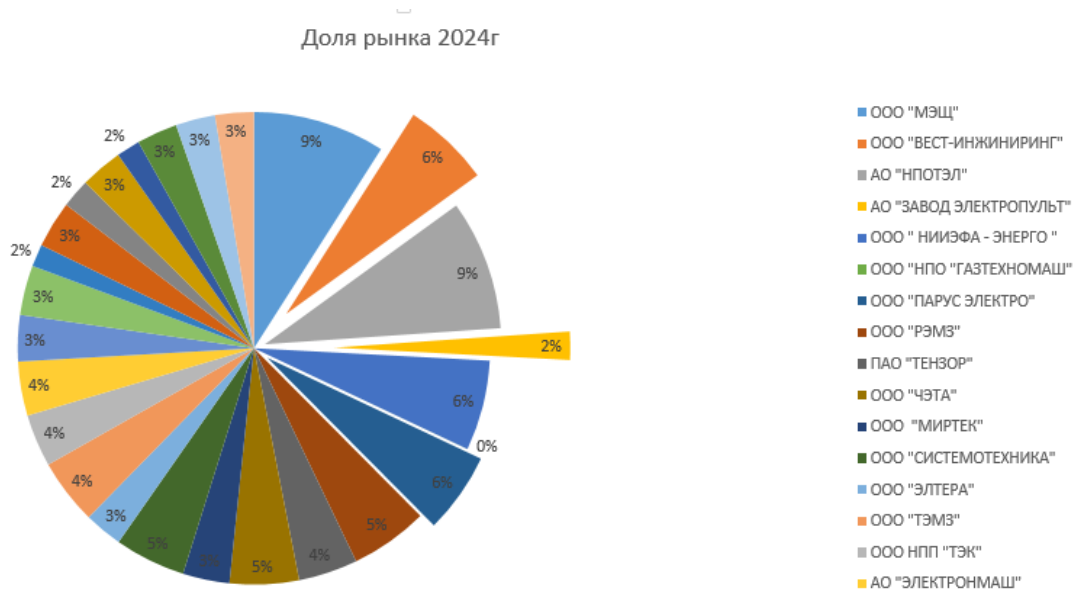


Рис. 2. Доли рынка

На рисунке 3 представлена зависимость полных затрат и выручки для одной из организаций. С помощью линейной регрессии удалось проиллюстри-

ровать динамику выручки. Коэффициент $R^2 = 0,9998$ говорит о том, что модель хорошо описывает реальную ситуацию.

На рисунке 4 представлена зависимость долей рынка, занимаемых организациями, от коэффициента Лернера:

$$HNI = \sum_{i=1}^{26} s_{26}^2 = 0,0483.$$

В рамках модели подсчитанный HNI для отрасли составляет 0,0483, это говорит о том, что рынок конкурентный, иными словами, монополизация отсутствует.

Оценка эластичности в большинстве случаев не превышает единицу, т.е. спрос не эластичный, за исключением нескольких организаций. Иными словами, отклик спроса на изменение цены слабый.

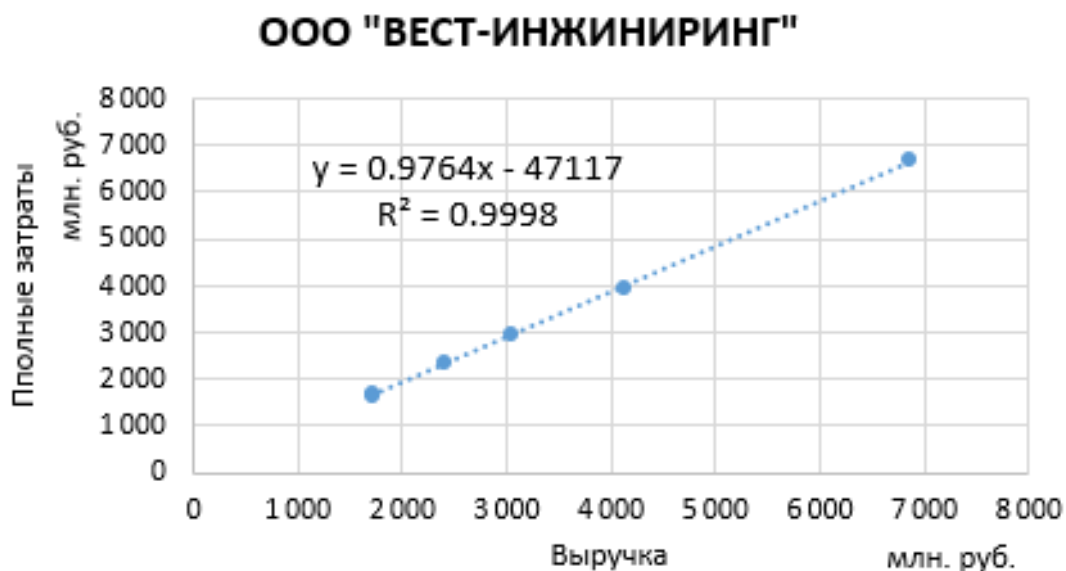


Рис. 3. Зависимость полных затрат и выручки

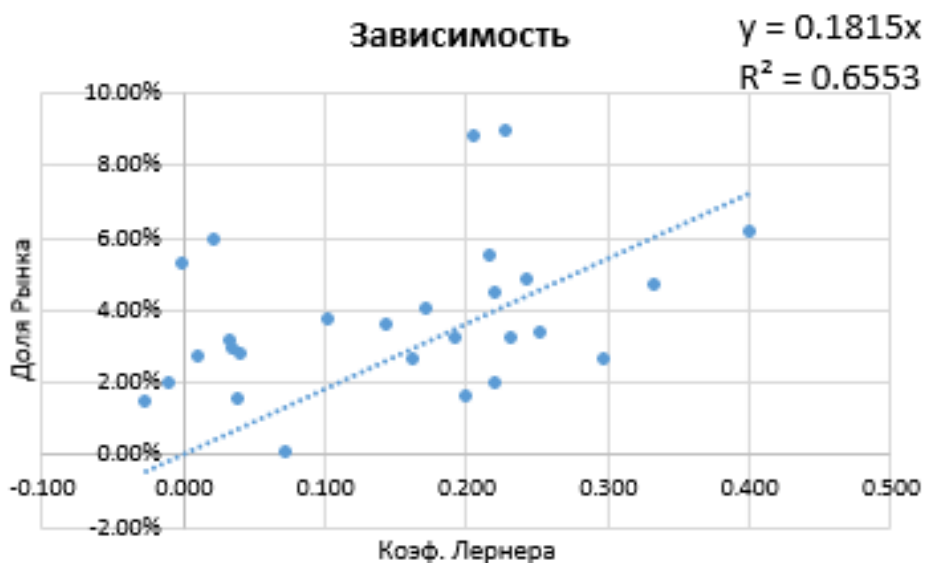


Рис. 4. Зависимость доли рынка от коэффициента Лернера

6. Заключение

Для регулирования эта модель помогает установить ценовой лимит для рынка исходя из значения эластичности. В случае слияния двух крупных компаний эластичность спроса может определить изменение ценовой надбавки.

В случаях совершенной конкуренции при $L = 0$, $HHI = 0$ получается нулевая ценовая надбавка, что значит, что предприятия получают лишь нормальную для них прибыль, так как цена равна предельным издержкам.

Собранные данные помогли рассчитать индекс Херфиндаля–Хиршмана и коэффициент Лернера на конкретной отрасли рынка, что станет подспорьем в дальнейших исследованиях.

Список использованных источников

1. Величко, Е. Л. Монополии и особенности их развития в современных условиях рынка / Е. Л. Величко // Ученые записки Тамбовского отделения РоСМУ. – 2018. – № 11. – С. 26 – 34.
2. Дзобелова, В. Б. Модели олигополии и их проявление в современной экономике России / В. Б. Дзобелова, Н. Ю. Лебедева // Вестник Северо-Осетинского государственного университета имени К. Л. Хетагурова. – 2020. – № 2. – С. 110 – 116.
3. Попов, В. В. Олигополистическая структура рынка. Особенности олигополии / В. В. Попов // Актуальные вопросы экономических наук. – 2016. – № 49. – С. 7 – 11.
4. Козлов, С. В. Модели олигополии 4–8 / С. В. Козлов, А. А. Мицель, С. В. Козлов // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311, № 6.
5. Бреер, В. В. Инновационная олигополия Курно / В. В. Бреер, Г. Л. Мирзоян, Д. А. Новиков // Проблемы управления. – 2015. – № 5. – С. 45 – 57.
6. Dranko, O. I. Price Optimization Method for Highly Technological Products / O. I. Dranko, A. S. Belova // 2025 International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon). – IEEE, 2025. – P. 822 – 826.
7. Dranko, O. I. On Rational Decisions under Different Criteria: Profit Pricing Policy / O. I. Dranko, A. S. Belova // 2024 6th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). – IEEE, 2024. – P. 240 – 243.

УПРАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫМ РАЗБИЕНИЕМ

Аннотация. Исследуется задача информационного управления, где Эксперт структурирует сообщения Агенту через разбиение множества состояний мира. Условие согласованности (взаимная выгодность правдивого информирования) гарантирует достоверность коммуникации без повторных взаимодействий. На примере доказана оптимальность полного разбиения (каждое состояние – отдельный класс) и выявлены критические зависимости выигрыша эксперта от структуры разбиения.

Ключевые слова: теория игр, информационное разбиение, коммуникационные игры.

1. Введение

Информационное управление играет ключевую роль в организационных системах, где участники обладают асимметричной информированностью и различающимися интересами. В классической работе Кроуфорда и Собеля [1] была предложена модель «дешевых разговоров», в которой Отправитель (эксперт) передает Получателю (агенту) сигнал о состоянии мира, а агент выбирает действие на основе этого сообщения. Однако в данной модели коммуникация неструктурирована, а достоверность информации требует многократных взаимодействий для формирования репутации. Позднее Собель [2] и другие авторы [3, 5, 6] исследовали условия доверия в повторяющихся играх, но также не рассматривал случаи, когда сообщения имеют жесткую структуру, например форму разбиения множества возможных состояний. Эти ограничения стимулировали поиск альтернативных подходов, обеспечивающих правдивость в одноэтапных взаимодействиях.

Основой настоящего исследования является модель согласованного информационного управления, предложенная А. Г. Чхартисвили [4]. В отличие от предыдущих работ, здесь Эксперт (центр) структурирует информацию в виде разбиения множества состояний на непересекающиеся подмножества, что позволяет формализовать процесс принятия решений агентом. Ключевым условием модели является согласованность управления: Эксперт сообщает агенту только ту часть разбиения, которая содержит истинное состояние, поскольку это максимизирует его выигрыш. Такое условие исключает необходимость построения доверия через репутацию и делает модель применимой для одноэтапных взаимодействий. В данной работе развивается этот подход: на примере с заданными параметрами проводится анализ всевозможных разбиений, для каждого из которых проверяются оптимальные действия агента, условие согласованности и ожидаемый выигрыш эксперта.

2. Модель коммуникационной игры

Пусть есть множество состояний мира Θ .

Предполагается, что каждому состоянию $\theta \in \Theta$ соответствует известная всем сторонам вероятность, которая отражает априорное распределение выигрыша по состояниям.

Истинное значение θ , определяющее выигрышное состояние, изначально неизвестно агенту и эксперту, но становится известным эксперту до момента передачи сообщения.

$f(\theta, x)$, $F(\Theta, x)$ – целевые функции эксперта и агента соответственно.

$x \in X$ – действие агента.

В работе [4] был предложен следующий порядок взаимодействия:

Эксперт создает и сообщает агенту разбиение $S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ множества Θ , где $S_i \forall i \in \overline{1, m}$ – непустые попарно непересекающиеся множества и $S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_m = \Theta$.

Эксперт узнает истинное значение θ .

Эксперт сообщает агенту часть разбиения S_i , содержащую θ .

Агент, на основании полученной информации, принимает решение, максимизируя свой выигрыш:

$$X_i^* = \text{Arg max}_{x \in X} E_{\theta \in S_i} f(\theta, x) \quad \forall i \in \overline{1, m}.$$

Рассмотрим ситуацию, когда агент не принимает на веру любые сообщения эксперта. В этом случае, чтобы осуществить информационное управление, необходимо, чтобы оно учитывало интересы как эксперта, так и агента. В работе [4] было сформулировано условие, при выполнении которого эксперту выгодно сообщить агенту ту часть разбиения S , которая содержит θ , а агенту выгодно доверять эксперту. Это условие было названо условием согласованности:

$$\forall i \in \overline{1, m} \quad \forall \theta \in S_i \quad \forall x^* \in X_i^* \quad \forall x \in X^* \quad \text{либо } x \in X_i^*, \\ \text{либо } F(\theta, x^*) \geq F(\theta, x),$$

где $X^* = X_1^* \cup X_2^* \cup \dots \cup X_m^*$ – множество всех оптимальных действий агента (при каком-либо сообщении центра из разбиения S); x^* – оптимальное действие агента.

3. Постановка задачи

Пусть множество состояний $\Theta = \{1, 2, \dots, n\}$, каждому состоянию соответствует некоторая вероятность выигрыша $p_1, p_2, \dots, p_n$, причем $p_i \neq p_j, i \neq j$.

Рассмотрим агента, целевая функция которого описывается следующим образом:

$$f(\theta, x) = \begin{cases} 1, & \text{если } \theta = x, \\ 0 & \text{в ином случае.} \end{cases}$$

Действие агента $x \in X = \Theta$. Иными словами, агент получает выигрыш только в том случае, если угадывает выигрышное состояние. Таким образом, агент стремится к максимизации вероятности правильного угадывания значения параметра.

Эксперт, в отличие от агента, заинтересован не только в точности выбора, но и в том, чтобы агент отдал предпочтение определенному, заранее выделенному состоянию – допустим, с номером 1. Это предпочтение моделируется через целевую функцию эксперта, включающую как функцию выигрыша агента, так и дополнительный компонент, отражающий заинтересованность в выборе состояния 1.

Целевая функция эксперта:

$$F(\theta, x) = f(\theta, x) + g(x),$$

$$g(x) = \begin{cases} \gamma & \text{если } x = 1, \\ 0 & \text{в ином случае,} \end{cases}$$

где $\gamma > 0$ – параметр, отражающий различие интересов эксперта и агента.

Пусть разбиение $S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ множества Θ , которое задает эксперт, такое, что состояние 1 содержится в S_1 . Предположим, что S_i – сообщение эксперта после получения истинного значения параметра. Оптимальное действие агента на основе получаемого сообщения можно записать следующим образом:

$$x^*(S_i) = \text{Arg} \max_{\forall k \in S_i} p_k.$$

Условие согласованности для данной задачи будет выглядеть следующим образом:

$$F(\theta, x^*(S_i)) \geq F(\theta, x^*(S_j)), \quad \forall j \neq i, \theta \in S_i.$$

4. Пример

Рассмотрим модель согласованного информационного управления со следующими исходными данными:

- множество состояний: $\theta = \{1, 2, 3, 4\}$;
- вероятности выигрыша: $p_1 = 0,4$; $p_2 = 0,3$; $p_3 = 0,2$; $p_4 = 0,1$;
- различие интересов $\gamma = 0,5$.

Количество всевозможных разбиений можно вычислить с помощью числа Белла, для $n = 4$ оно равно 15.

Проверим для каждого разбиения:

1. Оптимальные действия.
2. Условие согласованности.
3. Ожидаемый выигрыш эксперта $\mathbb{E}[F(\theta, x)]$ (если разбиение согласовано).

Полное разбиение $S_1 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1}) = 1, x^*({2}) = 2, x^*({3}) = 3, x^*({4}) = 4.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 1: F(1, 1) = 1,5 \geq F(1, 2) = F(1, 3) = F(1, 4) = 0;$
- $\theta = 2: F(2, 2) = 1 \geq F(2, 1) = 0,5 \geq F(2, 3) = F(2, 4) = 0;$
- $\theta = 3: F(3, 3) = 1 \geq F(3, 1) = 0,5 \geq F(3, 2) = F(3, 4) = 0;$
- $\theta = 4: F(4, 4) = 1 \geq F(4, 1) = 0,5 \geq F(4, 2) = F(4, 3) = 0.$

Согласовано.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$E[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,3 \cdot 1 + 0,2 \cdot 1 + 0,1 \cdot 1 = 1,2.$$

Разбиение $S_2 = \{{1, 2}, {3}, {4}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 2}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_2), x^*({3}) = 3, x^*({4}) = 4.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 1: F(1, 1) = 1,5 \geq F(1, 3) = F(1, 4) = 0;$
- $\theta = 2: F(2, 1) = 0,5 \geq F(2, 3) = F(2, 4) = 0;$
- $\theta = 3: F(3, 3) = 1 \geq F(3, 1) = 0,5 \geq F(3, 4) = 0;$
- $\theta = 4: F(4, 4) = 1 \geq F(4, 1) = 0,5 \geq F(4, 3) = 0.$

Согласовано.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$E[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,3 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 1 + 0,1 \cdot 1 = 1,05.$$

Разбиение $S_3 = \{{1, 3}, {2}, {4}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 3}) = 1 \text{ (так как } p_1 \geq p_3), x^*({2}) = 2, x^*({4}) = 4.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 1: F(1, 1) = 1,5 \geq F(1, 2) = F(1, 4) = 0;$
- $\theta = 3: F(3, 1) = 0,5 \geq F(3, 2) = F(3, 4) = 0;$
- $\theta = 2: F(2, 2) = 1 \geq F(2, 1) = 0,5 \geq F(2, 4) = 0;$
- $\theta = 4: F(4, 4) = 1 \geq F(4, 1) = 0,5 \geq F(4, 2) = 0.$

Согласовано.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$E[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,2 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 1 + 0,1 \cdot 1 = 1,1.$$

Разбиение $S_4 = \{{1, 4}, {2}, {3}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 4}) = 1 \text{ (так как } p_1 \geq p_4), x^*({2}) = 2, x^*({3}) = 3.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 1: F(1, 1) = 1,5 \geq F(1, 2) = F(1, 3) = 0;$
- $\theta = 4: F(4, 1) = 0,5 \geq F(4, 2) = F(4, 3) = 0;$
- $\theta = 2: F(2, 2) = 1 \geq F(2, 1) = 0,5 \geq F(2, 3) = 0;$
- $\theta = 3: F(3, 3) = 1 \geq F(3, 1) = 0,5 \geq F(3, 2) = 0.$

Согласовано.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$\mathbb{E}[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,1 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 1 + 0,2 \cdot 1 = 1,15.$$

Разбиение $S_5 = \{\{2, 3\}, \{1\}, \{4\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({2, 3}) = 2 \text{ (так как } p_2 > p_3), x^*({1}) = 1, x^*({4}) = 4.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 3: F(3, 2) = 0 < 0,5 = F(3, 1).$

Условие согласованности не выполняется.

Разбиение $S_6 = \{\{2, 4\}, \{1\}, \{3\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({2, 4}) = 2 \text{ (так как } p_2 > p_4), x^*({1}) = 1, x^*({3}) = 3.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 4: F(4, 2) = 0 < 0,5 = F(4, 1).$

Разбиение несогласовано.

Разбиение $S_7 = \{\{3, 4\}, \{1\}, \{2\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({3, 4}) = 3 \text{ (так как } p_3 > p_4), x^*({1}) = 1, x^*({2}) = 2.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 4: F(4, 3) = 0 < 0,5 = F(4, 1).$

Несогласовано.

Разбиение $S_8 = \{\{1, 2, 3\}, \{4\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 2, 3}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_2, p_1 > p_3), x^*({4}) = 4.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 1: F(1, 1) = 1,5 \geq F(1, 4) = 0;$
- $\theta = 2: F(2, 1) = 0,5 \geq F(2, 4) = 0;$
- $\theta = 3: F(3, 1) = 0,5 \geq F(3, 4) = 0;$
- $\theta = 4: F(4, 4) = 1 \geq F(4, 1) = 0,5.$

Согласовано.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$\mathbb{E}[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,3 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 1 = 0,95.$$

Разбиение $S_9 = \{\{1, 2, 4\}, \{3\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 2, 4}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_2, p_1 > p_4), x^*({3}) = 3.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 1: F(1, 1) = 1,5 \geq F(1, 3) = 0;$
- $\theta = 2: F(2, 1) = 0,5 \geq F(2, 3) = 0;$
- $\theta = 4: F(4, 1) = 0,5 \geq F(4, 3) = 0;$
- $\theta = 3: F(3, 3) = 1 \geq F(3, 1) = 0,5.$

Разбиение согласовано.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$\mathbb{E}[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,3 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 1 = 1.$$

Разбиение $S_{10} = \{\{1, 3, 4\}, \{2\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 3, 4}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_3, p_1 > p_4), x^*({2}) = 2.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 1: F(1, 1) = 1,5 \geq F(1, 2) = 0;$
- $\theta = 3: F(3, 1) = 0,5 \geq F(3, 2) = 0;$
- $\theta = 4: F(4, 1) = 0,5 \geq F(4, 2) = 0;$
- $\theta = 2: F(2, 2) = 1 \geq F(2, 1) = 0,5.$

Согласовано.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$\mathbb{E}[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,2 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 1 = 1,05.$$

Разбиение $S_{11} = \{\{2, 3, 4\}, \{1\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({2, 3, 4}) = 2 \text{ (так как } p_2 > p_3, p_2 > p_4), x^*({1}) = 1.$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 3: F(3, 2) = 0 < 0,5 = F(3, 1).$

Несогласовано.

Разбиение $S_{12} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 2}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_2), x^*({3, 4}) = 3 \text{ (так как } p_3 > p_4).$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 4: F(4, 3) = 0 < 0,5 = F(4, 1).$

Разбиение несогласовано.

Разбиение $S_{13} = \{\{1, 3\}, \{2, 4\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 3}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_3), x^*({2, 4}) = 2 \text{ (так как } p_2 > p_4).$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 4: F(4, 2) = 0 < 0,5 = F(4, 1).$

Несогласовано.

Разбиение $S_{14} = \{\{1, 4\}, \{2, 3\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 4}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_4), x^*({2, 3}) = 2 \text{ (так как } p_2 > p_3).$$

2. Проверка согласованности:

- $\theta = 3: F(3, 2) = 0 < 0,5 = F(3, 1).$

Несогласовано.

Тривиальное разбиение $S_{15} = \{\{1, 2, 3, 4\}\}$

1. Оптимальные действия:

$$x^*({1, 2, 3, 4}) = 1 \text{ (так как } p_1 > p_2, p_1 > p_3, p_1 > p_4).$$

2. Проверка согласованности: так как нет альтернативных сообщений, тривиальное разбиение является согласованным.

3. Ожидаемый выигрыш:

$$E[F] = 0,4 \cdot 1,5 + 0,6 \cdot 0,5 = 0,9.$$

Из рассмотренного примера можно сделать следующие ключевые выводы:

1. Условие согласованности нарушается, когда состояние с низкой вероятностью объединено с состоянием, где оптимальный выбор не совпадает с истинным состоянием, и эксперт может получить выгоду от обмана.

2. Полное разбиение S_1 дает максимальный выигрыш эксперта $E[F] = 1,2$.

3. Объединение состояния 1 с маловероятными состояниями дает выигрыш, близкий к оптимуму.

4. Объединение состояния 1 с высоковероятными состояниями снижает выигрыш.

5. Заключение

В работе рассмотрен пример для модели коммуникационной игры в случае одинаковых выигрышей (независимых от значения параметра θ) при $n = 4, \gamma = 0,5$. Получены следующие результаты:

1. Полное разбиение является оптимальным согласованным информационным управлением.

2. Эксперт достигает максимального выигрыша за счет точного информирования агента.

3. Большинство несогласованных разбиений возникают при объединении состояний, где эксперт получает выгоду от искажения информации.

Результат подтверждает важность структуры разбиения для обеспечения доверия в одноэтапных взаимодействиях.

Список использованных источников

1. Crawford, V. Strategic Information Transmission / V. Crawford, J. Sobel // *Econometrica*. – 1982. – V. 50(6). – P. 1431 – 1451.

2. Sobel, J. Giving and Receiving Advice / J. Sobel // *Advances in Economics and Econometrics*. – 2012. – P. 305 – 341.

3. Новиков, Д. А. Теория управления организационными системами / Д. А. Новиков. – М. : Физматлит, 2007.

4. Чхартишвили, А. Г. Согласованное информационное управление / А. Г. Чхартишвили // *Проблемы управления*. – 2011. – № 3. – С. 43 – 48.

5. Захаров, А. В. Теория игр в общественных науках / А. В. Захаров. – М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2015. – 304 с.

6. Губко, М. В. Теория игр в управлении организационными системами / М. В. Губко, Д. А. Новиков. – М. : СИНТЕГ, 2002. – 148 с.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОДАЖ МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Аннотация. Статья посвящена применению гармонического анализа на основе преобразования Фурье для прогнозирования объемов продаж предприятия. Актуальность исследования обусловлена критической важностью точных прогнозов для эффективного управления ресурсами и максимизации прибыли. В работе проводится сравнительный анализ методов анализа временных рядов, в котором доказывалось, что традиционные подходы уступают в точности гармоническим моделям при наличии сезонных и циклических колебаний.

Результатом работы является построенная гармоническая модель, использующая наиболее значимые гармоники. Делается вывод о том, что гармонический анализ является наиболее точным и надежным инструментом для прогнозирования продаж услуг с выраженной сезонностью, что позволяет повысить эффективность управления бизнес-процессами.

Ключевые слова: прогнозирование продаж, гармонические модели, математические модели.

Эффективное управление предприятием требует надежных методов прогнозирования объемов продаж. Среди современных математических моделей особое место занимают гармонические модели, основанные на методах Фурье.

Анализ временных рядов продаж на предприятии основан на выявлении закономерностей изменения объемов реализации товаров и услуг. Метод трендовой экстраполяции позволяет строить точные прогнозы при наличии сезонных и циклических колебаний. Временные ряды включают в себя трендовую, сезонную, циклическую составляющие и случайную величину. Гармонический анализ, в отличие от других подходов, позволяет разделять и точно измерять вклад каждой компоненты.

Важность точного прогнозирования продаж обусловлена необходимостью эффективного управления ресурсами и максимизации прибыли. Среди множества методов анализа временных рядов особое место занимает гармонический анализ, использующий преобразование Фурье для выявления скрытых периодических зависимостей.

Традиционно для анализа временных рядов применяют такие методы, как линейная регрессия, методы экспоненциального сглаживания и авторегрессионные модели (ARIMA). Однако наибольшую точность показывают гармонические модели, позволяющие эффективно учитывать сезонность и цикличность.

Исследование проведено на данных предприятия, предоставляющего услугу «химчистка кожи», за 24 месяца с интервалом наблюдений в один месяц.

На основе исходных данных построен график продаж услуги «химчистка кожи».

Анализ рис. 1 подтверждает наличие сезонной составляющей с периодом в 4 месяца. Циклическая компонента не выявлена явно, что делает предпочтительной аддитивную модель последовательности наблюдений. Тренд исключается методом центрированной скользящей средней, рассчитанной по трем уровням ряда.



Рис. 1. Исходные данные для анализа

Для более детального анализа был составлен график скользящей средней по 3 месяцам. График скользящей средней демонстрирует сглаженную динамику продаж.

Далее была выявлена циклическая составляющая данных, и построен график циклической составляющей продаж, показывающий регулярные колебания вокруг среднего уровня.

График на рис. 2 демонстрирует наличие слабовыраженной циклической компоненты с изменяющейся амплитудой и периодом, кратным 4 месяцам. Для дальнейшего анализа были использованы 20 уровней ряда, разделенные для возможности верификации модели.

Применение гармонического анализа включает разложение временного ряда на сумму гармоник, определяемых коэффициентами Фурье (a_k и b_k). Коэффициенты рассчитываются следующим образом: a_k , b_k – определяются

интегральным методом Фурье, позволяющим количественно описывать амплитуды периодических изменений:

$$\hat{Y}_t = \sum_{k=1}^{N/2} a_k \cos(\omega kt) + \sum_{k=1}^{N/2} b_k \sin(\omega kt), \quad (1)$$

где $\omega = 2\pi/N$ – основная частота колебаний; N – число уровней ряда; a_k, b_k – коэффициенты Фурье, определяемые по формуле

$$a_{k=\frac{1}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Y_t, \quad a_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \cos(\omega kt); \quad b_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \sin(\omega kt) \quad \text{при } k = 1 \dots \left(\frac{N}{2} - 1\right),$$

$$a_{k=\frac{1}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \cos(\omega kt); \quad b_k = 0 \quad \text{при } k = \frac{N}{2}. \quad (2)$$

Каждый член суммы представляет собой гармонику с определенным периодом. Для оценки зависимости каждой гармоники рассчитываются статистика F_k , уровень значимости каждой гармоники p_k :

$$F_k = \frac{\sigma_k^2 / 2}{\sigma_{\text{ост}}^2 / N}, \quad (3)$$

где $\sigma_{\text{ост}}^2 = \sum_{k=1}^{N/2} \sigma_k^2 - \sum_{j=1}^q \sigma_{k(j)}^2$ – остаточная дисперсия; $\sigma_k^2 = \frac{a_k^2 + b_k^2}{2}$,

$N' = N - (2q + 1)$; j – номер учитываемых в модели гармоник; q – число учитываемых гармоник.



Рис. 2. Скользящая средняя



Рис. 3. График циклической составляющей

1. Результаты анализа Фурье

Частота	Амплитуда
0,0000	4,5833
0,3333	0,4805
0,0833	0,4152
0,3750	0,3557
0,2083	0,3483
0,2500	0,2125
0,2917	0,2118
0,4583	0,2084
0,1250	0,1822
0,1667	0,1816

График восстановления сигнала с использованием 4-й и 6-й гармоник.



Рис. 4. График исходных данных и сумма 4-й, 6-й гармоник

Гармонический анализ является наиболее точным методом прогнозирования продаж для услуг с явно выраженными сезонными колебаниями. Применение данного подхода позволяет получить надежные прогнозы и повысить эффективность управления бизнес-процессами.

Список использованных источников

1. Андреев, В. Г. Гармонический анализ временных рядов в экономике: учебное пособие / В. Г. Андреев, Е. С. Кошкина. – М. : Финансы и статистика, 2018. – 256 с.
2. Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс, Г. Рейнсел. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Альпина Паблишер, 2019. – 406 с.
3. Дубина, И. Н. Эконометрика для профессионалов: задачи, методы, приложения / И. Н. Дубина. – М. : КноРус, 2020. – 318 с.
4. Магнус, Я. Р. Эконометрика. Начальный курс: учебник / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. – 12-е изд., перераб. и доп. – М. : Дело, 2021. – 504 с.
5. Методы спектрального анализа в обработке экономических данных : коллективная монография / под ред. П. А. Лемеха. – СПб. : Лань, 2017. – 198 с.
6. Орлов, А. И. Эконометрика : учебник для вузов / А. И. Орлов. – 5-е изд., испр. и доп. – Ростов н/Д : Феникс, 2022. – 475 с.
7. Фурье, Ж. Б. Ж. Аналитическая теория тепла / Ж. Б. Ж. Фурье. – М. : Либроком, 2018. – 168 с.
8. Bloomfield, P. Fourier Analysis of Time Series: An Introduction / P. Bloomfield. – 3rd ed. – New Jersey : Wiley, 2019. – 280 p.
9. Hyndman, R. J. Forecasting: Principles and Practice / R. J. Hyndman, G. Athanasopoulos. – 3rd ed. – Melbourne : OTexts, 2021. – 438 p.

А. А. Дзедзисашвили, А. В. Лобанов, Е. Д. Макеева

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: my_gun@mail.ru, my_gun@mail.ru, elena-makeeva-96@mail.ru,

А. Д. Мешков

Российский геронтологический научный центр, Москва, Россия

e-mail: alexeymeshkovi@mail.ru

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ЗДОРОВЬЕМ ВЫСОКОЗАТРАТНЫХ ПАЦИЕНТОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОДЕЛИ МУЛЬТИМОРБИДНОСТИ, ОРИЕНТИРОВАННОЙ НА ЗАБОЛЕВАНИЕ

Аннотация. Исследование позволило выявить группу заболеваний, имеющих более высокую условную вероятность связи с заболеваниями внутри этой группы и единые механизмы патогенеза. Условно-вероятностные связи между заболеваниями, входящие в эту группу, и их количественная оценка позволили подтвердить возможность использования в этом случае модели мультиморбидности, ориентированной на заболевание, представить возможность более детального клинико-экономического анализа использования различных методов терапии и обоснования инновационной таргетной терапии в случае ревматоидных заболеваний.

Ключевые слова: управление, здравоохранение, мультиморбидность, высокозатратные пациенты, персонализированная медицина.

1. Введение

Одна из ключевых проблем в современном управлении индивидуальным и популяционным (общественным) здоровьем человека связана со старением населения (увеличением продолжительности жизни) и сопутствующим увеличением доли людей с мультиморбидными состояниями, приводящим к кумулятивному ухудшению качества жизни (cumulative life course impairment, CLCI) [1 – 3]. Модель мультиморбидности, ориентированная на заболевание, служит в настоящее время, по-видимому, единственной моделью, ориентированной на определение условно-вероятностной связи между заболеваниями в кластере мультиморбидных состояний при центральном положении «маркерного» заболевания. Она пригодна для практического применения при лечении конкретных пациентов и экспертного обоснования управленческих решений в системе здравоохранения. Предшествующий опыт применения модели основывался на предложении клиницистам списка заболеваний, имеющих условно-вероятностную связь (наличие одного состояния при наличии другого), что позволяет определить комплексную потребность в медицинской помощи и вероятные механизмы патогенеза при наличии «маркерных» заболеваний, вокруг которых и строится модель [4].

Одним из направлений применения модели в реальной клинической практике может стать ее способность снизить затраты при использовании инновационной таргетной терапии при лечении группы заболеваний, имеющих единые или близкие механизмы патогенеза. Предложенная ранее линейная модель мультиморбидности, ориентированная на заболевание, рассматривала в качестве центрального элемента «маркерное» заболевание, имеющее сформированную инфраструктуру, финансирование и маршрутизацию пациентов, что позволяет использовать модель в реально клинической практике без дополнительных затрат [4]. Следующим этапом в моделировании мультиморбидных состояний должно стать усложнение модели и ее применение в условиях, когда в качестве «маркерного» заболевания выступает не одно, а несколько связанных между собой заболеваний, формирующих базовый кластер мультиморбидности. Ожидается, что условно-вероятностная связь между заболеваниями внутри базового кластера выше, чем связь с заболеваниями вне кластера. Сам кластер обладает характеристиками «маркерного» заболевания, т.е. имеется единая инфраструктура, финансирование, маршрутизация пациентов, а также методы лечения. В качестве такого кластера могут выступать ревматоидные заболевания, имеющие в своей основе близкие или единые аутоиммунные механизмы патогенеза и одинаковый перечень таргетных препаратов для блокирования этих механизмов [5 – 8].

Оценка условно-вероятностной связи между ревматоидными заболеваниями позволяет проверить соответствие результатов моделирования и реальной клинической практики как обоснованность их включения в одну нозологическую группу, представить обоснование для оценки клинико-экономической эффективности использования таргетной терапии (генно-инженерные биологические препараты – антагонисты интерлейкинов 1 и 2, фактора некроза опухоли TNF).

Цель исследования. Построение модели мультиморбидности, ориентированной на заболевание в случае группы заболеваний, объединенных, по мнению клинических специалистов, в одну группу на основе близких патогенетических механизмов.

Материалы и методы. Использовали модель мультиморбидности, ориентированную на заболевание [4], и данные медицинской статистики по одному из регионов РФ, включающие информацию по обращениям за медицинской помощью около 20 тысяч пациентов в течение 3 лет.

По просьбе врачей в интерфейс модели добавили ранее скрытый показатель Lift, отражающий соотношение вероятностей встретить заболевание А в популяции пациентов с заболеванием В по сравнению с общей популяцией.

В качестве основных заболеваний ревматоидной природы были выбраны состояния, которые являются причиной наиболее частых обращений за меди-

цинской помощью и связаны между собой использованием одних препаратов для таргетной терапии (код МКБ-10 и клинический диагноз соответственно: M05 (серопозитивный ревматоидный артрит), M10 (подагра), M15 (полиартроз), M35.3 (ревматическая полимиалгия), M42.1. (остеохондроз позвоночника у взрослых), M45 (анкилозирующий спондилоартрит), L40.5 (псориаз артропатический)).

Результаты исследования. Модель позволила сформировать базовый кластер ревматоидных заболеваний (рис. 1 и 2), в который вошли перечисленные выше заболевания, а также ряд других, тоже ревматоидной природы. С точки зрения управления здравоохранением кластер обладает свойствами «маркерного» заболевания, т.е. имеется инфраструктура, отдельное финансирование, обученные специалисты и маршрутизация, единые для лечения всех пациентов в этой группе.

Графы, сформированные для мужчин и женщин, показывают наличие различий по условной вероятности связи заболеваний внутри кластера. Эти различия могут быть связаны как с генетическими особенностями, так и социально-экономическими детерминантами здоровья, тем более что ранее проведенные исследования показали связь между обращаемостью за медицинской амбулаторной и госпитальной помощью и такими детерминантами, как пол, возраст и образование, в том числе для псориаза, включенного в наше исследование [9].

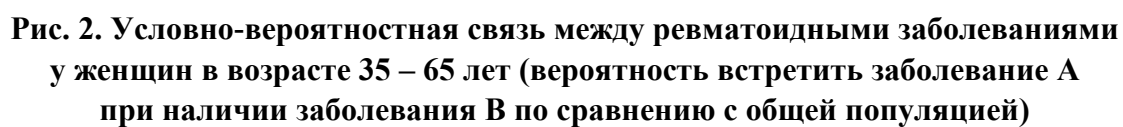
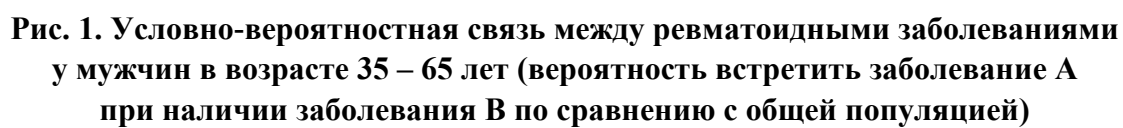
На представленных графах практически отсутствуют патологические циклы, связывающие ревматоидные заболевания между собой, что подтверждается результатами клинических исследований и указывает на общность молекулярных механизмов патогенеза, приводящих изначально к манифестации отдельных ревматоидных заболеваний и возможности их последовательной трансформации и развития таких состояний, как M42.1. (остеохондроз позвоночника у взрослых), M15.4 (эрозивный остеоартроз), M05.8 (другие серопозитивные ревматоидные артриты) и L40.5 (артропатический псориаз) [10 – 12].

Выводы.

1. Исследование позволило выявить группу заболеваний, имеющих одинаковые критерии «маркерного заболевания» в соответствии с моделью мультиморбидности, ориентированной на заболевание.

2. Эти заболевания также имеют более высокую условную вероятность связи с заболеваниями этой группы, единые механизмы патогенеза и на их формирование могут оказывать влияние социально-экономические детерминанты здоровья.

3. Условно-вероятностные связи между заболеваниями, входящие в эту группу и их количественная оценка позволяют более четко оценить клинико-экономические результаты различных методов терапии и обосновать применение инновационной таргетной терапии.



Список использованных источников

1. Psoriasis: is the impairment to a patient's life cumulative? / A. B. Kimball, U. Gieler, D. Linder, et al. // *J Eur Acad Dermatol Venereol.* – 2010 Sep; 24(9):989-1004. doi: 10.1111/j.1468-3083.2010.03705.x. Epub 2010 May 7. PMID: 20477920.
2. Early intervention and cumulative life course impairment in psoriasis: a review / L. M. H. Arancio, D. D'Amico, S. Dastoli, et al. // *Clin Exp Dermatol.* – 2024 Nov 22;49(12):1525-1531. doi: 10.1093/ced/llae282. PMID: 39045914.
3. Warren, R. Cumulative life course impairment in psoriasis: patient perception of disease-related impairment throughout the life course / R. B. Warren, C. E. Kleyn, W. P. Gulliver // *Br J Dermatol.* – 2011 May;164 Suppl 1:1-14. doi: 10.1111/j.1365-2133.2011.10280.x. PMID: 21477010.
4. The Disease Centered Multimorbidity Model at the Example of Type 2 Diabetes Mellitus / D. Meshkov, A. Lobanov, L. Danilova, et al. // *Adv Syst Sci Appl.* – 2023; 01; 22-34. Published online at <http://ijassa.ipu.ru>
5. Strategies toward rheumatoid arthritis therapy; the old and the new / M. Abbasi, M. J. Mousavi, S. Jamalzehi, et al. // *J Cell Physiol.* – 2019 Jul; 234(7):10018-10031. doi: 10.1002/jcp.27860. Epub 2018 Dec 7. PMID: 30536757.
6. Aletaha, D. Diagnosis and Management of Rheumatoid Arthritis: A Review / D. Aletaha, J. S. Smolen // *JAMA.* – 2018 Oct 2;320(13):1360-1372. doi: 10.1001/jama.2018.13103. PMID: 30285183.
7. Singh, J. A. Treatment Guidelines in Rheumatoid Arthritis / J. A. Singh // *Rheum Dis Clin North Am.* – 2022 Aug; 48(3):679-689. doi: 10.1016/j.rdc.2022.03.005. Epub 2022 Jul 5. PMID: 35953230.
8. Burmester, G. R. Novel treatment strategies in rheumatoid arthritis / G. R. Burmester, J. E. Pope // *Lancet.* 2017 Jun 10; 389(10086):2338-2348. doi: 10.1016/S0140-6736(17)31491-5. PMID: 28612748
9. Псориаз: бремя болезни в современных условиях / Л. Ю. Безмельница, Я. К. Бесстрашнова, П. Н. Золотарев и др. // *Менеджер здравоохранения.* – 2023. – № 9. – С. 52 – 63.
10. Metabolic Control of Autoimmunity and Tissue Inflammation in Rheumatoid Arthritis / J. Qiu, B. Wu, S. B. Goodman, et al. // *Front Immunol.* – 2021 Apr 2; 12:652771. doi: 10.3389/fimmu.2021.652771. PMID: 33868292; PMCID: PMC8050350.
11. Naviaux, R. K. Metabolic features of the cell danger response / R. K. Naviaux // *Mitochondrion.* – 2014 May; 16:7-17. doi: 10.1016/j.mito.2013.08.006. Epub 2013 Aug 24. PMID: 23981537.
12. Tan, Y. 'Difficult to treat' rheumatoid arthritis: current position and considerations for next steps / Y. Tan, M. H. Buch // *RMD Open.* – 2022 Jul; 8(2):e002387. doi: 10.1136/rmdopen-2022-002387. PMID: 35896282; PMCID: PMC9335059.

ПРИМЕНИМОСТЬ СЦЕНАРНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Аннотация. Доклад раскрывает возможности сценарного анализа в управлении логистической системой при высокой неопределенности. Показаны ограничения детерминированного планирования и преимущества сценарного подхода. Результаты показывают, что сценарный анализ повышает гибкость и устойчивость цепи поставок. Сформулированы практические рекомендации по внедрению.

Ключевые слова: сценарный анализ, риск-ориентированное управление, устойчивость системы, имитационное моделирование.

1. Введение

Логистические цепочки сегодня функционируют в условиях высокой изменчивости и неопределенности. Мировые события, такие как пандемии, политические кризисы и технологические сдвиги, делают прогнозирование исходов крайне сложным [1]. Классическое планирование (predict-then-act) часто приводит к излишней уверенности и узкому набору решений. В этих условиях сценарный анализ – моделирование множества возможных вариантов будущего с оценкой их последствий – позволяет превратить неопределенность в возможность для устойчивого развития. В дальнейшем будут рассмотрены понятие логистической системы как сложной организационной структуры, недостатки традиционных методов, методология сценарного анализа, примеры KPI и сценариев, результаты экспериментов, а также управленческие выводы.

2. Логистическая система как организационная система

Логистическая система – это вид организационной системы, обеспечивающий управление материальными, информационными и финансовыми потоками. По определению, «логистическая система – совокупность функционально выделенных элементов, взаимосвязанных между собой, направленная на комплексное управление материальным потоком». Она представляет собой сложную структурированную систему с несколькими подсистемами и развитой связью с внешней средой. По своей сути это адаптивная система с обратной связью: ее элементы (закупки, склады, транспорт, кадры, сбыт и др.) связаны по потокам и упорядочены в определенную структуру [2]. Основная цель логистической системы – доставка товаров и ресурсов в нужное место, в нужном количестве и качестве при минимальных издержках. К отличительным призна-

кам логистической системы относятся целостность и упорядоченность потоковых процессов, наличие интегративных качеств, не присущих отдельным элементам, а также способность адаптироваться к изменяющимся условиям.

3. Ограничения традиционных методов планирования

Традиционные методы планирования в логистике [3] (линейное программирование, ERP-системы, ABC/XYZ-анализ и др.) в основном оперируют одним базовым сценарием (прогнозом спроса и условий) и вводят небольшие запасы или резервные мощности для компенсации колебаний. Однако при глубоких изменениях окружающей среды такой подход оказывается нерелевантным. Как отмечается, традиционные методы планирования, основанные на статических, одномерных планах, не справляются с динамичным и требовательным ландшафтом. Аналитики указывают, что предсказательно-действующий подход (predict-then-act) ведет к избыточной уверенности и ограничивает рассмотрение альтернатив: «Such “predict-then-act” analyses can foster over-confidence and so limit consideration of strategic alternatives or the range of plausible future conditions». Это означает, что решение, оптимизированное для одного прогноза, часто оказываются неустойчивым при появлении неожиданных событий. В результате традиционное планирование может привести к перебоям и потерям при реализации экстремальных сценариев, поскольку оно не исследует широкий спектр возможных будущих состояний. Для наглядности в табл. 1 приведено сравнение традиционного подхода и сценарного анализа.

1. Сравнение традиционного подхода и сценарного анализа

Критерий	Традиционные методы	Сценарный анализ
Основной подход	Оптимизация под один прогноз	Оценка множества сценариев
Учет неопределенности	Буферы и запасы	Моделирование вероятностей
Цель	Минимизация затрат	Устойчивость и гибкость
Инструменты	LP, ERP, ABC/XYZ	Симуляция, стресс-тесты
Результат	Единый план	Набор стратегий

4. Методологическое обоснование сценарного анализа

Сценарный анализ – это системный метод управления рисками и неопределенностью [4, 5]. Главный принцип его работы заключается в генерации набора альтернативных сценариев развития внешней среды и анализа последствий каждого из них для изучаемой системы. Цель – не предсказать будущее, а ответить на вопрос “Что, если?” и оценить устойчивость системы к различным неблагоприятным условиям. Методология обычно включает следующие

этапы [6]: формализацию системы в виде модели, выделение ключевых факторов влияния (например, спрос, стоимости транспортировки, времени выполнения операций), определение целевых функций (KPI) и шкал оценки; затем – генерацию сценариев (например, сочетаний экстремальных значений факторов), выполнение стресс-тестирования модели системы под этими сценариями. На заключительных этапах анализируются результаты моделирования, предлагаются управляющие воздействия и формулируются стратегические выводы.

Эффективность сценарного анализа [7] определяется его способностью моделировать «сложную среду, в которой присутствует множество значимых, взаимовлияющих тенденций». В отличие от классического подхода, сценарный анализ рассматривает множество качественно различных сюжетов: от оптимистических до катастрофических. Это позволяет выявить хрупкие места логистической системы и заранее разработать корректирующие меры. Например, расширенное «стресс-тестирование» предусматривает запуск множества симуляций с варьированием спроса, поставок и рисков, что дает статистическую картину возможного поведения системы. Такой сценарный подход открывает возможность превратить неопределенность в конкурентное преимущество: «Within uncertainty lies the potential to drive profit and innovation, to transform disruptions into opportunities for growth and competitive advantage». Поэтому методологическое обоснование сценарного анализа базируется на его способности всесторонне исследовать альтернативные траектории развития и обеспечивать управление рисками на стратегическом уровне.

5. Примеры метрик и источников сценариев

При сценарном анализе [8] выбираются ключевые показатели (KPI), наиболее чувствительные к неопределенности. В логистике такими метриками могут быть среднее время выполнения заказа (Lead Time), доля своевременной доставки, средний уровень запасов, общие логистические затраты, уровень удовлетворенности клиентов и др.

Сценарии формируются на основе возможных изменений внешних факторов. Источники сценариев могут включать исторические данные, экспертные оценки и прогнозы по ключевым параметрам: рост/падение спроса, колебания цен на сырье и топливо, сбои в работе поставщиков, изменения режима работы транспортных коридоров, регулятивные санкции и др. К типовым угрозам относятся экономические кризисы (резкое снижение спроса, рост цен на материалы, девальвация валюты), природные и климатические катастрофы (ураганы, наводнения, перепады температур), технологические сдвиги (автоматизация, смена технологий) и социально-политические события. Например, в сценарном анализе могут быть рассмотрены сценарии пандемии или стихийного бедствия, влияющего на логистику. Численные сценарии [9] часто генерируют с помощью статистических моделей (Монте-Карло), например, изменение спроса описывается вероятностным распределением, а перебои поставок моделируются по сценарию

ям с заданными вероятностями. В результате получают базу сценариев (оптимистических, пессимистических, средних и т.д.), которые «maximally reflect risks and uncertainties» и служат основой для симуляции логистической системы.

6. Заключение

Сценарный анализ выявляет скрытые риски и слабые места в логистической системе, позволяя принимать более информированные и гибкие решения. Классические методы дают «оптимальные» планы лишь для одного прогноза, тогда как сценарный подход готовит менеджера к множеству возможных будущих ситуаций. Результаты моделирования показывают, что при разных сценариях одни и те же решения могут приводить к существенно разным КРІ – что подтверждает важность стресс-тестирования планов под несколькими сценариями.

На основании анализа можно дать следующие рекомендации.

- Периодически проводить сценарное планирование: регулярно обновлять сценарии (например, кварталы или ежегодно) на основе текущей информации о рынке и рисках.
- Использовать сценарное моделирование: внедрять методы имитации (симуляции) и аналитические, позволяющие оценивать систему сразу по множеству будущих сценариев.
- Формировать гибкую инфраструктуру: создавать резервные склады и маршруты, заключать гибкие контракты, диверсифицировать поставщиков. Это позволит автоматически включать «буферные» решения в план при переходе к пессимистическому сценарию.
- Адаптировать КРІ и метрики: отслеживать не только усредненные показатели, но и их распределение по сценариям. Например, использовать показатели вариативности (дисперсия времени цикла, минимальные значения сервиса и др.) для принятия решений по запасам и мощности.
- Обучать и вовлекать персонал: проводить тренировки и игровые сценарии («учения») по реагированию на критические события, чтобы менеджеры знали, как действовать при реализации экстремальных сценариев.

Внедрение сценарного подхода позволит не только снижать риски логистики, но и рассматривать неопределенность как источник новых возможностей и конкурентных преимуществ. Такой метод способствует более эффективному стратегическому управлению цепями поставок, делая решения устойчивыми к внешним шокам и будущим изменениям.

Список использованных источников

1. Transportation Planning for Uncertain Times: A Practical Guide to Decision Making Under Deep Uncertainty for MPOs / R. J. Lempert, et al. – United States. Federal Highway Administration, 2022. – № FHWA-HEP-22-031.

2. Сизова, И. Ю. Основные понятия и современные виды логистических систем / И. Ю. Сизова // Управленческий учет. – 2011. – № 10. – С. 32 – 36.
3. Горячева, И. А. Оценка и выбор варианта развития логистической системы с учетом неопределенности / И. А. Горячева, М. С. Шиловская // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Экономика. Управление. Право. – 2015. – Т. 15, № 2. – С. 175 – 182.
4. Сценарное исследование проблем обеспечения общественной безопасности в условиях цифровизации / В. Л. Шульц, С. А. Бочкарев, В. В. Кульба и др. – М. : Проспект, 2020. – 240 с.
5. Кульба, В. В. Репликация данных в динамических распределенных информационных системах / В. В. Кульба, Е. А. Микрин, С. К. Сомов. – М. : ИПУ РАН, 2023. – 208 с.
6. Управление региональной безопасностью на основе сценарного подхода / В. Л. Шульц, В. В. Кульба, А. Б. Шелков, И. В. Чернов. – М. : ИПУ РАН, 2014. – 163 с.
7. Сценарный анализ в управлении геополитическим информационным противоборством / В. Л. Шульц, В. В. Кульба, А. Б. Шелков, И. В. Чернов. – М. : Наука, 2015. – 542 с.
8. Чернов, И. В. Сценарный анализ уязвимости при управлении сложными системами / И. В. Чернов // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 5. – С. 133-147.
9. Пономарев, Р. О. Сценарный анализ уязвимости сложной системы: вычислительный эксперимент / Р. О. Пономарев, Д. А. Кононов, И. М. Хасанов // Тр. НИИСИ РАН. – М. : ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, 2016. – Т. 6, № 2. – С. 26 – 33.

УДК 330.4

М. В. Иванова

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королева, Самара, Россия
e-mail: ivanova.mv@ssau.ru

ЭМПИРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СБЕРБАНКА С ДРУГИМИ БАНКАМИ НА ОЛИГОПОЛИСТИЧЕСКОМ РЫНКЕ КРЕДИТОВАНИЯ РФ НА ОСНОВЕ ПРЕДПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ВАРИАЦИЙ

Аннотация. Статья посвящена эмпирическому анализу взаимодействий игроков олигополии на банковском рынке России на основе предположительных вариаций. В работе анализируется структура российского банковского рынка на основе рассчитанного индекса Херфиндаля–Хиршмана (HHI). В статье формулируется функция спроса и прибыли для банков, описываются методы расчета объемных и ценовых предположительных вариаций. Эмпирический анализ основан на статистических данных о кредитовании банков РФ

и рыночных процентных ставках. В заключение, в статье объясняются различия в расчетах предположительных вариаций в зависимости от используемого метода. Основной полученный на основе анализа результат заключается в том, что объемные предположительные вариации банка практически во всех случаях имеют положительный знак, т.е. на расширение объемов кредитования банка конкуренты будут реагировать расширением объема кредитования и наоборот.

Ключевые слова: банки, кредитование физических лиц, ценовая предположительная вариация, объемная предположительная вариация, олигополия.

1. Введение

Кредитование является ключевым инструментом для развития экономики любой страны. Кредитование не только оказывает влияние на платежеспособность юридических лиц, но и стимулирует потребление физических лиц.

Наличие конкуренции на банковском рынке позволяет сделать инструмент кредитования наиболее эффективным. Однако, на российском банковском рынке замечается доминирование нескольких игроков, что связано с политикой государственного вмешательства в банковскую сферу. Это приводит к изменению структуры рынка в сторону олигополистической.

На олигополистическом рынке объем выпуска каждой фирмы или объем кредитования каждого банка влияет на рыночную цену или ставку кредитования. Таким образом, банки могут выдвигать предположения о влиянии своих объемов кредитования на ставку. Эти предположения представляют собой ценовые предположительные вариации.

Если банки выдвигают предположения о стратегиях других игроков, то эти предположения являются объемной предположительной вариацией [9].

На основе ценовых и объемных предположительных вариаций банки могут формировать собственные оптимальные стратегии. Конкуренция по объемному показателю зачастую приводит к большим прибылям для игроков, поэтому предпочтительнее конкуренции по ценовому показателю [1 – 4, 39]. В данном исследовании рассмотрены как ценовые, так и объемные предположительные вариации.

В таком случае банковская стратегия будет зависеть от суммы объемных предположительных вариаций этого банка по отношению к его окружению. Если сумма предположительных вариаций банка положительна, то он выбирает оптимальную стратегию, уменьшающую его объем предложения, и наоборот.

Зачастую при исследовании стратегий игроков на рынке олигополии применяются линейные [5 – 8, 11, 12, 35, 37, 38,] и степенные [10, 13, 36, 35, 40] функции спроса. Это обусловлено простотой применения и легкостью вычисления предположительных вариаций из функций наилучших ответов.

Таким образом, анализ предположительных вариаций представляет актуальную задачу оценивания стратегий фирм в игре олигополии.

2. Описание структуры российского банковского рынка

Для анализа структуры российского банковского рынка были использованы данные об объемах кредитования физических лиц в девяти крупнейших банках страны за период с 2010 – 2022 гг. В выборку вошли: Сбербанк, ПАО ВТБ, Альфа-Банк, Газпромбанк, Тинькофф Банк, Россельхозбанк, ФК Открытие, Росбанк, Промсвязьбанк. Будем считать, что доли прочих банков не оказывают значительного влияния при расчете индекса. На основе этих данных был рассчитан индекс Херфиндаля–Хиршмана (HHI) по формуле

$$HHI = \sum_{i=1}^n S_i^2,$$

где S_i^2 – выраженные в процентах доли объемов кредитования банков; n – количество фирм в отрасли.

На рисунке 1 изображены значения индекса Херфиндаля–Хиршмана на рынке банковских услуг за период с 2010 – 2022 гг. [15, 17 – 34].

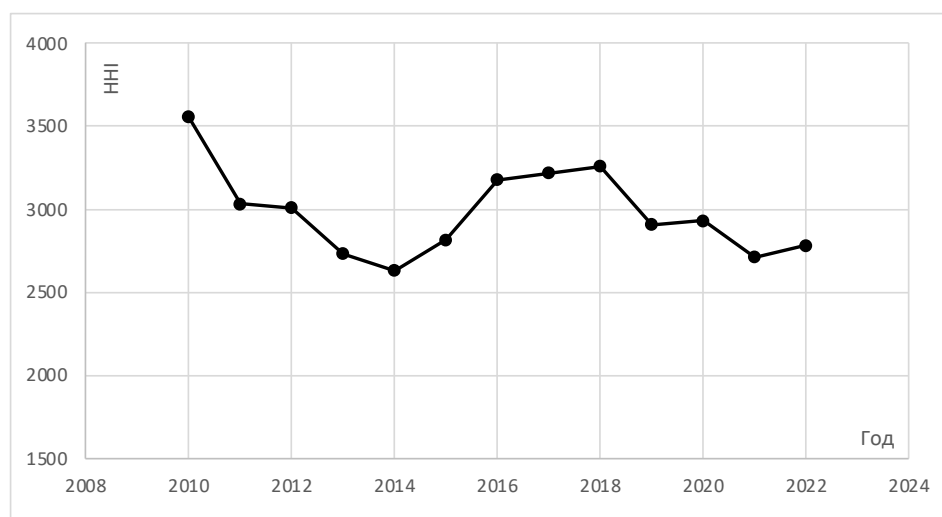


Рис. 1. Индекс Герфиндаля–Хиршмана на банковском рынке по показателю объемов кредитования банков

Расчеты показывают, что индекс Херфиндаля–Хиршмана превышает 1600, что свидетельствует о высокой степени концентрации банковского рынка [14]. Это позволяет классифицировать данный рынок как олигополистический, с явным доминированием Сбербанка в качестве ключевого игрока.

В данной структуре рынка Сбербанк, как крупнейший участник, естественным образом принимает на себя роль лидера, определяющего объемы кредитования, в то время как остальные банки следуют его стратегии. Такая конфигурация соответствует основным признакам модели Штакельберга. Подобная рыночная структура предполагает, что конкурентные стратегии участников формируются с учетом лидирующей позиции Сбербанка в установлении объемов кредитных операций.

3. Постановка задачи анализа игры олигополии

Рассмотрим ценовую конкуренцию на олигополистическом банковском рынке с участием более двух игроков.

Функция спроса на кредиты является убывающей, это означает, что с увеличением объема кредитования процентная ставка снижается, и наоборот. Обратная функция спроса на кредиты выражается следующим образом:

$$x = f(Q), \quad \frac{\partial x}{\partial Q} < 0,$$

где x – процентная ставка кредитования; $Q = \sum_{i=1}^n q_i$ – объем кредитования, предлагаемый всеми банками; q_i – объем кредитования i -го банка.

Функция прибыли i -го банка примет вид

$$\pi_i = xq_i - C_i,$$

где C_i – издержки i -го банка, $\frac{\partial C_i}{\partial Q} > 0$.

То есть функция издержек является возрастающей.

Предположим, что поведение, т.е. оптимальные рыночные стратегии игроков банковского рынка, определяется их целевыми функциями. Для коммерческой организации главной целью является максимизация прибыли, поэтому целевая функция банка имеет вид

$$\max_{q_i} \pi_i = \max_{q_i} \{xq_i - C_i\}.$$

В таком случае условие максимума прибыли банка принимает вид [1, 2]

$$x + (1 + \omega_i)q_i \frac{\partial x}{\partial Q} - MC_i = 0, i = 1..n,$$

где $\omega_i = \sum_{j \neq i}^n \frac{\partial q_j}{\partial q_i}$ – сумма предположительных вариаций i -го игрока, каждый ком-

понент которой $\frac{\partial q_j}{\partial q_i}$ есть предположительная вариация i -го игрока, т.е. предполагаемое им изменение выпуска j -го игрока в ответ на единичный прирост выпуска i -го игрока; MC_i – предельные издержки i -го игрока, которые выражают изменение затрат, обусловленное изменением выдачи кредитов на 1 рубль.

Таким образом, для поиска оптимальной стратегии фирм исследователи сталкиваются с проблемой нахождения объемных предположительных вариаций игроков.

Воспользуемся подходом В. А. Булавского и В. В. Калашникова [41, 42], которые для решения проблемы взаимодействия игроков на рынке олигополии

предложили использовать ценовую предположительную вариацию, которая рассчитывается следующим образом:

$$v_i = -x'_{q_i}.$$

Ценовая предположительная вариация отражает предполагаемое изменение цены (процентной ставки кредитования) в ответ на единичный прирост выпуска i -го игрока (объема кредитования). С учетом убывающей функции спроса ценовая предположительная вариация должна иметь отрицательный знак.

Ценовая предположительная вариация находится во взаимосвязи с объемной предположительной вариацией, которая в свою очередь отражает само взаимодействие между игроками рынка олигополии.

Для описания стратегии игроков на Российском банковском рынке найдем ценовые предположительные вариации и с их помощью рассчитаем объемные предположительные вариации. Нахождение объемных предположительных вариаций является ключевой задачей для определения оптимальной стратегии с целью максимизации прибыли.

4. Методы

В представленной работе объемные предположительные вариации рассчитаны двумя способами и проведено сравнение полученных значений.

Способ I. Объемные предположительные вариации можно рассчитать с помощью ценовых. Взаимосвязь предположительных вариаций выражается уравнением [2]

$$v_i = -x'_Q(w_i + 1),$$

где w_i – сумма объемных предположительных вариаций i -го игрока.

Тогда объемную предположительную вариацию можно найти по формуле:

$$w_i = -\frac{v_i}{x'_Q} - 1. \quad (1)$$

Важно отметить, что ценовая и объемная предположительные вариации должны быть противоположны по знаку, т.е. при увеличении собственного объема выпуска игрок предполагает уменьшение суммы ответных действий окружения и повышения ставки кредитования.

Ценовую предположительную вариацию можно рассчитать численным методом приближенного конечно-разностного аналога производной:

$$v_i = -\frac{\partial x}{\partial q_i} \approx -\frac{\Delta x}{\Delta q_i} = -\frac{x'' - x'}{q_i'' - q_i'}.$$

Способ II. Объемную предположительную вариацию также можно рассчитать методом приближенного конечно-разностного аналога производной:

$$\frac{\partial Q}{\partial q_i} \approx \frac{\Delta Q}{\Delta q_i} = \frac{Q'' - Q'}{q_i'' - q_i'}.$$

Такой подход используется при условии наличия статистической информации об объемах кредитования и процентных ставках.

В дальнейшем будем рассчитывать предположительные вариации для крупнейшего игрока на рынке кредитования РФ – Сбербанка.

5. Результаты

Для проведения расчетов необходимо представить объемы кредитования на рынке кредитования, объемы кредитования Сбербанка и процентные ставки кредитования.

В таблице 1 представлены статистические данные об объемах кредитования Сбербанка, а также процентные ставки за эти периоды [16].

1. Объемы кредитования физических лиц Сбербанка и процентные ставки кредитования

Период	Объем кредитования (млрд руб.)	Объем кредитования Сбербанка (млрд руб.)	Процентные ставки (доли)
31.03.2018	9383	5954	0,098
30.06.2018	9669	6009	0,096
30.09.2018	10 088	6420	0,095
31.12.2018	10 810	6751	0,0945
31.03.2019	11 312	6985	0,1042
30.06.2019	11 859	7277	0,1056
30.09.2019	12 439	7638	0,1
31.12.2019	12 726	7884	0,097
31.03.2020	13 243	8194	0,0879
30.06.2020	13 431	8270	0,08
30.09.2020	14 288	8882	0,081
31.12.2020	14 799	9102	0,0738
31.03.2021	15 653	9675	0,0727
30.06.2021	16 851	10 354	0,073
30.09.2021	18 191	11 032	0,0778
31.12.2021	18 097	11 078	0,0779
31.12.2022	20 435	12 430	0,08
31.03.2023	21 352	12 980	0,0712
30.06.2023	22 767	13 928	0,081
30.09.2023	24 771	15 179	0,085
31.12.2023	26 134	16 075	0,08
31.03.2024	26 924	16 478	0,081

Из таблицы можно сделать вывод о том, что с каждым годом Сбербанк наращивает объемы кредитования. Такие результаты могут быть связаны с общим развитием экономики в стране, а также с проведением эффективных банковских стратегий. При этом величина процентной ставки изменяется, но остается примерно на одном уровне.

Также для расчета ценовых предположительных вариаций необходимо найти производную процентной ставки по объему кредитования. Для этого построим регрессионную модель спроса на рынке кредитования (рис. 2).

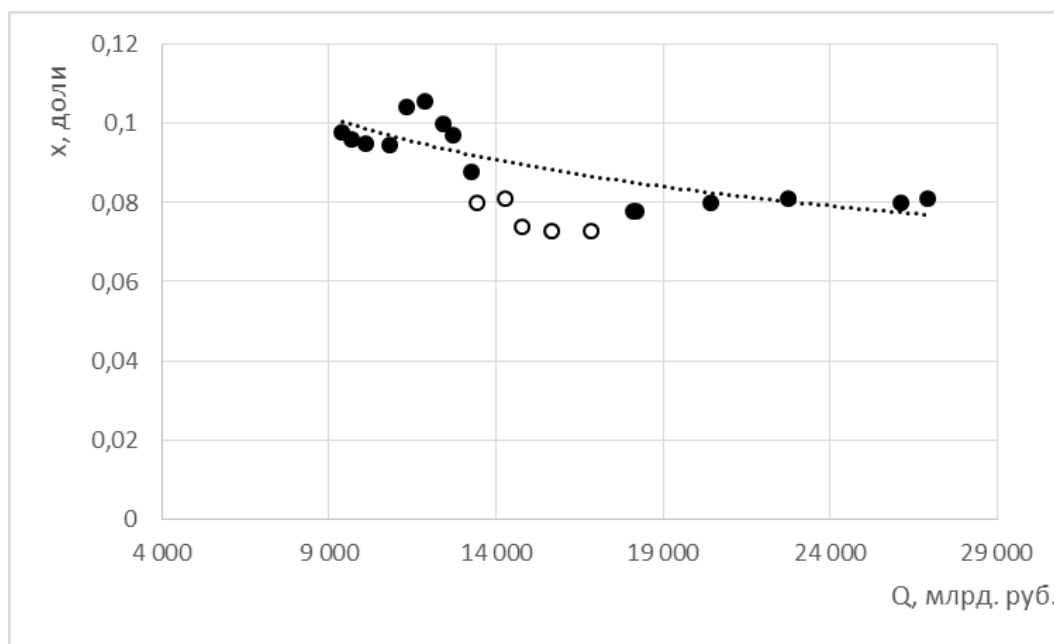


Рис. 2. Обратная функция спроса

На графике представлено несколько точек выброса, не характеризующих общую зависимость и не учитываемых при построении регрессионных моделей. Для нахождения коэффициентов регрессионной модели использовался метод наименьших квадратов.

Получим функцию спроса вида: $x = 1,0328Q^{-0.255}$. Коэффициент детерминации равен: $R^2 = 0,7018$, расчетный коэффициент Фишера превышает табличный $F_{\text{расч}} = 30,59$, $F_{\text{табл}} = 2,53$. Модель может считаться адекватной и значимой.

Численным методом приближенного конечно-разностного аналога производной на основе статистических данных можно найти ценовые предположительные вариации. Также можно найти производные функции спроса.

С помощью формулы (1) можно рассчитать объемную предположительную вариацию w_i и сравнить эти значения со значениями $\frac{\partial Q}{\partial q_i}$.

В таблице 2 представлены значения ценовых и объемных предположительных вариаций, а также производных функции спроса.

2. Значения ценовых и объемных предположительных вариаций

Период	Ценовая предположительная вариация	Производная функции цены по объему кредитования	Объемная предположительная вариация	
	v_i	x'_Q	w_i	$\frac{\partial Q}{\partial q_i}$
30.06.2018	$0,3636 \times 10^{-4}$	$-0,0262 \times 10^{-4}$	12,86	0,19
30.09.2018	$0,0243 \times 10^{-4}$	$-0,0249 \times 10^{-4}$	-0,02	0,98
31.12.2018	$0,0151 \times 10^{-4}$	$-0,0228 \times 10^{-4}$	-0,34	0,46
31.03.2019	$0,4145 \times 10^{-4}$	$-0,0215 \times 10^{-4}$	18,24	0,47
30.06.2019	$0,0479 \times 10^{-4}$	$-0,0203 \times 10^{-4}$	1,36	0,53
30.09.2019	$0,1551 \times 10^{-4}$	$-0,0191 \times 10^{-4}$	7,11	0,62
31.12.2019	$0,1220 \times 10^{-4}$	$-0,0186 \times 10^{-4}$	5,56	0,86
31.03.2020	$0,2935 \times 10^{-4}$	$-0,0177 \times 10^{-4}$	15,60	0,60
30.06.2020	$1,0395 \times 10^{-4}$	$-0,0174 \times 10^{-4}$	58,85	0,40
30.09.2020	$0,0163 \times 10^{-4}$	$-0,0161 \times 10^{-4}$	0,02	0,71
31.12.2020	$0,3273 \times 10^{-4}$	$-0,0154 \times 10^{-4}$	20,28	0,43
31.03.2021	$0,0192 \times 10^{-4}$	$-0,0143 \times 10^{-4}$	0,34	0,67
30.06.2021	$0,0044 \times 10^{-4}$	$-0,0131 \times 10^{-4}$	-0,66	0,57
30.09.2021	$0,0708 \times 10^{-4}$	$-0,0119 \times 10^{-4}$	4,96	0,51
31.12.2021	$0,0217 \times 10^{-4}$	$-0,0119 \times 10^{-4}$	0,82	-0,49
31.12.2022	$0,0155 \times 10^{-4}$	$-0,0103 \times 10^{-4}$	0,51	0,58
31.03.2023	$0,1600 \times 10^{-4}$	$-0,0097 \times 10^{-4}$	15,48	0,60
30.06.2023	$0,1034 \times 10^{-4}$	$-0,0090 \times 10^{-4}$	10,54	0,67
30.09.2023	$0,0320 \times 10^{-4}$	$-0,0081 \times 10^{-4}$	2,97	0,62
31.12.2023	$0,0558 \times 10^{-4}$	$-0,0075 \times 10^{-4}$	6,41	0,66
31.03.2024	$0,0248 \times 10^{-4}$	$-0,0073 \times 10^{-4}$	2,42	0,51

Из таблицы видно, что значения объемных предположительных вариаций различаются. Значения объемных предположительных вариаций, рассчитанных с помощью ценовых, чаще принимают отрицательные значения, чем предположительные вариации, рассчитанные методом приближенного конечно-разностного аналога производной.

Также значения объемных предположительных вариаций, рассчитанных с помощью ценовых по модулю, практически во всех периодах больше, чем рассчитанные методом приближенного конечно-разностного аналога производной.

Такие результаты могут быть связаны с тем, что предположительные вариации w_i получены исходя из предположения Сбербанка о своем влиянии

на процентную ставку на рынке, которое может быть ошибочным. В то время как сумма объемных предположительных вариаций $\frac{\partial Q}{\partial q_i}$, рассчитанная на основе статистических данных, напрямую отражает фактическую ситуацию на банковском рынке.

6. Заключение

Таким образом, проведенный эмпирический анализ взаимодействия банков на олигополистическом рынке кредитования в России демонстрирует значительное влияние предположительных вариаций на стратегическое поведение банков. Результаты исследования показывают, что объемные предположительные вариации, как правило, имеют положительный знак, что указывает на взаимные реакции банков на изменения в объемах кредитования. Это подтверждает теорию о том, что в условиях олигополии банки адаптируют свои стратегии в ответ на действия конкурентов, что в свою очередь способствует более эффективному функционированию кредитного рынка.

Кроме того, использование индекса Херфиндаля–Хиршмана (ННІ) для оценки концентрации рынка позволяет сделать вывод о высоком уровне концентрации в российском банковском секторе, где Сбербанк выступает в роли ключевого игрока. Это создает определенные вызовы для конкуренции и требует дальнейшего анализа влияния государственного вмешательства на рыночные механизмы.

Тем не менее после расчета объемных предположительных вариаций двумя способами невозможно сделать однозначный вывод о типе российского банковского рынка.

Рассчитанные двумя способами предположительные вариации имеют разные значения, хотя и одинаковый знак. Это означает, что в обоих случаях на снижение объема кредитования Сбербанка банки из числа конкурентного окружения реагируют снижением объема кредитования, и наоборот.

Различия в значениях объемных предположительных вариаций может быть связано с формулировкой функции спроса, наклон которой недостаточно велик для соответствия олигополистическому рынку.

В заключение, результаты исследования подчеркивают важность понимания предположительных вариаций для формирования оптимальных стратегий банков, а также необходимость дальнейших исследований в области взаимодействия игроков на олигополистических рынках.

Список использованных источников

1. Гераськин, М. И. Влияние функций спроса и издержек на предположительные вариации в игре олигополии / М. И. Гераськин // Математические методы в технологиях и технике. – 2024. – № 2. – С. 45 – 48.

2. Гераськин, М. И. Обзор новейших достижений в теории игр олигополии / М. И. Гераськин // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 6. – С. 3 – 25.
3. Гераськин, М. И. Объемные предположительные вариации в играх олигополии при различных функциях спроса и издержек и многоуровневом лидерстве / М. И. Гераськин // Автоматика и телемеханика. – 2024. – № 7. – С. 73 – 90.
4. Джейли, Дж. А. Микроэкономика. Продвинутый уровень / Дж. А. Джейли, Ф. Дж. Рени. – М. : ИД ГУ ВШЭ, 2011.
5. Филатов, А. Ю. Неоднородность поведения фирм на олигопольном рынке: стратегические фирмы и ценополучатели / А. Ю. Филатов // Изв. Иркутского гос. универ. – 2015. – Т. 13. – С. 72 – 83.
6. Угольницкий, Г. А. Сравнительный анализ эффективности способов организации взаимодействия экономических агентов в моделях дуополии Курно с учетом экологических условий / Г. А. Угольницкий, А. Б. Усов // АиТ. – 2023. – № 2. – С. 150 – 168.
7. Aizenberg, N. I. Study of unsteady oligopoly markets / N. I. Aizenberg, V. I. Zorkal'tsev, I. V. Mokryi // J. Appl. Industr. Math. – 2017. – V. 11, No. 1. – P. 8 – 16.
8. Algazin, G. I. To the Analytical Investigation of the Convergence Conditions of the Processes of Reflexive Collective Behavior in Oligopoly Models / G. I. Algazin, Y. G. Algazina // Autom. Remote Control. – 2022. – V. 83, No. 3. – P. – 367 – 388.
9. Bowley, A. L. The Mathematical Groundwork of Economics / A. L. Bowley. – Oxford : Oxford Univers. Press, 1924.
10. Cornes, R. Expectational stability in aggregative games / R. Cornes, L. C. Fiorini, W. L. Maldonado // Journal of Evolutionary Economics. – 2021. – V. 31, No. 1. – P. 235 – 249.
11. Fedyanin, D. N. Monotonicity of equilibriums in Cournot competition with mixed interactions of agents and epistemic models of uncertain market / D. N. Fedyanin // Proc. Comp. Sci. – 2021. – No. 186. – P. 411 – 417.
12. Geraskin, M. I. The Properties of Conjectural Variations in the Nonlinear Stackelberg Oligopoly Model / M. I. Geraskin // Autom. Remote Control. – 2020. – V. 81, No. 6. – P. 1051 – 1072.
13. Geras'kin, M. I. Structural modeling of oligopoly market under the nonlinear functions of demand and agents' costs / M. I. Geras'kin, A. G. Chkhartishvili // Autom. Remote Control. – 2017. – V. 78, No. 2. – P. 332 – 348.
14. Hirschman, A. National Power and the Structure of Foreign Trade / A. Hirschman // University of California press. – 1945. – P. 175.
15. URL : https://alfabank.ru/about/annual_report/reporting/ (дата обращения: 03.04.2025).
16. URL : https://cbr.ru/statistics/bank_sector/int_rat/ (дата обращения: 03.04.2025).

17. URL : <https://www.gazprombank.ru/about/disclosure/> (дата обращения: 03.04.2025).
18. URL : https://ir.open.ru/reports?from=main_footer (дата обращения: 03.04.2025).
19. URL : <https://www.psbank.ru/bank/investors/ras> (дата обращения: 03.04.2025).
20. URL : <https://www.rosbank.ru/o-banke/raskrytie-informacii/otchetnost/> (дата обращения: 03.04.2025).
21. URL : <https://www.rshb.ru/about/reports-conclusion/msfo> (дата обращения: 03.04.2025).
22. URL : <https://rspp.ru/upload/uf/230/yr-sber-ar20-rus.pdf> (дата обращения: 03.04.2025).
23. URL : https://rspp.ru/upload/uf/742/sberbank_co_2015.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
24. URL : https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/fi_01-01-2011_jsd0an2w.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
25. URL : https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/sberbank_ral_2012.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
26. URL : https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/sberbank_ral_2013.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
27. URL : <https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/img-130160455-0001.pdf> (дата обращения: 03.04.2025).
28. URL : https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/noarchive-ru/word_rus_ye2016_u.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
29. URL : https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/word_rus_ye17-04fteet.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
30. URL : https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/ifrs2018/_sberbank_ifrs-ye2018-rus_.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
31. URL : <https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/redirected/com/gosa2020/docs/sberbank-ar19-rus.pdf> (дата обращения: 03.04.2025).
32. URL : https://www.sberbank.com/common/img/uploaded/files/info/2022_ifrs_reporting.pdf (дата обращения: 03.04.2025).
33. URL : <https://www.tinkoff.ru/about/investors/11/> (дата обращения: 03.04.2025).
34. URL : <https://www.vtb.ru/ir/statements/results/> (дата обращения: 03.04.2025).
35. Julien, L. A. On noncooperative oligopoly equilibrium in the multiple leader–follower game / L. A. Julien // *Europ. J. Operat. Res.* – 2017. – V. 256, No. 2. – P. 650 – 662.
36. Perfect assumptions in an imperfect world: Managing timberland in an oligopoly market / B. Kanieski Da Silva, S. Tanger, M. Marufuzzaman, F. Cubbage // *Forest Policy Econ.* – 2022. – No. 137. – P. 102691.

37. Lo, C. F. Quantum Stackelberg oligopoly / C. F. Lo, C. F. Yeung // Quantum Inform. Proc. – 2022. – V. 21, No. 3. – P. 85.
38. Ougolnitsky, G. Sustainability of Intertwined Supply Networks: A Game-Theoretic Approach / G. Ougolnitsky, O. Gorbaneva // Games. – 2022. – V. 13, No. 3. – P. 35.
39. Singh, N. Price and Quantity Competition in a Differential Duopoly / N. Singh, X. Vives // Rand J. Econom. – 1984. – V. 15. – P. 546 – 554.
40. Zhou, X. Assessing Market Competition in the Chinese Banking Industry Based on a Conjectural Variation Model / X. Zhou, Z. Pei, B. Qin // China and World Economy. 2021. – V. 29, No. 2. – P. 73 – 98.
41. Kalashnikov, V. V. Existence of the Nash-optimal Strategies in the Meta-game / V. V. Kalashnikov, V. A. Bulavsky, N. I. Kalashnykova // Stud. Syst., Decision Control. – 2018. – V. 100. – P. 95 – 100.
42. Consistent Conjectural Variations Equilibrium in a Mixed Oligopoly Model with a Labor-Managed Company and a Discontinuous Demand Function / N. Kalashnykova, V. Kalashnikov, J. Watada, et al. // IEEE Access. – 2022. – P. 1.

УДК 519

В. А. Игнатова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: varvara.bag2010@yandex.ru

ПОДХОД К ВЫЯВЛЕНИЮ СООБЩЕСТВ В ТЕМПОРАЛЬНОЙ СЕТИ СОАВТОРСТВА УЧЕНЫХ

Аннотация. Настоящая работа посвящена разработке подхода к выявлению эволюционирующих сообществ в темпоральной сети соавторства ученых. Предлагаемый подход основан на анализе и модификации известных алгоритмов выявления сообществ (Smoothed Louvain, Iterative Match, Smoothed Graph). Основная идея модификации заключается в использовании алгоритма Label Propagation для кластеризации и коэффициента Дайса для сопоставления сообществ между последовательными временными срезами сети.

Ключевые слова: темпоральная сеть, сообщество, метод Лувена, коэффициент Жаккара, коэффициент Дайса.

1. Введение

В современную эпоху быстрого развития науки и технологий изучение структуры и динамики научного сотрудничества становится важной задачей как с теоретической, так и с прикладной точки зрения. Одним из эффективных подходов к анализу таких взаимодействий является моделирование соавторства в виде сетей, где узлы представляют авторов, а ребра – факты совместной публикации [1]. Такие сети позволяют не только визуализировать научное сообщество, но и выявлять его внутреннюю структуру, в том числе сообщества – группы ученых, тесно сотрудничающих между собой [2].

Для анализа изменений в таких структурах во времени применяются темпоральные сети – графы, где вершины и ребра могут появляться, исчезать или изменять свои свойства [3]. Их исследование проводится с использованием снапшотов – временных срезов, представляющих состояние сети в конкретные моменты времени. В рамках данной работы один снапшот соответствует одному календарному году.

2. Методологическая основа исследования

В данной работе для выявления сообществ в темпоральной сети используется метод Smoothed Louvain, реализованный в библиотеке tnetwork [4]. Этот алгоритм представляет собой модификацию классического алгоритма Лувена (Louvain), адаптированную для динамических графов [5]. Идея метода основана на подходе, описанном в работе, и заключается в использовании информации из предыдущего временного шага для инициализации алгоритма на текущем [6].

Рассмотрим классический алгоритм Лувена [7]. Метод заключается в следующем:

1. На первом этапе узлы сортируются по сообществам на основе того, как изменяется модульность графа при перемещении сообществ узлом, до тех пор, пока значение модульности не станет максимальным.
2. На втором этапе граф интерпретируется по-новому, так что сообщества рассматриваются как отдельные узлы.

Эти шаги повторяются итеративно до достижения максимума модульности и получения иерархии сообществ.

Классический алгоритм Лувена начинает работу с того, что каждая вершина рассматривается как отдельное сообщество. В отличие от него, в методе Smoothed Louvain алгоритм запускается с уже существующим разбиением, полученным на предыдущем временном шаге. Таким образом, кластеризация на текущем шаге наследует структуру сообществ из прошлого, что способствует устойчивости и согласованности результатов во времени.

В работе используется метод Iterative Match, который основан на работе [8]. Авторы предложили подход к отслеживанию эволюции сообществ в динамических сетях, представленных как последовательность моментальных снимков, в которых в каждый момент времени производится независимое разбиение на сообщества, а затем сообщества сопоставляются между соседними временными шагами на основе меры схожести.

Для анализа динамической структуры сети и выявления сообществ в работе применяется метод Smoothed Graph, реализованный в библиотеке tnetwork. Алгоритм основан на подходе, описанном в статье, и представляет собой одну из форм временного сглаживания при работе с последовательностью сетевых снапшотов (моментальных снимков) [9]. На каждом временном шаге формиру-

ется сглаженный граф, который является комбинацией: графа текущего временного шага, содержащего реальные связи между узлами, и дополнительного графа, построенного на основе сообществ из предыдущего шага (если два узла принадлежали к одному сообществу, между ними добавляется ребро). Таким образом, в сглаженном графе учитывается как актуальная топология сети, так и информация о ранее обнаруженных сообществах, что позволяет снизить влияние случайных или временных изменений в сети.

3. Сетевые метрики

Для объективной оценки качества разбиения графа на сообщества необходимо использовать метрики [10]. Эти показатели позволяют сравнивать различные алгоритмы, отслеживать изменения структуры сообществ во времени и выявлять стабильные кластеры. В случае темпоральных сетей также важно учитывать не только качество разбиения на каждом временном срезе, но и согласованность между ними. Далее будут рассмотрены метрики, применяемые для оценки разбиений в динамических сетях.

Модульность (модулярность) – одна из мер структуры сетей или графов. Мера была разработана для измерения силы разбиения сети на модули (называемые группами, кластерами или сообществами). Сети с высокой модульностью имеют плотные связи между узлами внутри сообщества, но слабые связи между узлами в различных сообществах

$$Q = \sum_{ij} \left(A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m} \right) \delta(c_i, c_j),$$

где A_{ij} – вес ребра между узлами i, j ; k_i, k_j – сумма весов ребер, присоединенных к узлам i, j соответственно; m – сумма всех весов ребер сети; c_i, c_j – сообщества, к которым принадлежат узлы i, j ; δ – дельта-функция Кронекера:

$$\delta(c_i, c_j) = \begin{cases} 1, & c_i = c_j \\ 0, & c_i \neq c_j \end{cases}.$$

NMI (нормализованная взаимная информация) – это метрика, которая измеряет схожесть между двумя разбиениями множества объектов на кластеры (узлы сети, разбитые на сообщества). Она показывает, насколько два разбиения соотносятся друг с другом, где 1 – одинаковые сообщества, 0 – разбиения не имеют ничего общего (независимы друг от друга). В темпоральной сети структура меняется со временем – сообщества могут появляться, исчезать, изменять состав. Чтобы понять, насколько стабильно разбиение сообществ во времени (как сильно оно меняется), сравнивают разбиения на соседних временных слоях.

Пусть есть два разбиения множества узлов:

1. $U = \{U_1, U_2, \dots, U_K\}$ разбиение в момент t (K сообществ);
2. $V = \{V_1, V_2, \dots, V_L\}$ разбиение в момент $t + 1$ (L сообществ).

Тогда нормализованная взаимная информация (*NMI*) будет вычисляться следующим образом:

$$NMI(U, V) = \frac{2I(U, V)}{H(U) + H(V)},$$

где $I(U, V)$ – взаимная информация; $H(U)$ – энтропия разбиения U .

Коэффициент Жаккара измеряет, насколько похожи два сообщества с точки зрения их составных узлов, т.е. показывает, какую долю всех узлов, участвующих хотя бы в одном из сообществ, составляют узлы, которые присутствуют в обоих сообществах. Если коэффициент близок к 1, состав сообщества практически не изменился со временем, сообщество устойчиво. Если коэффициент близок к 0, сообщество сильно изменилось, почти нет пересечений в составе.

Для каждой пары сообществ (U_i, V_j) вычислим коэффициент Жаккара:

$$J(U_i, V_j) = \frac{|U_i \cap V_j|}{|U_i \cup V_j|}.$$

4. Модификация алгоритмов

Классические методы выявления сообществ в динамических графах, реализованные в библиотеке *tnetwork*, базируются на алгоритме Лувена и используют коэффициент Жаккара для сопоставления кластеров между временными слоями. Однако в ряде случаев такой подход может быть недостаточно чувствителен к динамике структуры сети, особенно при неравномерном распределении размеров сообществ и высокой скорости изменений.

В данной работе предлагается модифицированный метод, основанный на использовании алгоритма *Label Propagation* для выявления сообществ и коэффициента Дайса для их сравнения между соседними снапшотами [11, 12]. Основные преимущества такого подхода – высокая вычислительная эффективность, адаптивность к структуре сети и более точное сопоставление при изменяющихся размерах сообществ. Алгоритм *Label Propagation* отличается своей простотой и скоростью: он не требует оптимизации функции и итеративно обновляет метки на основе большинства среди соседей. Это особенно удобно при обработке больших сетей или потоков данных. Для сопоставления сообществ на соседних временных шагах используется коэффициент Дайса, рассчитываемый по формуле

$$D(U_i, V_j) = \frac{2|U_i \cap V_j|}{|U_i| + |V_j|}.$$

Общая идея итеративного алгоритма *Label Propagation*:

1. Каждой вершине присваивается уникальная метка (*label*), т.е. изначально все вершины находятся в собственных сообществах.

2. На каждом шаге вершина принимает метку, которая наиболее часто встречается у соседей. Если у соседей несколько меток с одинаковой частотой, то выбирается одна случайно. (Алгоритм недетерминированный, запуски могут давать разные результаты)

3. То же самое повторяется: каждая вершина на очередном шаге снова смотрит на текущие метки соседей и обновляет свою на наиболее частую. Это продолжается до тех пор, пока метки не перестанут меняться (достигнута сходимость).

5. Анализ данных

Для анализа эволюции научных сообществ в области машинного обучения в данной работе используется OpenAlex – открытая база научной литературы, названная в честь знаменитой Александрийской библиотеки [13]. Она содержит сведения о публикациях, авторах, институтах и связях между ними, охватывая более 250 миллионов записей из 230 тысяч источников.

В рамках данного исследования из OpenAlex были выбраны публикации, относящиеся к тематике машинного обучения за 2007 – 2010 годы. На основании полученных данных сформирована темпоральная сеть соавторства, где каждый узел соответствует автору, а ребра между узлами отражают факт совместной публикации.

Итоговая сеть содержала около 32 тысяч вершин (авторов) и более 270 связей, отражающих факты соавторства за исследуемый период. Для анализа были оставлены только те авторы, которые публиковали свои работы хотя бы раз в три года за рассматриваемый период, для лучшей согласованности сообществ во времени. Результаты, полученные при применении исходных методов к сети, представлены в табл. 1.

1. Результаты базовых методов

	Модульность		Коэффициент Жаккара	Количество сообществ
Smoothed Louvain	0,924	0,589	0,498	6256
Iterative Match	0,954	0,564	0,395	8566
Smoothed Graph	0,818	0,683	0,596	5003

Полученные значения модульности оказались достаточно высокими, что говорит о выраженной кластерной структуре в каждом отдельном временном срезе. Однако показатели *NMI* и Жаккара получились крайне низкими, указывая на нестабильность и значительное изменение сообществ со временем.

На следующем этапе были внесены модификации в указанные алгоритмы в целях улучшения устойчивости разбиений. Результаты представлены в табл. 2.

2. Результаты модифицированных методов

	Модульность	<i>NMI</i>	Коэффициент Жаккара	Количество сообществ
Smoothed Louvain	0,924	0,589	0,508	5900
Iterative Match	0,823	0,721	0,425	10 644
Smoothed Graph	0,734	0,753	0,614	7640

6. Заключение

Внедрение модификаций в методы кластеризации позволило повысить показатели *NMI* и коэффициента Жаккара на графе, что свидетельствует о лучшей преемственности и согласованности сообществ во времени. Несмотря на небольшое снижение модульности, модифицированные методы обеспечили лучшее отражение динамики эволюции коллабораций в сети.

Модифицированный метод Smoothed Graph является наиболее сбалансированным и показывает лучшие результаты в ключевых критериях *NMI* и сопоставления, что подтверждает целесообразность предложенных модификаций.

Список использованных источников

1. Newman, M. E. J. The structure of scientific collaboration networks / M. E. J. Newman // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2001. – V. 98, No. 2. – P. 404 – 409.
2. Fortunato, S. Community detection in graphs / S. Fortunato // Physics Reports. – 2010. – V. 486, No. 3-5. – P. 75 – 174.
3. Masuda, N., Guide to Temporal Networks / N. Masuda, R. Lambiotte. – Singapore : World Scientific, 2016. – 250 p.
4. tnetwork – Network Community Library [Электронный ресурс]. – URL : <https://tnetwork.readthedocs.io/en/latest/>
5. Panagopoulos, C. Detection of dynamic communities in temporal networks with sparse data / C. Panagopoulos, B. Mitra, D. O’ Sullivan // Applied Network Science. – 2025. – V. 9, Article 35. – P. 1 – 15.
6. Aynaud, T. Static community detection algorithms for evolving networks / T. Aynaud, J. L. Guillaume // Proceedings of the 8th International Symposium on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc, and Wireless Networks (WiOpt). – 2010. – P. 513 – 519.
7. Fast unfolding of communities in large networks / V. D. Blondel, J.-L. Guillaume, R. Lambiotte, E. Lefebvre // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. – 2008. – No. 10. – P. 10008.
8. Greene, D. Tracking the evolution of snapshot communities in dynamic social networks / D. Greene, D. Doyle, P. Cunningham // 2010 International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining (ASONAM 2010), Odense, Denmark, August 9 – 11. – 2010. – P. 147 – 154.

9. Guo, C. Evolutionary community structure discovery in dynamic weighted networks / C. Guo, J. Wang, Z. Zhang // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 2014. – V. 413. – P. 565 – 576.
10. Graph metrics for temporal networks / V. Nicosia, J. Tang, C. Mascolo ; ed. by P. Holme, J. Saramäki // *Temporal Networks*: Springer. – 2013. – P. 15 – 40.
11. Raghavan, U. N. Near linear time algorithm to detect community structures in large-scale networks / U. N. Raghavan, R. Albert, S. Kumara // *Physical Review E*. – 2007. – V. 76, No. 3. – P. 036106.
12. Dice, L. R. Measures of the amount of ecologic association between species / L. R. Dice // *Ecology*. – 1945. – V. 26, No. 3. – P. 297 – 302.
13. OpenAlex: A fully open catalog of the global research system [Электронный ресурс]. – URL : <https://openalex.org>

УДК 519.854.2

К. А. Калугин

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: netter2@rambler.ru

КОМПОЗИТНЫЕ КРИТЕРИИ ТЕМАТИЧЕСКОЙ СХОЖЕСТИ НАУЧНЫХ АГЕНТОВ

Аннотация. В современных условиях роста объема научных публикаций и усложнения междисциплинарных коллабораций актуальной становится задача точной оценки тематической близости научных агентов для оптимизации формирования исследовательских коллективов и снижения дублирования работ. В данной работе выдвинуты и проверены две ключевые гипотезы: во-первых, терминологический набор, используемый ученым, адекватно отражает его тематические интересы; во-вторых, совпадение терминов свидетельствует о схожести исследовательских направлений.

Ключевые слова: тематическая схожесть, критерии тематического сравнения, терминологический профиль, индекс Жаккара, коэффициенты корреляции.

1. Введение

Рост объема научных публикаций и усложнение междисциплинарных коллабораций создают серьезные вызовы для управления исследовательскими проектами и формирования эффективных команд. По мере расширения доступной литературы становится все труднее быстро выявить релевантную экспертизу и избежать дублирования усилий. В этих условиях автоматизированные методы оценки тематической близости «научных агентов» – исследователей, авторов публикаций – приобретают особую ценность для организации сотрудничества, распределения рецензий и принятия решений по финансированию [1, 3].

Ключевым в задаче тематического сравнения является формализация понятия «тематическая близость» [9]. В библиометрических исследованиях близость обычно оценивают по сетям цитирования, совместной встречаемости ключевых слов или паттернам соавторства. Однако такие подходы могут не учесть тонких и постоянно меняющихся терминологических предпочтений ученых. Работа основана на предположении, что терминологический набор, используемый автором, напрямую отражает его тематические интересы, а совпадение терминов служит надежным индикатором исследовательского сходства.

В рамках данной работы предлагается понятие критерия тематического сравнения – функции, определяемой на парах множеств терминов, извлеченных из публикаций.

2. Литературный обзор

Современные подходы к оценке тематической близости исследователей можно разбить на несколько групп методов, представлены в табл. 1 и 2 [2 – 8].

1. Примеры метрик для сравнения ученых и коллективов

Категория метрик	Примеры	Описание/примечания
Наукометрические	H-индекс, g-индекс, число публикаций или цитирований	Сводные показатели продуктивности и влияния; отражают вклад в научное сообщество
Тематические	Сходство тем, ключевых слов, co-word-анализ, распределение тем (LDA)	Учитывают семантику публикаций; измеряют тематическую близость исследователей
Сетевые (графовые)	Центральность в сети соавторства (степень, посредничество, PageRank), модулярность	Оценка роли в сети сотрудничества/цитирования; выявляют влиятельных «хабов» и связующие группы
Попарные	Коэффициенты Жаккара, косинусное сходство, по ключевым словам, или embedding, критерий Спирмена, критерий Пирсона	Прямое сравнение двух исследователей по схожести их профилей
Embedding-подходы	SciBERT, SPECTER, OpenAI Embeddings	Векторное представление текстов/авторов; измерение семантической близости публикаций

2. Основные методы кластеризации ученых и коллективов

Метод	Описание
Иерархическая кластеризация	Построение дендрограмм на основе метрик сходства; визуальное отображение вложенных кластеров
Плотностная кластеризация (DBSCAN)	Определение кластеров как областей высокой плотности; устойчивость к шуму, не требует фиксированного числа кластеров
Спектральная кластеризация	Использует собственные векторы графа или матрицы сходства; эффективна при сложной структуре данных
Графовые методы (Louvain, Leiden)	Обнаружение сообществ в сетях (оптимизация модульности); выявляют плотные кластеры узлов
Тематические модели (LDA, Author-Topic)	Кластеризация на основе распределения тем в публикациях; выделяют авторов с похожим тематическим профилем
Кластеризация в эмбединговом пространстве	Применение алгоритмов типа kmeans, HDBSCAN к векторным представлениям авторов; позволяет использовать семантику текста

Как видно из приведенных таблиц, наиболее подходящими методами для тематического сравнения являются такие методы, как коэффициент Жаккара, косинусное расстояние, критерий Спирмена и Пирсона; наиболее подходящими методами для кластеризации являются k -средних и DBSCAN, по причине их популярности и относительной простоты.

3. Критерии тематического сравнения

Первой задачей работы стала апробация критерия тематической общности, основанного на индексе Жаккарра. Критерий тематической общности C_{ij}^T характеризует степень пересечения тематик исследований двух научных коллективов i и j в рамках конкретной темы T . Данный показатель вычисляется по формуле $C_{ij}^T = \frac{|W_i^T \cap W_j^T|}{|W_i^T \cup W_j^T|}$, где W_i^T – множество терминов, используемых i -й научной группой в теме T . Экспертная оценка показала, что данный критерий имеет крайне низкую точность и не отражает действительность.

Следующей задачей стала апробация критериев Спирмена и Пирсона. Экспертная оценка результатов данных критериев показала, что критерий Спирмена показывает высокую точность, однако его значения для первых ~ 100 авторов различаются очень слабо. Это означает, что не всегда существует возможность определить, кто из 2–3 людей реально тематически ближе к искомому автору. Критерий Пирсона, в свою очередь, показал более низкую

точность, однако его значения быстро падают после первых ~5 найденных авторов. Таким образом, он лучше подходит для поиска малого количества наиболее похожих людей.

После апробации критериев вышеуказанных критериев было принято решение о создании нового композитного критерия. Новый критерий состоит из двух частей. Первая часть – взвешенная сумма критериев Спирмена и Пирсона. Вторая часть – отсечение части результатов с помощью скалярного произведения значений частотности использования терминов [1]. Согласно экспертной оценке, данный критерий (далее – SPM) имеет наивысшую точность среди всех приведенных.

4. Суперкритерии как альтернативный способ оценки точности

Для создания способа оценки точности, альтернативного экспертной оценке, было предложено создать суперкритерии. Каждый из суперкритериев основывается на определенной гипотезе.

1. Суперкритерий соавторства. Данный суперкритерий основан на предположении о том, что ученые-соавторы, скорее всего, имеют общие тематические интересы. Таким образом, если критерий определяет большое количество соавторов как тематически близких людей, то он является точным.

2. Суперкритерий кластеров. Данный суперкритерий основан на предположении о том, что при проведении кластеризации терминологических профилей можно выделить некие группы ученых, занимающихся схожими темами. Таким образом, если критерий определяет большое количество людей, принадлежащих одному кластеру, как тематически близких людей, то он является точным.

5. Результаты

Все приведенные результаты были получены при расчете критериев для сотрудников Института проблем управления имени В. А. Трапезникова. Каждый результат проверялся группой экспертов. На основе экспертной оценки полученные метрики принимались или отклонялись. В данной работе не приводится статистическая метрика оценки экспертизы, так как это не являлось предметом данного исследования. В ходе оценки результатов различных критериев эксперты обнаружили, что термины из категории «Общенаучные термины» сильно повышают схожесть всех людей, так как активно используются любым ученым. В связи с этим все критерии рассчитывались в двух вариантах – с учетом общенаучных терминов и без их учета. В качестве конкретного примера выбран директор данного института, как наиболее иллюстративный и междисциплинарный автор, имеющий большое количество публикаций. Результаты представлены в виде таблиц, содержащих в себе первые 10 резуль-

татов расчета каждого критерия. В таблицах приведены авторы, закодированные порядковым номером (сортировка по учету общенаучных терминов) в выдаче критерия, а также комментарии, описывающие его тематическую близость к выбранному для расчетов автору. В таблице 3 приведены результаты расчетов для композитного критерия, показавшего самую высокую эффективность.

3. Топ-5 авторов по SPM

Порядковый номер	SPM		Комментарий
	С учетом общенаучных терминов	Без учета общенаучных терминов	
1	1.0	1.0	Директор института
2	0.898	0.7642	Ученик автора, много совместных публикаций
3	0.8622	0.6532	Учитель автора, много совместных публикаций
4	0.8572	0.6651	Ученик автора, много совместных публикаций
5	0.846	0.6894	Ученик автора, много совместных публикаций

6. Заключение

В данной работе была разработана и апробирована методика тематического сравнения научных коллективов на основе многоуровневой онтологической модели. Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом:

1. Разработан композитный критерий SPM, сочетающий коэффициенты корреляции Спирмена и Пирсона с механизмом отсека по скалярному произведению. Эксперименты показали его превосходство над базовыми критериями.

2. Предложен и опробован суперкритерий на основе гипотезы о корреляции тематического сходства и соавторства. Результаты расчетов подтвердили гипотезу.

3. Предложен суперкритерий на основе гипотезы о корреляции тематического сходства и кластерной принадлежности. Результаты расчетов подтвердили гипотезу.

4. Реализована интеграция метода в систему ИСАНД [10] через REST API на Flask.

Практическая значимость работы подтверждается: возможностью оптимизации формирования научных коллективов, снижением временных затрат на поиск тематически близких исследователей, минимизацией дублирования исследований в смежных областях.

Результаты работы соответствуют поставленным целям и открывают новые возможности для автоматизированного анализа научной деятельности в условиях роста объемов публикаций и усложнения исследовательских коллабораций.

Список использованных источников

1. Ahlgren, P. Требования к мере сходства цитирования с особым указанием на коэффициент корреляции Пирсона / P. Ahlgren, B. Jarneving, R. Rousseau // Журнал Американского общества информационных наук и технологий. – 2003. – Т. 54, № 6. – С. 550 – 560.
2. Van Eck, N. J. Обобщение h- и g-индексов / N. J. Van Eck, L. Waltman // Журнал информетрии. – 2008. – Т. 2, № 4. – С. 263 – 271.
3. Метод дельты Бёрроуза для определения авторства анонимных и псевдонимных литературных произведений на русском языке / Н. К. Мамаев и др. // Proceedings of the R. Piotrowski's Readings in Language Engineering and Applied Linguistics. – Aachen University, 2018. – С. 1 – 14.
4. Misini, A. Обзор задач и методов анализа авторства / A. Misini, A. Kadriu, E. Canhasi // Seeu Review. – 2022. – Т. 17, № 2. – С. 153 – 167.
5. Šubelj, L. Clustering scientific publications based on citation relations: A systematic comparison of different methods / L. Šubelj, N. J. Van Eck, L. Waltman // PloS one. – 2016. – V. 11, No. 4. – e0154404.
6. Probierz, B. Clustering of scientific articles using natural language processing / B. Probierz, J. Kozak, A. Hrabia // Procedia computer science. – 2022. – V. 207. – P. 3449 – 3458.
7. A Survey on Forms of Visualization and Tools Used in Topic Modelling / R. Maskat, et al. // JOIV: International Journal on Informatics Visualization. – 2023. – V. 7, No. 2. – P. 517 – 526.
8. Citation intent classification using word embedding / M. Roman, et al. // IEEE Access. – 2021. – V. 9. – С. 9982 – 9995.
9. Наукометрия и экспертиза в управлении наукой : сб. ст. / под ред. Д. Новикова, А. Орлова, П. Чеботарева. – М. : ИПУ РАН, 2013. – С. 572.
10. Информационная система анализа научной деятельности (ИСАНД) в области теории управления / Д. Губанов и др. // Проблемы управления. – 2024. – № 3. – С. 42 – 65.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ОПЫТА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДАННЫХ ПО ВИЗУАЛЬНО-МОТОРНОЙ АДАПТАЦИИ

Аннотация. В работе рассматривается применимость математических моделей итеративного научения к описанию экспериментальных данных по моторной адаптации. Для анализа использованы данные исследования [1], в котором изучалось влияние перерывов разной длительности на эффективность адаптации к искаженной визуальной обратной связи. Полученные значения коэффициента детерминации показывают, что модель применима к описанию формирования опыта в области моторной адаптации.

Ключевые слова: научение, кривая научения, модель формирования опыта, освоение, забывание, визуально-моторная адаптация.

1. Введение

Научение – процесс и результат приобретения индивидуального опыта [2]. Особый интерес представляет итеративное научение – вид обучения, основанный на многократном повторении системой действий, проб и ошибок для достижения фиксированной цели при постоянных внешних условиях [3]. В рамках математического моделирования под научением понимается динамика уровня освоения навыка, описываемая так называемыми кривыми научения – зависимостями вероятности успешного выполнения действия от времени или числа итераций.

Научение лежит в основе формирования как когнитивных, так и моторных навыков, включая визуально-моторную адаптацию. При такой адаптации индивид учится координировать движения в соответствии с визуальным восприятием, которое меняется специальными установками. Существует по меньшей мере три независимых набора данных, посвященных подобным задачам. В частности, в наборе [4] изучается адаптация людей разного возраста к резким и постепенным возмущениям внешней среды. В другом исследовании [5] анализируется адаптация к различным углам поворота обратной связи. Наконец, в статье [1], положенной в основу настоящей работы, рассматривается влияние длительности перерывов на эффективность моторной адаптации. Наличие таких независимых данных отражает интерес к задаче визуально-моторной адаптации, которая активно изучается в различных экспериментальных и теоретических исследованиях.

Целью данной работы является проверка применимости моделей итеративного научения, предложенных в работе [6], с анализом точности аппроксимации и распределения отклонений.

2. Общая модель формирования опыта

Модели итеративного научения из работы [6] описывают зависимость уровня научения $q(t)$ от времени, учитывая как процессы освоения навыка, так и его забывания. В данной работе использованы две такие модели.

В первой из них вероятность формирования опыта отсутствует, а забывание происходит с постоянной по времени вероятностью u . Применяется такая модель для описания процессов забывания в условиях отсутствия практики. Уровень научения $q(t)$ в этом случае описывается уравнением

$$\begin{aligned}q(t+1) &= q(t) - uq(t), \\ \dot{q} &= -qu, \\ q(t) &= q(0)e^{-ut}.\end{aligned}$$

Во второй модели вероятность формирования опыта $w(t)$ зависит от времени и является непрерывной невозрастающей функцией. Забывание при этом не учитывается. Уравнение имеет вид

$$\begin{aligned}q(t+1) &= q(t) + w(t)(1 - q(t)), \\ \dot{q} &= (1 - q)w(t), \\ q(t) &= 1 - (1 - q(0))e^{-W(t)},\end{aligned}$$

где $w(t) = w_0 e^{-\alpha t}$ \ $W(t) = \frac{w_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t})$.

Используя эти модели, можно описывать как постепенное формирование навыка на этапе адаптации, так и его потерю в период отсутствия практики и обратной связи. Это дает возможность применить их к разным участкам экспериментальных данных: в период адаптации и в период прекращения формирования опыта.

3. Экспериментальные данные по визуально-моторной адаптации

Для анализа использованы экспериментальные данные из работы [1], в которой изучалось влияние продолжительности перерывов на эффективность визуально-моторной адаптации. В исследовании приняли участие 35 испытуемых. Эксперимент проводился с использованием зеркальной установки, изображенной на рис. 1 (взяты из работы [1]): испытуемые видели изображение цели и курсора на горизонтальной поверхности H через зеркало M , не видя при этом своей руки. Перемещение пальца фиксировалось и показывалось на экране в виде курсора. На этапе адаптации визуальная обратная связь искажалась – курсор отображался с поворотом на 60 градусов по часовой стрелке относительно реальной траектории движения, что требовало от испытуемых координации направления поворота руки.

Эксперимент состоял из трех этапов. На первом этапе участники проходили адаптацию к искаженной обратной связи с перерывами разной длительности между подходами.

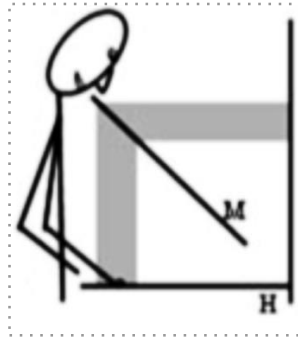


Рис. 1. Специальная экспериментальная установка

На втором этапе, через сутки, проводилась повторная адаптация при сохраненном искажении обратной связи. На третьем этапе визуальная обратная связь была полностью отключена – испытуемые продолжали выполнять движения, но не видели положения курсора на экране. Это позволяло оценить степень сохранения адаптации.

Каждый испытуемый выполнял серию из 25 эпизодов на этапе адаптации. Каждый эпизод включал в себя 24 движения в восьми направлениях. Между эпизодами делались фиксированные перерывы продолжительностью 1, 5, 10, 15, 20 или 40 с – в зависимости от экспериментальной группы.

4. Обработка данных и применение общей модели формирования опыта

Чтобы описать данные эксперимента [1] моделями из работы [6], необходимо провести преобразование, при котором они будут иметь замедленно-асимптотический характер, а значения «уровня научения» – принадлежать отрезку $[0; 1]$. Переведем величины средней ошибки $err(t)$, т.е. абсолютные точностные значения критерия уровня научения, в относительные величины, показывающие «близость» к минимально возможному значению ошибки. Для этого воспользуемся преобразованием

$$\hat{q}(t) = \frac{err_{\max} - err(t)}{err_{\max}},$$

где $err_{\max}$ – максимальная величина ошибки испытуемых в эксперименте, равная 60 градусам.

Построим по полученным данным кривую научения (рис. 2).

На рисунке 2 видно, что кривая научения имеет замедленно-асимптотический характер на этапе активного освоения. На следующем этапе отчетливо прослеживается влияние отдыха, после которого уровень научения временно стабилизируется. Затем идет резкий спад, соответствующий началу этапа забывания.

Аппроксимируем данные эксперимента моделями освоения и забывания из работы [6], подбирая параметры так, чтобы минимизировать сумму квадратов отклонений. Кривая научения с вычисленными параметрами показана на рис. 3.

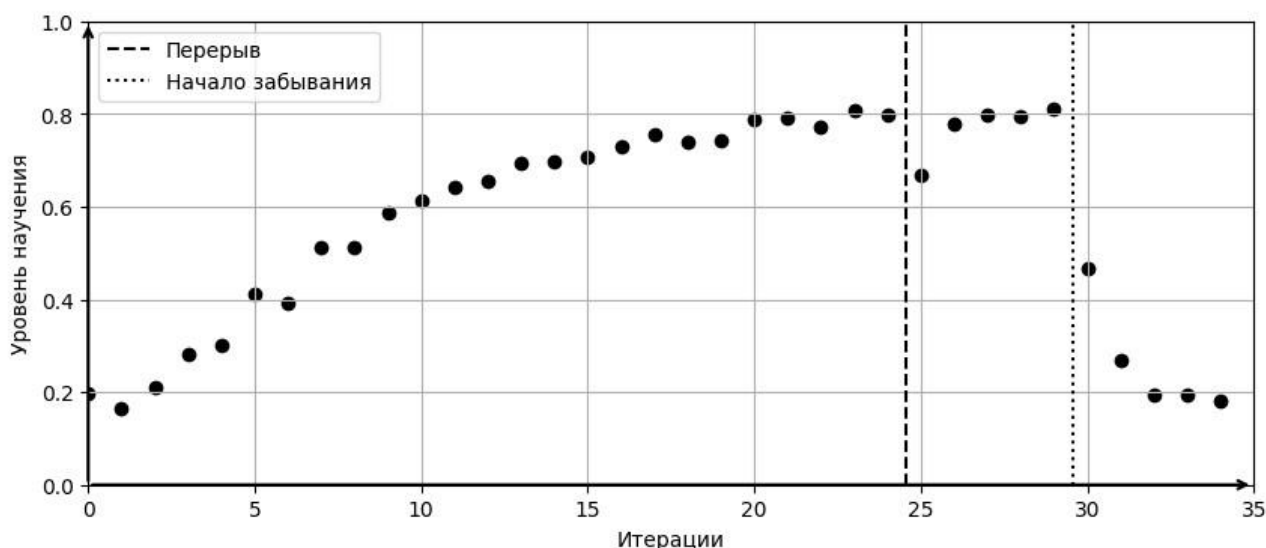


Рис. 2. Эмпирическая кривая научения по данным эксперимента [1]

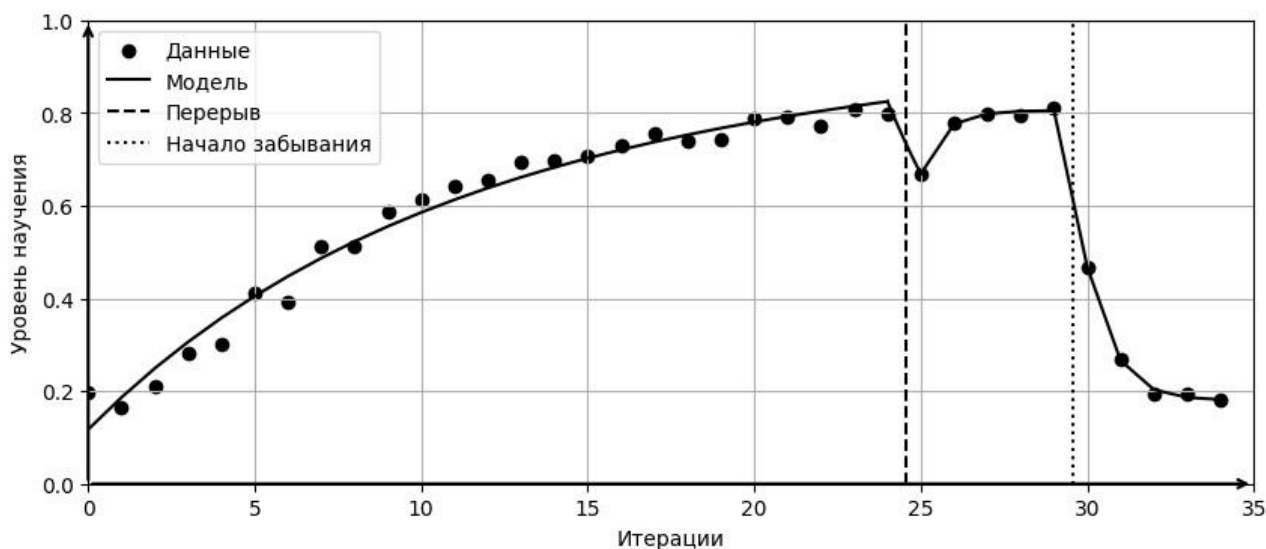


Рис. 3. Аппроксимация данных эксперимента [1] с помощью моделей из работы [6]

На рисунке 3 видно, что комбинация моделей позволяет адекватно описывать как этап роста уровня научения, так и этап его снижения, вызванного забыванием. Коэффициент детерминации $R^2 = 0,9871$.

Проверим гипотезу о том, что отклонения модели от данных – случайные величины, независимые и одинаково распределенные по нормальному закону. Гистограмма отклонений приведена на рис. 4.

На рисунке 4 видно, что распределение отклонений близко к симметричному, что соответствует нормальному распределению. Наиболее частотные значения сконцентрированы около нуля, отклонения большой величины встречаются редко, что подтверждает отсутствие существенных систематических ошибок в аппроксимации. Среднее значение отклонений: $-0,0002$, стандартное отклонение: $0,0259$.

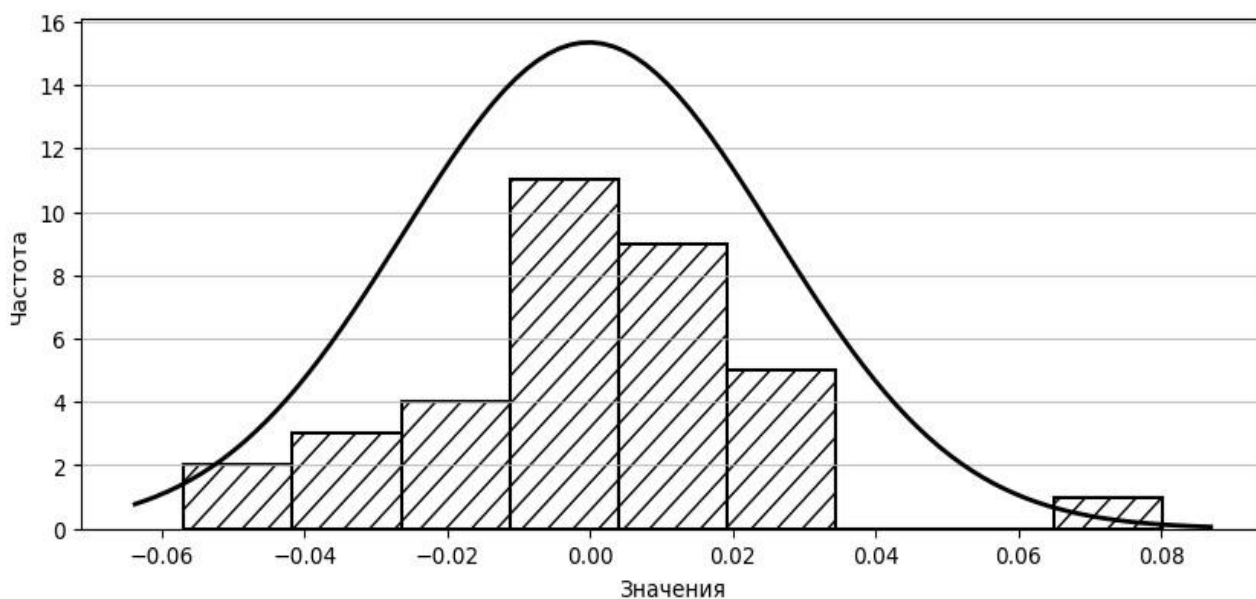


Рис. 4. Гистограмма отклонений модели от данных эксперимента

Для проверки гипотезы о нормальности воспользуемся критериями Шапиро–Уилка и Колмогорова–Смирнова. Значения статистик критериев равны 0,9589 (должно быть больше порога) и 0,1025 (должно быть меньше порога) при пороговых значениях на уровне значимости 0,05, равных 0,934 и 0,2243 соответственно. Следовательно, гипотеза о нормальности отклонений модели от данных не отвергается на уровне значимости 0,05.

5. Вывод

Продemonстрированные примеры обработки результатов экспериментов показывают, что модели наущения описывают данные с коэффициентом детерминации $R^2 = 0,9871$. Высокое значение показывает, что модели наущения в рассматриваемом случае подходят для аппроксимации данных этапов экспериментов по визуально-моторной адаптации.

Отклонения моделей от данных представляют собой независимые и одинаково распределенные реализации случайной величины, подчиняющейся нормальному закону с околонулевым матожиданием. Это дает основания предполагать, что отклонения случайны и обусловлены шумом в данных, а не систематической ошибкой аппроксимации.

Список использованных источников

1. Bock, O. The effect of rest breaks on human sensorimotor adaptation / O. Bock, M. Thomas, V. Grigорова // Experimental Brain Research. – 2005. – No. 163(2). – P. 258 – 260.
2. Краткий психологический словарь. – М. : ИПЛ, 1985. – С. 201.

3. Новиков, Д. А. Закономерности итеративного научения / Д. А. Новиков. – М. : Институт проблем управления РАН, 1998. – 96 с.

4. Motor adaptation does not differ when a perturbation is introduced abruptly or gradually / Bansal, A., 't Hart, B.M., Cauchan, U. et al. // Exp Brain Res 241, 2577 – 2590 (2023).

5. Chu V. W. T. and Sanger T. D. Two different motor learning mechanisms contribute to learning reaching movements in a rotated visual environment. F1000Research 2014, 3:72.

6. Модели утомления и отдыха при научении. Ч. I. Расширение общей модели итеративного научения / Д. И. Гребенков, А. А. Козлова, Д. В. Лемтюжникова, Д. А. Новиков // Проблемы управления. – 2025. [В печати]

УДК 004.94+332.1+338.2

Н. В. Команич

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: komanichnickitca@gmail.com

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ГРУППОВОГО РЕГИОНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. На сегодняшний день среди актуальных проблем государственной политики выделяется оценка эффективности регионального управления. Среди перспективных подходов к региональному управлению можно выделить сценарный анализ. Объектом рассмотрения является система критериев оценки эффективности группового регионального управления. Предметом исследования выступает исследование применения системы критериев эффективности группового регионального управления и построения сценариев в рамках сценарного подхода и имитационного моделирования.

Ключевые слова: групповое управление, критерии эффективности, сценарный подход, имитационное моделирование, региональная безопасность.

1. Введение

Ввиду резко меняющейся геополитической обстановки и изменения приоритетов нашей страны в стратегическом планировании территориального развития и обеспечения национальной безопасности актуализируется вопрос о выборе индикаторов и критериев оценки эффективности управления данными процессами [1]. Помимо обоснования критериев оценки регионального стратегического управления и планирования, среди актуальных также можно выделить формирование системы критериев оценки применяемых подходов в рамках вышеупомянутого управления [2]. В данной работе в целях исследования регионального группового управления рассматривается методология сценарного анализа.

Цель данной статьи – рассмотреть возможные критерии оценки эффективности группового регионального управления, провести SWOT-анализ субъектов регионального управления и рассмотреть критерии эффективности построения сценариев в рамках задачи формирования управляющих стратегий управления, провести сценарное имитационное моделирование представленных стратегий, применить критерии оценки эффективности группового регионального управления и сценариев для оценки полученных результатов.

2. Критерии эффективности регионального управления

Обоснованное и достоверное суждение об эффективном групповом управлении (в рамках работы рассматривается региональное управление двумя субъектами управления: государством (федеральный и административный уровень) и субъектами частного бизнеса) – должно строиться на системе оценки эффективности регионального управления, которая включает в себя показатели, привязанные к достижению поставленных целей и национальных приоритетов в обеспечении национальной (в частности региональной) безопасности; модернизации отраслей экономики, промышленности, сельского хозяйства; улучшению социального обеспечения населения; развитию всех видов инфраструктур и т.п. [3, 4]. Для качественной оценки эффективности группового регионального управления на основе доктринальных и стратегических документов нашей страны были выделены следующие критерии:

- 1) экономический рост (увеличение ВВП и ВРП, рост экспортируемых товаров, рост инвестиций, рост промышленности и сельского хозяйства);
- 2) качество социальной инфраструктуры (демографический рост, доступность здравоохранения, развитие здравоохранения, социальной и правовой поддержки);
- 3) инвестиционная привлекательность региона (увеличение рентабельности региона);
- 4) развитость региональной инфраструктуры (степень развитости дорог, водоснабжения и энергоснабжения);
- 5) удовлетворенность населения работой органов власти (уровень доверия к власти, политическая стабильность, удовлетворенность уровнем жизни);
- 6) качество управленческих решений (обоснованность, своевременность, эффективность принимаемых решений);
- 7) уровень инновационного развития (внедрение новых технологий и методов управления, развитие науки и образования);
- 8) уровень региональной безопасности (готовность к чрезвычайным ситуациям и адаптивность к изменениям внешней среды по средствам резервных фондов, информационная безопасность, гибкость в бюджетной и управленческой политике и т.п.).

3. Интересы, возможности и угрозы субъектов группового регионального управления

В работе [5] была представлена схема стратегического и тактического регионального управления несколькими субъектами (рис. 1). Стратегическое управление в рамках группового подхода подразумевает перераспределение центра принятия решений и ресурсов между несколькими субъектами на основе сценарного прогноза изменения ситуации в целях скоординированного активного противодействия возникающим угрозам в условиях кризисных ситуаций и выявления возможностей реализации целей регионального развития. Тактическое управление подразумевает применение субъектами управления тех или иных воздействий на эндогенные и экзогенные факторы системы и использование существующих возможностей и ресурсов. В данной работе описаны ключевые характеристики субъектов управления: интересы, возможности, уязвимости субъектов управления, представленные в табл. 1 и 2.

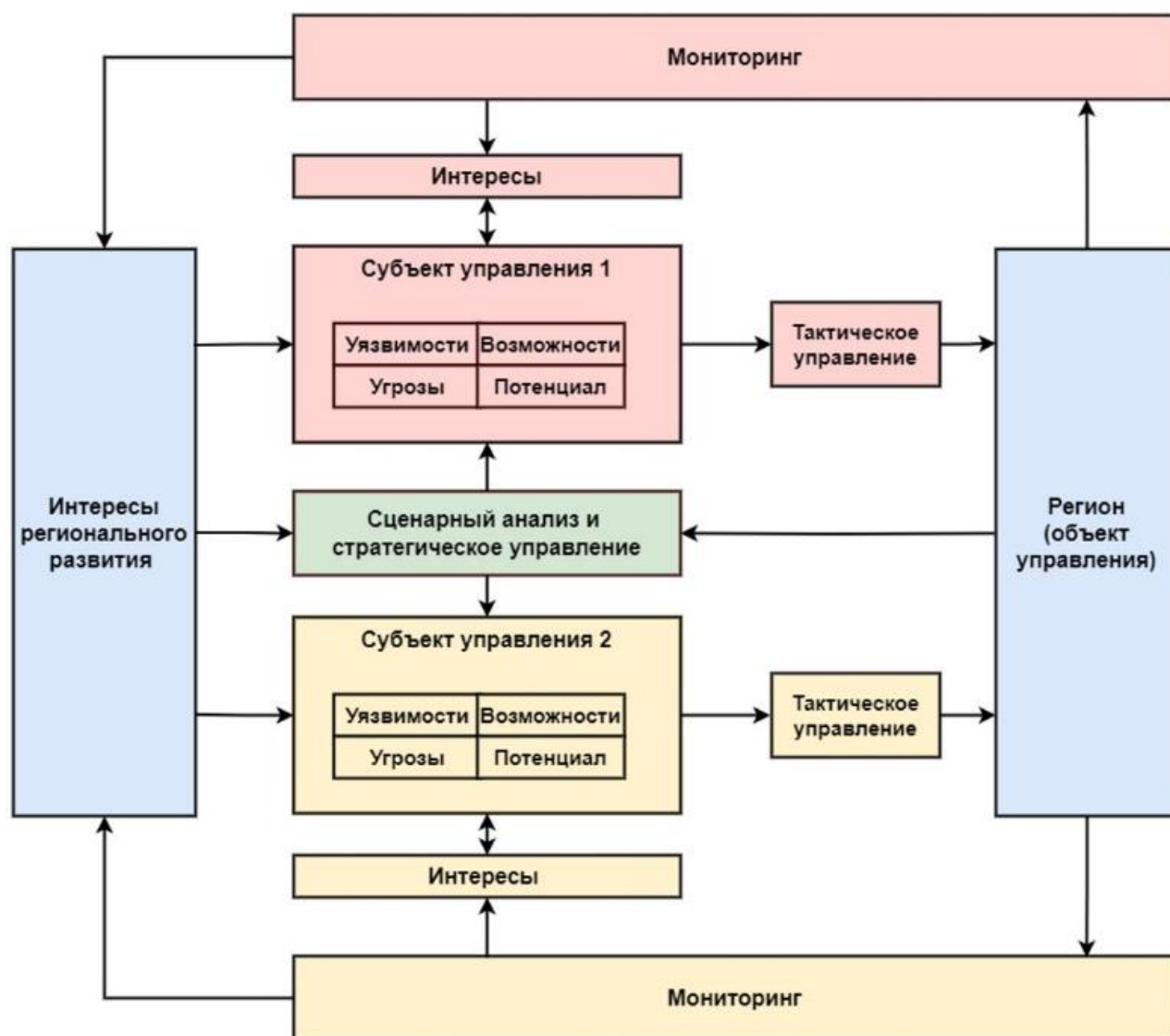


Рис. 1. Схема группового регионального управления

1. Интересы и возможности государства

	Государство
Интересы	1. Модернизация государственного и муниципального секторов экономики, развитие транспортной, энергетической и государственной инфраструктуры. 2. Наиболее эффективные разработка, использование и применение природных, государственных и территориальных ресурсов. 3. Применение инновационных методов управления и новых разработок в разных секторах промышленности, сельского хозяйства и социально-экономического развития. 4. Разделение рисков реализации стратегических проектов регионального развития, информированность о стратегиях частного бизнеса и предпринимательства, получение дополнительных доходов от государственных активов. 5. Повышение уровня жизни в регионе, образования и профессиональной подготовленности населения, создание рабочих мест. 6. Поддержание экономической, информационной, военной, социальной безопасности
Возможности	1. Нормативно-правовые рычаги и политика (создание соответствующей правовой и законодательной базы, возможность установления налоговых льгот, режима преференций, распределения субсидий). 2. Государственные возможности по перераспределению государственного имущества, передаче в управление и аренду. 3. Развитие институциональной инфраструктуры и социальной сферы (развитие социальных агентств развития, центров поддержки бизнеса, создание центров компетенций). 4. Обеспечение региональной безопасности с помощью органов федеральной, региональной исполнительной власти и вооруженных сил РФ. 5. Развитие межрегиональных отношений. 6. Развитие науки, инноваций и методик управления

2. Интересы и возможности частного бизнеса

	Частный бизнес
Интересы	1. Долгосрочные контракты на эксплуатацию государственных объектов, получение заказов вне конкуренции с коммерческим рынком для стабилизации доходности проектов и возврата инвестиций. 2. Выход на необходимые инфраструктурные проекты для устранения структурных ограничений развития и расширения бизнеса. 3. Координация планов регионального развития бизнеса с государственным планом, работа с наиболее устойчивыми партнерами (государство выступает гарантом). 4. Привлечение бюджетных средств к совместным инвестиционным проектам, разделение рисков с государством. 5. Участие в проектах обеспечения безопасности в рамках поддержки интересов стабильного развития бизнеса
Возможности	1. Инвестирование частного капитала, привлечение банковского и проектного финансирования. 2. Разработка и применение инновационных технологий, решений и бизнес-моделей, увеличение эффективности управления жизненным циклом объекта управления за счет высокого уровня компетенций и предоставления экспертной оценки. 3. Создание рабочих мест и подготовка новых специалистов. 4. Влияние на социально-экономические процессы региона, участие в определении приоритетов региона. 5. Гибкость в принятии решений, взаимодействие с другими компаниями в рамках кластеров и отраслевого консорциума

4. Критерии разработки и оценки эффективности сценариев

Сценарный анализ является методологией стратегического планирования и управления сложными социально-экономическими, техническими, информационными и другими системами, а также прогнозирования на основе построения и оценки альтернативных сценариев развития ситуации.

Сценарий является описанием возможного будущего состояния системы на основе последовательности событий, трендов и неопределенностей. Построение и анализ сценариев основан на следующих критериях:

- целеполагание (соответствие сценария заранее четко заданным стратегическим целям);

- субъектная релевантность (соответствие интересам и возможностям субъектов управления);
- дифференциация (сценарии отражают весь спектр: от самых критических до самых оптимистических);
- внутренняя согласованность (события, тренды и действия всех субъектов непротиворечивы и причинно-следственно детерминированы);
- полнота описания (прямое включение в сценарии факторов риска, неопределенностей, конфликтов интересов, внешних воздействий);
- гибкость (уровень возможности пересмотра сценариев в соответствии с новыми тенденциями и данными);
- реалистичность (сценарии должны основываться на реально возможных событиях и тенденциях, не быть утопичными или фантастическими).

Сценарное имитационное моделирование является методом анализа и поддержки принятия управляющих решений на основе построения имитационных моделей исследуемых систем, позволяющим изучать динамику изменения состояний системы во времени и оценивать последствия различных стратегий. При сценарном моделировании для оценки эффективности сценариев по выходным данным используются следующие критерии:

- степень стойкости модели на изменение входных параметров;
- логическая согласованность (степень согласованности воздействий субъектов управления);
- степень релевантности целям управления (близость к целевым параметрам);
- степень отклонения от целевой траектории (степень безопасности траектории сценария);
- ресурсная и временная затратность.

5. Сценарное моделирование группового регионального управления

В основу сценарного исследования и моделирования легла математическая задача, которая требует определить стратегию участия каждого субъекта управления $Sm^j \in Sm$ и для него найти такое управление $u^j \in U^j$ с учетом влияния всех неуправляемых факторов $\zeta^j \in \Gamma^j$, обеспечивающих

$$\theta = (z, \zeta^j, u^j) M^{\zeta^j} \in Z^{(tar)}, \theta = (z, \zeta^j, u^j) M^{\zeta^j} \in Z^{(sec)}:$$

$$\{u \mid \theta = (z, \zeta^j, u^j) \in Z^{(tar)} \vee \theta(z, \zeta^j, u^j) \in Z^{(sec)}\}$$

при реализации сценариев $\mathfrak{R}^{(tar)}$ или $\mathfrak{R}^{(sec)}$, где $\theta = ZS^{(cs)}$ – прогноз возможных переходов S в следующее состояние, где $M^{\zeta} \subseteq Z$ – множество возможных событий (состояний), $Z = Z^{(nav)}(t) \cup Z^{(sec)}(t)$ – множество расширенных состояний социально-экономической системы S в фазовом пространстве z , где $Z^{(nav)}(t)$ – множество недопустимых состояний в момент времени t ;

$Z^{(sec)}(t)$ – множество безопасности S в момент времени t ; $Z^{(tar)}(t)$ – множество желаемых состояний S при $Z^{(tar)}(t) \subseteq Z^{(sec)}(t)$, $\mathfrak{R}^{(tar)}(t) = \mathfrak{R}\{E^{(3H)}(t_i) = f(Z^{(tar)}(t)), (t - t_r) \leq t_i \leq t\}$ – целевой сценарий поведения системы, $\mathfrak{R}^{(sec)}(t) = \mathfrak{R}\{E^{(3H)}(t_i) = f(Z^{(sec)}(t)), (t - t_r) \leq t_i \leq t\}$ – безопасный сценарий поведения системы.

Доработанная сценарная имитационная модель группового регионального управления из работы [5] на основе критериев оценки эффективности регионального управления, а также комплексного анализа возможностей и интересов региональных субъектов управления представлена на рис. 2.

В контур управления моделью включены три субъекта управления: «Государство», «Региональные субъекты управления», «Частный бизнес». Учитывая вышеописанные интересы и возможности, выделены влияния рассматриваемых субъектов управления на внутренние экономические и социально-политические факторы региональной модели.

Также в модель в качестве имитационных деструктивных воздействий включены следующие угрозы: «Санкции», «Военные конфликты», «Пропаганда», «Социальные беспорядки» и «Отток населения».

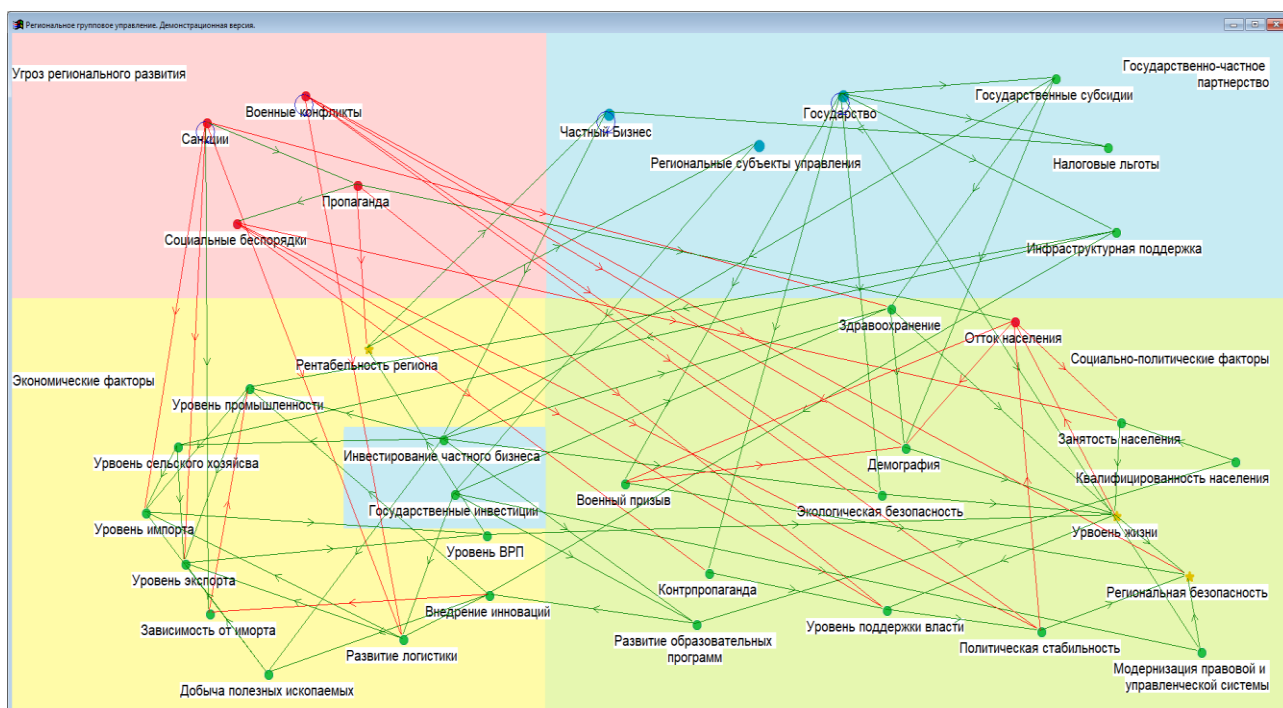


Рис. 2. Сценарная имитационная модель группового регионального управления

Далее произведен ряд сценарных имитационных исследований модели, который отражал четыре сценария развития ситуации. Первые два предполагали оперативное реагирование субъекта управления «Государство» на негативные тенденции внутри региона, каждый из них предполагал стратегию

без и со стимулированием субъекта «Частный бизнес». Следующие два сценария предлагали схожую стратегию с первыми, но опирались на прогнозирование возникновения угроз и своевременную реакцию «Государства». Результаты моделирования представлены на рис. 3.

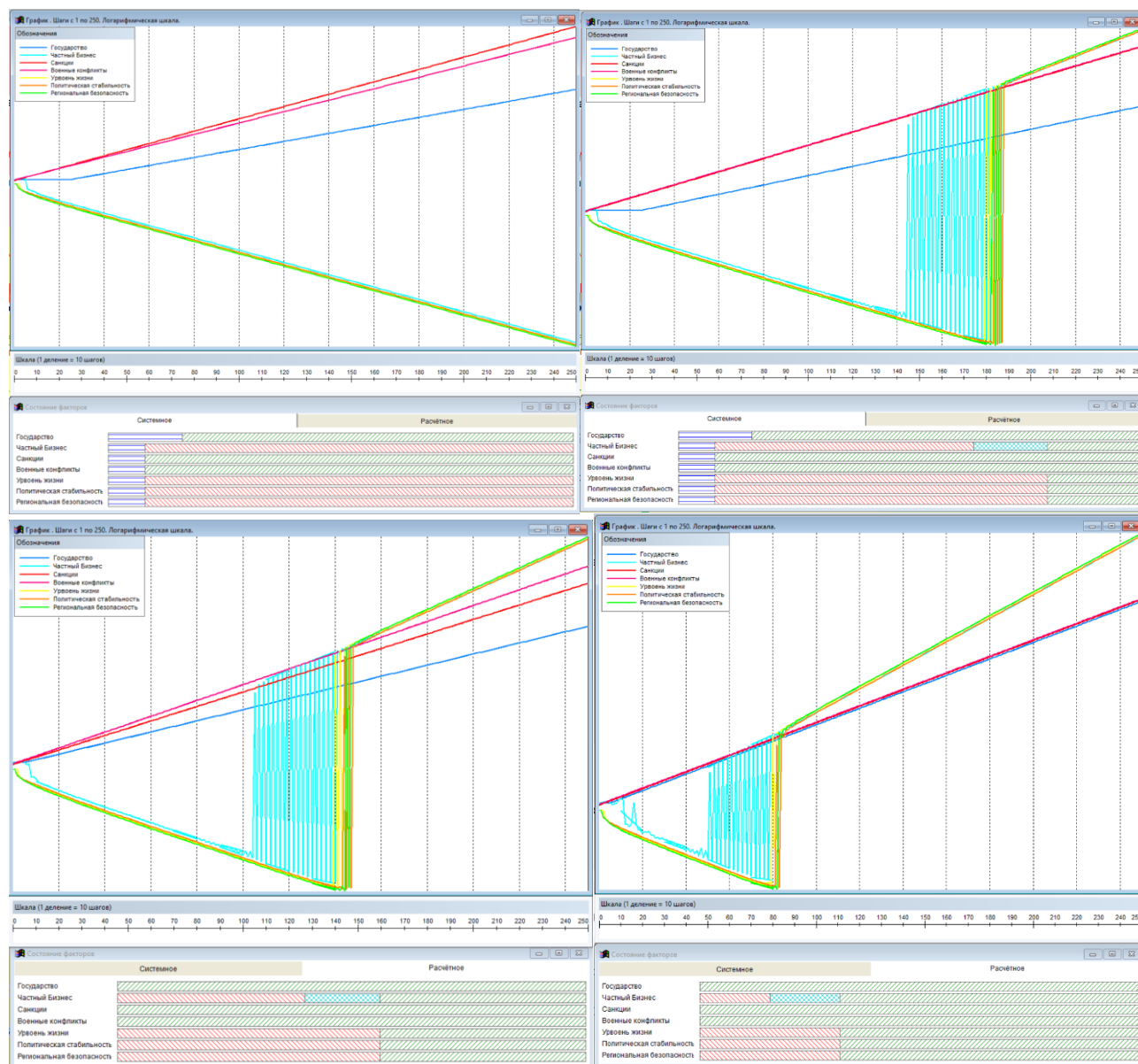


Рис. 3. Результаты сценарного имитационного моделирования

Анализ результатов моделирования показал, что первый сценарий отражает ситуацию, в которой усилия субъектов управления к противостоянию угрозам терпят неудачу. Второй сценарий показал, что при стратегии совместного управления с использованием таких государственных рычагов, как: «Субсидирование», «Налоговые льготы» и «Инфраструктурная поддержка», позволяет при реактивном управлении вернуть стабильность в регион, но с выходом из зоны безопасности и вливанием существенного количества ресурсов и времени.

Третий и четвертый сценарии показывают свое превосходство над вторым по временному интервалу возвращения к стабильному режиму и по снижению затрачиваемых ресурсов для его достижения. При разработке сценариев учитывались все критерии разработки сценариев, описанные выше.

Во время сценарного имитационного моделирования модель показала свою устойчивость к изменению входных параметров. Далее приведена оценка эффективности рассматриваемых сценариев (табл. 3).

3. Анализ эффективности сценариев

Критерии эффективности	Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3	Сценарий 4
Логическая согласованность субъектов управления	—	+	+	+
Близость к целевым параметрам ($\mathfrak{R}^{(tar)}$)	—	+	+	+
Попадание в область безопасного сценария ($\mathfrak{R}^{(sec)}$)	—	—	+	+
Ресурсная и временная затратность	—	—	—	+

Следовательно, наиболее эффективным является четвертый сценарий, выполняющий все критерии эффективности: логическую согласованность, попадание в область целевого и безопасного сценария, обладающий самой низкой ресурсной запретностью и низким временным промежутком достижения целей управления.

6. Заключение

Таким образом, проведенный анализ оценки эффективности сценарного группового регионального управления показал, что система оценки эффективности исследуемого управления включает в себя: систему оценки эффективности регионального развития и управления; должна отвечать интересам и возможностям региональных субъектов управления; включать оценку эффективности формируемых сценариев и стратегий управления; а также систему критериев оценки эффективности результатов сценарного исследования и моделирования.

В ходе работы предпринята попытка формирования системы критериев оценки эффективности сценарного группового регионального управления и их применения к реальной задаче сценарного моделирования регионального управления несколькими субъектами управления на основе реактивной и прогностической стратегии. В дальнейшем планируется продолжать исследование данной системы оценки, а также ее формализацию.

Список использованных источников

1. Управление развитием региона: моделирование возможностей / О. И. Дранко, Д. А. Новиков, А. Н. Райков, И. В. Чернов ; под ред. акад. РАН Д. А. Новикова. – М. : УРСС, 2022. – 431 с.
2. Рубан, В. А. Развитие системы оценки эффективности государственного управления в Российской Федерации / В. А. Рубан, М. О. Литвиненко // Вестник Бурятского государственного университета. Экономика и менеджмент. – 2018. – № 3. – С. 61 – 66.
3. Об утверждении Стратегии пространственного развития Российской Федерации на период до 2025 года : распоряжение Правительства РФ от 13.02.2019 № 207-р. – URL : https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_318094/
4. Бойцов, А. Н. Оценка эффективности региональной социально-экономической политики на принципах социо-эколого-экономической сбалансированности / А. Н. Бойцов // Фундаментальные исследования. – 2021. – Т. 12. – С. 68 – 73.
5. Команич, Н. В. Сценарные технологии в групповом региональном управлении / Н. В. Команич, И. В. Чернов // Управление большими системами. – 2025. – Вып. 114. – С. 186 – 228.

УДК 621.391

А. М. Котюков

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: amkotyukov@mail.ru,

Н. Г. Павлова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия,

Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы,

Москва, Россия,

Московский физико-технический институт

(Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

О ПОЛОЖЕНИИ РАВНОВЕСИЯ В ДИНАМИЧЕСКОЙ РЫНОЧНОЙ МОДЕЛИ ТИПА АЛЛЕНА

Аннотация. Доклад посвящен вопросу о существовании равновесного состояния в динамической рыночной модели типа Аллена, в которой динамика определяется автономной системой дифференциальных уравнений. С помощью результатов теории накрывающих отображений и точек совпадения получены достаточные условия существования положения равновесия в рассматриваемой модели.

Ключевые слова: равновесие, точка совпадения, накрывающее отображение.

1. Введение

В современном исследовании динамических процессов особое внимание уделяется проблеме существования положения равновесия, а также частичного, т.е. равновесия по части переменных фазового вектора. В различных моделях биологии, физики, экономики, транспортных потоков и макросистем положение равновесия выполняет роль стационарного состояния, в котором система может функционировать сколь угодно долго. Зачастую вопрос о существовании положения равновесия или частичного равновесия сводится к исследованию на разрешимость систем нелинейных алгебраических уравнений и неравенств. Общеизвестные методы исследования могут быть неприменимы в случае положения частичного равновесия, поскольку количество уравнений не совпадает с количеством переменных величин. Однако, решение задачи о существовании у системы положений частичного равновесия может дать теория накрывающих отображений и точек совпадения, активно развиваемая Е. Р. Аваковым, А. В. Арутюновым, Б. Д. Гельманом, А. В. Дмитруком, В. А. Дыхтой, Е. С. и С. Е. Жуковскими, А. А. Милютиним, В. В. Обуховским, Г. Шоке и др.

Вопрос о существовании положения частичного равновесия важен в приложениях к экономическим процессам. В моделях рынков положению равновесия соответствует ситуация, при которой не происходит перепроизводства и спрос на товары всего населения полностью удовлетворен. Такая ситуация является благоприятной с экономической точки зрения. Наличие равновесного состояния в моделях рыночных систем позволяет не только оценить состояние рынка, но также формализовать и решить задачу управления (например, импортом или налогами) в целях улучшения экономической ситуации в моделируемом регионе.

Мы рассмотрим рыночную модель типа Аллена, в которой отображения спроса и предложения восстановлены по соответствующим эластичностям спроса и предложения по цене. Перейдем к описанию модели, а также формализации решаемой задачи.

2. Описание модели и постановка задачи

Обозначим $\mathbb{R}_+^n = \{x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i > 0, i = \overline{1, n}\}$. Пусть на рынке присутствует $n \in \mathbb{N}$ товаров, цены на которые $p = (p_1, \dots, p_n) \in \mathbb{R}_+^n$ изменяются в рамках естественных ограничений, т.е. существуют векторы $c_1 = (c_{11}, \dots, c_{1n}), c_2 = (c_{21}, \dots, c_{2n}) \in \mathbb{R}_+^n$: $c_{1i} < c_{2i}, c_{1i} \leq p_i \leq c_{2i}, i = \overline{1, n}$. Обозначим $P = [c_{11}, c_{21}] \times \dots \times [c_{1n}, c_{2n}]$. Пусть нам известны цены $p^* = (p_1^*, \dots, p_n^*) \in P$, а также значения спроса $D^* = (D_1^*, \dots, D_n^*) \in \mathbb{R}_+^n$ и предложения $S^* = (S_1^*, \dots, S_n^*) \in \mathbb{R}_+^n$ при этих ценах. Наконец, пусть нам известны значения матриц эластичностей спроса $\varepsilon = (\varepsilon_{ij})_{i,j=\overline{1,n}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и предложения $\tilde{\varepsilon} = (\tilde{\varepsilon}_{ij})_{i,j=\overline{1,n}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ по цене, которые показывают, как меняются спрос и

предложение при изменении цены на товар соответственно. Как показано в работе [2], набор параметров однозначно определяет отображения спроса и предложения по следующим формулам:

$$D_i(p) = D_i^* \prod_{j=1}^n (p_j^*)^{-E_{ij}} p_j^{E_{ij}}, \quad (1)$$

$$S_i(p) = S_i^* \prod_{j=1}^n (p_j^*)^{-\tilde{E}_{ij}} p_j^{\tilde{E}_{ij}}. \quad (2)$$

Наконец, пусть известен вектор импорта $a = (a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ такой, что $a_i \geq 0$ и существует такой номер $i \in \overline{1, n}$, что $a_i > 0$. Здесь a_i – количество i -го товара, которое импортируется на рынок.

Рассмотрим следующую автономную систему дифференциальных уравнений (модель типа Аллена):

$$\dot{p}_i = S_i(p) - D_i(p) + a_i, \quad (3)$$

где $m \leq n$, а отображения $S, D: \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+^n$ определены по формулам (1), (2) соответственно.

Определение 1. Динамической рыночной моделью типа Аллена называется следующий набор параметров:

$$\sigma = (a, c_1, c_2, p^*, S^*, D^*, \varepsilon, \tilde{\varepsilon}), \quad (4)$$

определяющий систему (3).

Задача состоит в том, чтобы найти положения частичного равновесия системы (3), т.е. решить систему

$$S_i(p) - D_i(p) + a_i = 0, c_{1i} \leq p_i \leq c_{2i}, i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

3. Накрывающие отображения и точки совпадения

В случае $m = n$ система (5) решается достаточно просто. Оказывается, что в этом случае отображения S и D являются биективными и мы можем рассмотреть отображение $B: P \rightarrow \mathbb{R}_+^n, B = S^{-1} \circ (D - a)$, а задачу поиска положения равновесия – как задачу поиска неподвижной точки отображения B . Достаточные условия существования положения, изложенные ниже, следуют из теоремы Банаха о неподвижной точке.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}(\sigma) &= \max_{i=\overline{1, n}} \frac{2}{c_{2i} - c_{1i}} \sum_{k=1}^n \frac{|\tilde{F}_{ki}| \max \{c_{1i}^{1-\tilde{E}_{ki}}, c_{2i}^{1-\tilde{E}_{ki}}\}}{S_k^* \prod_{j=1}^n (p_j^*)^{-\tilde{E}_{kj}} \prod_{j \neq i}^n \min \{c_{1i}^{\tilde{E}_{kj}}, c_{2i}^{\tilde{E}_{kj}}\}}, \\ \bar{\beta}(\sigma) &= \max_{i=\overline{1, m}} D_i^* \left(\prod_{j=1}^n (p_j^*)^{-E_{ij}} \right) \sum_{k=1}^n \frac{|E_{ik}|(c_{2k} - c_{1k})}{2} \max_{l=1,2} \{c_{lk}^{E_{ik}-1}\} \prod_{j=1}^n \max_{j \neq k} c_{lj}^{E_{ij}}, \\ \hat{\gamma}(\sigma) &= \max_{i=\overline{1, m}} |S_i(\tilde{c}) + a_i - D_i(\tilde{c})|, \end{aligned}$$

где F_{ij} – элемент матрицы $\mathcal{F}$, обратной к $\tilde{\varepsilon}$.

Доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть параметры модели σ удовлетворяют следующим условиям:

- 1) $\det \tilde{\varepsilon} \neq 0$;
- 2) $\bar{\gamma}(\sigma) < \bar{\alpha}(\sigma) - \bar{\beta}(\sigma)$.

Тогда в системе вида (3), определенной моделью σ , существует положение равновесия $p^0 \in P$.

В случае же $m < n$ воспользоваться теоремой Банаха уже невозможно, поскольку отображения S и D действуют в пространство меньшей размерности, а это не то же самое. Однако, в этом случае можно воспользоваться результатами теории накрывающих отображений и точек совпадения. Напомним необходимые определения.

Пусть (X, ρ_X) и (Y, ρ_Y) – метрические пространства и Ψ, Φ – отображения, действующие из X в Y . В пространстве X через $B_X(x, r)$ обозначим замкнутый шар в точке x радиусом r , аналогично определим $B_Y(y, r)$ в пространстве Y .

Определение 2 ([1]). Точка $\xi \in X$ называется точкой совпадения отображений $\Psi, \Phi: X \rightarrow Y$, если $\Psi(\xi) = \Phi(\xi)$.

Легко заметить, что если предложение и спрос представляют собой отображения, которые набору цен ставят в соответствие объемы произведенных и требуемых потребителям товаров соответственно, то описанное выше положение равновесия будет являться точкой совпадения этих отображений.

Оказывается, что если одно из этих отображений (без ограничений общности, Ψ) является накрывающим, а другое удовлетворяет условию Липшица, то точка совпадения существует, что было доказано в работе [1]. Сформулируем соответствующее определение из работы [1]:

Определение 3 ([1]). Пусть $\alpha > 0$. Если отображение $\Psi: X \rightarrow Y$ удовлетворяет следующему условию: $\forall x \in M, r > 0$ таких, что $B_X(x, r) \subseteq M$, выполнено включение

$$B_Y(\Psi(x), \alpha r) \subseteq \Psi(B_X(x, r)),$$

то отображение Ψ называется α -накрывающим на множестве $M \subseteq X$.

В работе [1] была доказана следующая теорема.

Теорема 2 ([1]). Пусть пространство X полно и заданы $x_0 \in X, \alpha > 0, R > 0$. Пусть отображение $\Psi: X \rightarrow Y$ является α -накрывающим на $B_X(x_0, R)$ и $\text{gph } \Psi$ является замкнутым множеством. Тогда для любого неотрицательного $\beta < \alpha$ и любого отображения $\Phi: B_X(x_0, R) \rightarrow Y$, удовлетворяющего условию Липшица с константой β такого, что

$$\rho_Y(\Psi(x_0), \Phi(x_0)) \leq (\alpha - \beta)R,$$

для отображений Ψ и Φ существует точка совпадения $\xi \in X$, т.е. $\Psi(\xi) = \Phi(\xi)$, такая, что

$$\rho_Y(x_0, \xi) \leq \frac{\rho_Y(\Psi(x_0), \Phi(x_0))}{\alpha - \beta}.$$

4. Основной результат

Здесь и далее норма произвольного линейного оператора Q , действующего из нормированного пространства $(X, \|\cdot\|_X)$ с нормой в нормированное пространство $(Y, \|\cdot\|_Y)$ с нормой $\|\cdot\|_Y$, определена формулой

$$\|Q\| = \sup_{\|x\|_X=1} \|Qx\|_Y.$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}(\sigma_0) &= \min_{i=1, m} \left\| \left(\frac{\partial S}{\partial p}(p) \right)^T \left(\left(\frac{\partial S}{\partial p}(p) \right) \left(\frac{\partial S}{\partial p}(p) \right)^T \right)^{-1} \right\|^{-1}, \\ \hat{\beta}(\sigma_0) &= \max_{i=1, m} D_i^* \left(\prod_{j=1}^n (p_j^*)^{-E_{ij}} \right) \sum_{k=1}^n \frac{|E_{ik}|(c_{2k} - c_{1k})}{2} \max_{l=1, 2} \{c_{lk}^{E_{ik}-1}\} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \max_{l=1, 2} c_{lj}^{E_{ij}}, \\ \hat{\gamma}(\sigma_0) &= \max_{i=1, m} |S_i(\tilde{c}) + a_i - D_i(\tilde{c})|. \end{aligned}$$

В работе [2] была доказана следующая теорема:

Теорема 3 ([2]). Пусть параметры модели $\sigma_0 \in \Sigma_0$ удовлетворяют условиям:

- 1) $\det \left(\frac{\partial S}{\partial p}(p) \right) \left(\frac{\partial S}{\partial p}(p) \right)^T \neq 0$;
- 2) $\hat{\gamma}(\sigma) < \hat{\alpha}(\sigma) - \hat{\beta}(\sigma)$.

Тогда в системе (3), определенной моделью σ , существует положение частичного равновесия $\hat{p} = (\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_n) \in \mathbb{R}_+^n$ такое, что $c_{1i} \leq \hat{p}_i \leq c_{2i} \forall i = \overline{1, n}$.

Список использованных источников

1. Locally covering maps in metric spaces and coincidence points / A. Arutyunov, E. Avakov, B. Gel'man, et al. // J. Fixed Points Theory and Applications. – 2009. – V. 5, No. 1. – P. 5 – 16.
2. Котюков, А. М. Алгоритм поиска точек совпадения в сложных системах / А. М. Котюков, Н. Г. Павлова // Управление большими системами. – 2024. – № 107. – С. 6 – 27.

ПРОБЛЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ И ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА ЭТИЛОВОГО СПИРТА

Аннотация. В статье рассмотрены проблемы, связанные с недостаточным уровнем автоматизации и оптимизации производства этилового спирта. Проведен анализ существующих технологических решений, выявлены слабые места в текущих системах управления, нестабильность параметров, устаревшие средства измерения и регулирования. Сделан вывод о необходимости перехода к интегрированным цифровым платформам для устойчивого и энергоэффективного производства этанола.

Ключевые слова. этиловый спирт, автоматизация, система управления, ректификационная колонна, оптимизация процесса, интеллектуальная система управления.

1. Введение

Производство этилового спирта – это энергоемкий и высокотехнологичный процесс, основным элементом которого является ректификация. Управление этим процессом требует высокой точности регулирования температурных и концентрационных параметров, что в свою очередь определяет качество конечного продукта и экономические показатели предприятия. Однако во многих производствах до сих пор применяются устаревшие системы управления, основанные на ручном или полуавтоматическом регулировании, что приводит к нестабильной работе колонн, потерям продукта и неэффективному энергопотреблению.

Как показывают исследования работ [1, 2], одной из ключевых причин технологических отклонений в производстве этанола является недостаточная автоматизация, несвоевременное реагирование на изменения технологических параметров и отсутствие современных алгоритмов оптимизации. Целью данной работы является выявление ключевых недостатков существующих систем управления и обоснование целесообразности перехода к более интеллектуализированным формам автоматизации с учетом современных достижений в области цифрового моделирования, предиктивного управления и машинного обучения.

2. Основная часть

Процесс производства этанола включает следующие ключевые этапы:

1. Подготовка и осахаривание крахмалсодержащего сырья.
2. Брожение с образованием этанолсодержащей бражки.
3. Ректификация бражки для получения спирта высокой концентрации.

Наиболее чувствительным к изменениям режимов является этап ректификации, где основными управляющими параметрами являются температура на разных уровнях колонны, давление в кубе и концентрации на выходе. Параметры процесса сильно зависят от состава исходной бражки, внешних условий и работы вспомогательного оборудования (насосов, теплообменников).

В настоящее время большинство предприятий по производству этилового спирта используют ПИД-регуляторы в контуре управления температурой и расходом. Эти регуляторы не учитывают взаимосвязь между различными параметрами процесса (многомерность системы), их динамическое поведение и задержки.

По данным работы [3], классическая ПИД-система не может эффективно управлять процессами с высокой инерционностью и взаимосвязанными параметрами – как, например, в ректификационных колоннах.

В условиях нестабильного сырья и переменных внешних факторов (температура охлаждающей воды, давление пара и пр.) необходима адаптивная система управления. Отсутствие механизмов самонастройки приводит к частым отклонениям от заданных режимов.

На многих спиртовых заводах до сих пор используются аналоговые датчики с большой инерционностью и низкой точностью. Это снижает надежность системы управления в реальном времени [4].

Например, на некоторых производственных площадках АО «Биохим» (г. Кокшетау) и ТОО «КазСпиртПром» (г. Петропавловск) все еще эксплуатируются устаревшие контрольно-измерительные приборы советского образца, что обусловлено высокой стоимостью модернизации и отсутствием унифицированных стандартов внедрения автоматизированных систем управления. Подобная ситуация наблюдается и на ряде малых и средних предприятий в Восточно-Казахстанской и Северо-Казахстанской областях, где замена аналоговых датчиков на современные цифровые не является приоритетом из-за ограниченного финансирования и нехватки квалифицированных специалистов в области промышленной автоматизации.

Автоматизированные системы низкого уровня не интегрированы с управлением производственным планированием и логистикой. Это мешает адаптировать режимы работы в зависимости от текущей загрузки производства, требований к качеству и затратам на энергоносители. Поэтому возникает вопрос применения более современных и эффективных автоматизированных систем управления.

Model Predictive Control (MPC) позволяет предсказывать поведение системы на основе модели и оптимизировать траекторию управляющих воздействий. Как показано в работе [5], MPC значительно снижает колебания выходных параметров в ректификационных процессах.

Внедрение MPC на этаноловом заводе в Китае [6] позволило снизить энергозатраты на 12% и повысить выход продукта на 8%.

Аналогичный опыт наблюдается и в России: на Челябинском спиртовом заводе внедрение автоматизированной системы управления на базе предиктивного регулирования позволило повысить стабильность технологического процесса, сократить расход сырья на 6% и снизить потребление пара на 10% [7].

Технология цифрового двойника позволяет моделировать работу колонны в реальном времени, отслеживать отклонения и прогнозировать поведение системы. Внедрение таких моделей описано в работе [8] и нашло применение в пищевой, химической и нефтеперерабатывающей отраслях.

На спиртовом заводе в провинции Сычуань в 2021 году внедрена система управления с цифровым двойником, построенным в среде *Aspen Plus Dynamics*. Модель имитировала весь процесс от ферментации до получения этанола. На ее основе:

- предсказывали аварийные ситуации;
- оптимизировали подачу пара и воды;
- удалось сократить удельное энергопотребление на 0,3 ГДж/т этанола.

Нейросетевые алгоритмы позволяют распознавать нелинейные зависимости между параметрами и адаптироваться к новым условиям без необходимости полной перенастройки модели [9].

Американская компания *POET LLC*, один из крупнейших производителей биоэтанола, применила нейросетевую систему на базе *Honeywell Experion PKS* с использованием ИИ для прогнозирования пиков температуры и давления в ректификационной колонне. Благодаря этому:

- улучшена адаптивность системы к изменению состава сырья;
- снижение расходов энергии на дистилляцию составило до 14%.

На основе анализа научных источников, интегрированная интеллектуальная система управления (ИИСУ) является наиболее эффективной, включая следующие элементы:

- 1) цифровой двойник ректификационной колонны, синхронизируемый с фактическими данными в реальном времени;
- 2) модуль MPC, реализующий предиктивное управление температурой, давлением и концентрацией;
- 3) нейросетевой контроллер, обучаемый на основе исторических данных и способный компенсировать неучтенные возмущения;
- 4) система диагностики и самонастройки, реализованная на базе алгоритмов машинного обучения;
- 5) интерфейс интеграции с MES/ERP, обеспечивающий оперативную корректировку производственных планов.

Преимущества данной системы:

- снижение энергозатрат;
- повышение стабильности концентрации этанола на выходе;
- сокращение числа остановов и ремонтов;
- возможность дистанционного управления и анализа.

Для внедрения такой системы необходимо:

- провести модернизацию сенсорного оборудования (внедрение интеллектуальных датчиков), цифровизацию исполнительных механизмов (вентилей, насосов) и обеспечить высокоскоростную сеть передачи данных;
- наличие специалистов в области цифрового моделирования, промышленной автоматизации и ИИ.

По расчетам автора работы [10], затраты на внедрение ИИСУ окупаются в среднем за 1,5–2 года за счет снижения потерь, брака и энергопотребления.

3. Заключение

Недостаточная автоматизация в производстве этилового спирта приводит к снижению качества готовой продукции, увеличению удельных энергозатрат, нестабильности параметров технологического процесса и, как следствие, снижению общей эффективности и конкурентоспособности предприятия. На многих спиртовых заводах до сих пор используются устаревшие аналоговые датчики и дискретные системы управления, не обеспечивающие необходимую точность и скорость реакции на изменение условий. Современные достижения в области интеллектуальных систем управления, включая методы машинного обучения, цифровые двойники и предиктивное управление (MPC), позволяют эффективно справляться с такими проблемами, как высокая инерционность, нелинейность, стохастичность и многопараметричность процессов ректификации и ферментации. Внедрение предиктивных алгоритмов, цифровых двойников и нейросетевых регуляторов создает основу для устойчивого, самообучающегося и адаптивного управления производством. Будущее спиртовой отрасли за интегрированными, самонастраивающимися системами управления, способными не только эффективно управлять текущими процессами, но и прогнозировать их поведение на основе накопленных данных, выявлять скрытые зависимости и обеспечивать оперативную корректировку параметров в режиме реального времени.

Список использованных источников

1. Беляев, С. В. Автоматизация ректификационных процессов: состояние и перспективы / С. В. Беляев // Вестник химической промышленности. – 2021. – № 3. – С. 25 – 31.

2. Хуснутдинов, А. Г. Проблемы автоматизации спиртового производства / А. Г. Хуснутдинов, Р. Х. Мингалиев // Технологии пищевых производств. – 2019. – № 2. – С. 42 – 47.
3. Павлов, В. А. Ограничения ПИД-регулирования в химической промышленности / В. А. Павлов // Автоматизация в промышленности. – 2020. – № 6. – С. 30 – 34.
4. Ковалев, Д. Ю. Техническое перевооружение спиртовых производств / Д. Ю. Ковалев, А. В. Сеницын // Пищевая промышленность. – 2018. – № 10. – С. 15 – 20.
5. Camacho, E. F. Model Predictive Control / E. F. Camacho, C. Bordons. – Springer, 2007.
6. Advanced MPC Applications in Ethanol Production / Y. Zhao, et al. // Chemical Engineering Journal. – 2021. – V. 412, Article 128640.
7. Иванов, А. А. Повышение эффективности производства этанола за счет внедрения предиктивного управления на спиртовом заводе / А. А. Иванов, В. С. Петров // Автоматизация в промышленности. – 2021. – № 6. – С. 45 – 50.
8. Grieves M., Vickers J. Digital Twin: Mitigating Unpredictable, Undesirable Emergent Behavior in Complex Systems. NASA Systems Engineering Handbook, 2017.
9. Chen M., Yu L. Neural Network Based Control for Distillation Columns / M. Chen, L. Yu // Computers and Chemical Engineering. – 2019. – V. 125.
10. Петренко, И. В. Экономическая эффективность внедрения интеллектуальных САУ / И. В. Петренко // Инженерный журнал. – 2021. – № 2. – С. 55 – 60.

УДК 004.051

И. И. Куков

Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия

e-mail: ya.m3rc@yandex.ru

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРСОНАЛОМ

Аннотация. Цель работы – повысить эффективность управления персоналом на основе разработки проекта информационной системы с сервис-ориентированной архитектурой. Решены задачи: формализация процесса функционирования существующей системы управления персоналом, разработка аналитических и продукционных моделей системы управления персоналом, разработка объектно-ориентированной модели информационной системы, разработка алгоритмов взаимодействия автоматизированных рабочих мест с серверами баз данных.

Ключевые слова: модель, алгоритм, система управления персоналом, сервис-ориентированная архитектура.

1. Введение

Рассматривается процесс функционирования управляемой системы при наличии ограничений на параметры состояния и вектор управления. Состояние системы в каждый момент времени определяется вектором управления, принадлежащим допустимой области U :

$$u \in U. \quad (1)$$

На параметры состояния управляемой системы наложены ограничения

$$G_j[u] \leq 0, j = 1, \dots, J. \quad (2)$$

Целью функционирования системы является минимизация векторного критерия качества

$$R_k[u], k = 1, \dots, K. \quad (3)$$

Таким образом, для управляемой системы требуется определить вектор управления в соответствии с ограничениями (1) и (2):

$$u \in \tilde{U} = \{u \in U, G_j[u] \leq 0, j = 1, \dots, J\}, \quad (4)$$

минимизирующий векторный критерий (3).

В сформулированной задаче соотношения (2) и (3) задают отображение $v: \tilde{U} \rightarrow \Phi$, где Φ – область допустимых значений критериев, образуемая допустимыми значениями векторов $R_k[u]$ ($k = 1, \dots, K$) при управлениях, удовлетворяющих условиям (4). В дальнейшем используется множество индексов.

2. Алгоритм автоматизированного управления сложными системами по многим критериям

Решение многокритериальной задачи приводит к формированию множества неувлучшаемых по Парето (π -оптимальных) управлений u^* [1], принадлежащих множеству $\tilde{U}$. Множество Парето представляет собой совокупность управлений, определяемых из условия

$$\Pi = \left\{ u^* \in \tilde{U} \mid \exists u \in \tilde{U} : R_k[u] \leq R_k[u^*], \right. \\ \left. k \in K, u \neq u^* \right\} \quad (5)$$

Управления, входящие в множество Парето, являются несравнимыми по векторному критерию, вследствие чего возникает проблема выбора единственного управления из множества Парето. Единственность решения задачи (1) – (4) может быть обеспечена с помощью принципа гарантированного результата (минимакса) [2], согласно которому оптимальным считается управление u^0 из множества $\tilde{U}$, которое доставляет наилучшее значение наихудшему критерию качества:

$$u^0 = \arg \min_{u \in \tilde{U}} \max_{k \in K} R_k[u]. \quad (6)$$

В виде IDEF0-диаграммы алгоритм представлен на рис. 1 [11].

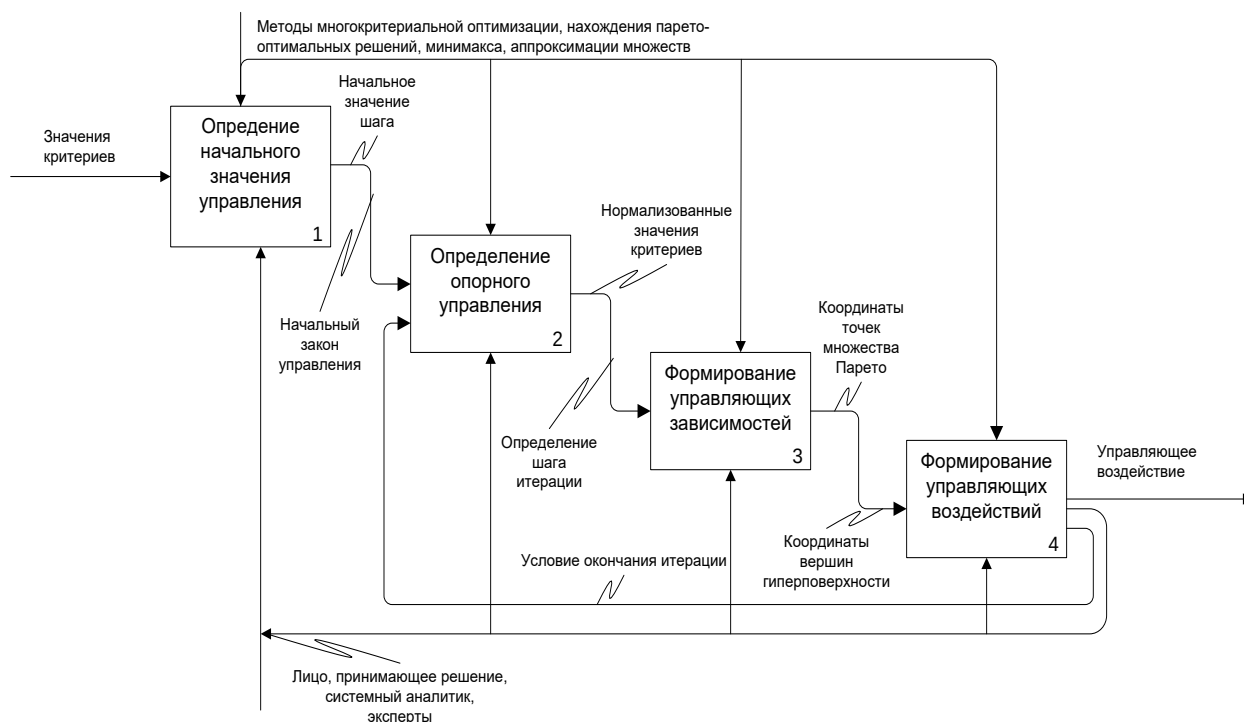


Рис. 1. IDEF0-диаграмма алгоритма решения многокритериальной задачи управления

Предложенный алгоритм позволяет определить минимаксно-оптимальное сочетание критериев ζ^0 за конечное число итераций, т.е. для заданной точности $\varepsilon > 0$ найдется такой номер I , что

$$|\xi^0 - \xi_i^C| \leq \varepsilon. \quad (7)$$

Решение многокритериальной задачи на основе предложенного алгоритма сводится к последовательности скалярных оптимизационных задач, рис. 2 [6]:



Рис. 2. Структура ИС для решения задачи многокритериальной оптимизации

3. Аналитическая модель знаний в организационной системе

Возникающие теоретические и практические задачи обуславливают необходимость построения исследования моделей ОС и знаний.

Из богатого разнообразия математических моделей, потенциально применяемых для ОС, центральное место принадлежит следующим классам:

- модели, описывающие динамику событий в ОС;
- модели сценариев действий и поведения акторов и агентов, а также развития ситуаций в ОС;
- модели обработки и управления потоками данных и знаний.

Фрагменты объектно-ориентированных диаграмм модели информационной системы управления персоналом приведены на рис. 3 – 5.

4. Заключение

В ходе проделанной работы была повышена эффективность управления персоналом на основе разработки проекта информационной системы с сервис-ориентированной архитектурой.

Решены задачи: формализация процесса функционирования существующей системы управления персоналом, разработка аналитических и продукционных моделей системы управления персоналом, разработка объектно-ориентированной модели информационной системы, разработка алгоритмов взаимодействия автоматизированных рабочих мест с серверами баз данных, разработка алгоритмов реализации процессов управления персоналом как ИТ-сервисов в корпоративной среде.

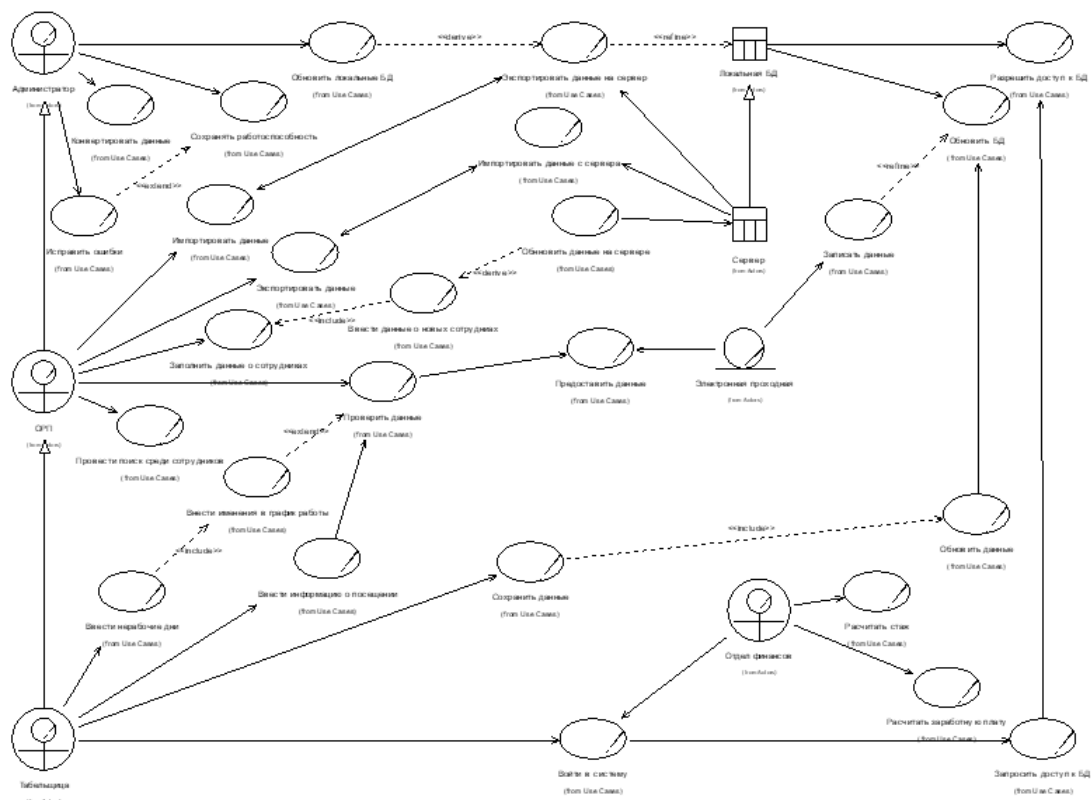


Рис. 3. Модель прецедентов

3. Киланд, Д. Системный анализ и целевое управление / Д. Киланд, В. Кинг. – М. : Сов. радио, 1979. – 279 с.
4. Острейковский, В. А. Теория систем / В. А. Острейковский. – М. : Выс. школа, 1997. – 130 с.
5. Новосельцев, В. И. Теоретические основы системного анализа / В. И. Новосельцев. – М. : Майор, 2006. – 233 с.
6. Емельянова, Н. З. Основы построения автоматизированных информационных систем : учеб. пособие / Н. З. Емельянова, Т. Л. Партыка, И. И. Попов. – М. : Форум: ИНФРА-М, 2005. – 416 с.
7. Городецкий, А. Я. Информационные системы. Вероятностные модели и статистические решения : учеб. пособие / А. Я. Городецкий. – СПб. : Изд-во СПбГПУ, 2003. – 326 с.
8. Федотов, А. В. Компьютерное управление в производственных системах: учеб. пособие для вузов / А. В. Федотов, В. Г. Хомченко. – 2-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2021. – 620 с.
9. Одинцова, М. А. Информационные системы управления ресурсами предприятия : учеб. пособие / М. А. Одинцова. – М. : РТУ МИРЭА, 2022. – 187 с.
10. Погонин, В. А. Автоматизация технологических процессов и производств: учебное пособие / В. А. Погонин, В. Н. Назаров, А. А. Третьяков. – Тамбов : Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2018. – 228 с.
11. Караваев, А. П. Модели и методы управления составом активных систем / А. П. Караваев. – М. : ИПУ РАН, 2003. – 151 с.
12. Виноградов, Г. П. Согласование представлений агентов в интеллектуальной многоагентной системе / Г. П. Виноградов, В. Н. Кузнецов, Н. А. Семенов // Труды Конгресса по интеллектуальным системам и информационным технологиям «AIS – IT'09». – М. : Физматлит, 2009 – С. 135 – 141.
13. Виноградов, Г. П. Моделирование поведения агента с учетом субъективных представлений о ситуации выбора / Г. П. Виноградов, В. Н. Кузнецов // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2011. – № 3. – С. 58 – 72.
14. Виноградов, Г. П. Модель согласования представлений агентов в интеллектуальной системе / Г. П. Виноградов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 12. – С. 109 – 114.
15. Кокоулин, А. Н. Информационное обеспечение управляющих систем реального времени : учеб. пособие / А. Н. Кокоулин. – Пермь : ПНИПУ, 2015. – 261 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ АВТОРОВ И ЖУРНАЛОВ ПО ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ: НАУКОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ ДВУДОЛЬНЫХ ГРАФОВ

Аннотация. В работе рассмотрены методы сетевого анализа для исследования публикационной активности в научных сообществах по теории управления. Основное внимание уделено построению графовых моделей автор-журнал, а также применению метрик центральности для выявления ключевых изданий. Показано, что использование методов социально-сетевого анализа (SNA) и машинного обучения позволяет прогнозировать динамику научных интересов и оптимизировать выбор журналов для публикаций. Результаты анализа данных из базы ИСАНД демонстрируют лидирующие позиции журнала «Проблемы управления» по всем рассмотренным метрикам.

Ключевые слова: теория управления, сетевой анализ, научные публикации, графовые модели, машинное обучение.

1. Введение

Современные научные исследования характеризуются высокой степенью коллаборации, что делает актуальным изучение сетевых взаимодействий между авторами и изданиями. В области теории управления анализ таких взаимодействий позволяет выявить ключевые тенденции, прогнозировать развитие научных направлений и оптимизировать стратегии публикационной активности в этой области, что составляет основную научную новизну исследования.

Основной целью данной работы является разработка моделей и методов для анализа сетевых структур в научных сообществах теории управления. В качестве инструментов используются социально-сетевой анализ (SNA) и методы машинного обучения, позволяющие выявлять паттерны коллабораций и оценивать влияние журналов.

2. Методология исследования

В основе исследования лежит концепция представления научного сообщества как сложной сети, где узлами выступают авторы и журналы, а связи отражают публикационную активность [1, 2]. Для построения такой сети были использованы данные из базы ИСАНД (Информационная система анализа научной деятельности) [3] за период с 2005 года, включающие публикации пяти ведущих журналов по теории управления: «Проблемы управления», «Автоматика и телемеханика», «Управление большими системами», «Автоматизация в промышленности» и «Датчики и системы».

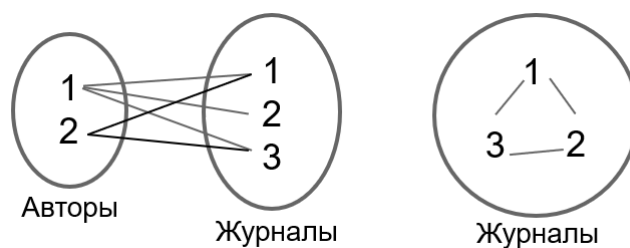


Рис. 1. Двудольный граф, отражающий связи между авторами и журналами

Первым этапом стало создание двудольного графа (рис. 1), соединяющего авторов с журналами [4, 5]. Наличие связи определялось фактом публикации автора в конкретном издании. Затем этот граф был преобразован в однородную взвешенную сеть журналов (рис. 2), где радиус вершин пропорционален значению PageRank (2), а сила связи между изданиями вычислялась на основе коэффициента Жаккара (1), учитывающего пересечение их авторских коллективов:

$$w(J_i, J_j) = \frac{|A(J_i) \cap A(J_j)|}{|A(J_i) \cup A(J_j)|}, \quad (1)$$

где J_i – i -й журнал; $A(J_i)$ – множество авторов, опубликовавших в i -м журнале; $w(J_i, J_j)$ – вес связи.

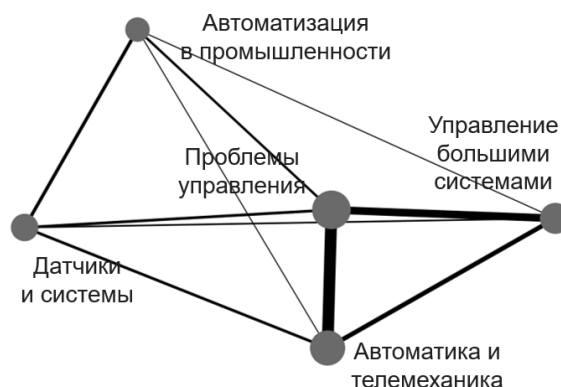


Рис. 2. Сеть журналов

Для оценки значимости журналов применялись три метрики центральности:

1. Степень центральности, отражающая количество связей издания i :

$$WD(i) = \sum_j w(J_i, J_j).$$

2. PageRank, учитывающий не только количество, но и «вес» входящих связей:

$$PR = \alpha \cdot M \cdot PR + \frac{(1 - \alpha)}{N}, \quad (2)$$

где PR – вектор значений PageRank для всех журналов; M – стохастическая матрица переходов графа, где элемент $M_{ij} = \frac{1}{w(J_i, J_j)}$, если есть связь между жур-

налами, иначе 0; α ($0 < \alpha < 1$) – коэффициент затухания, учитывающий вероятность перехода; N – общее число узлов.

3. Близость, характеризующая среднюю удаленность узла от других узлов сети:

$$C(i) = \frac{N - 1}{\sum_{j \neq i} d(j, i)},$$

где $d(j, i)$ – длина кратчайшего пути от узла j до узла i .

3. Основные результаты

Проведенный анализ позволил выявить четкую иерархию среди рассматриваемых журналов. Издание «Проблемы управления» продемонстрировало устойчивое лидерство по всем трем метрикам центральности (табл. 1).

1. Представление нормированных значений центральностей

	Степень центральности	PageRank	Близость
Автоматика и телемеханика	0,73	0,71	0,67
Проблемы управления	1,00	1,00	1,00
Управление большими системами: сборник трудов	0,43	0,40	0,35
Датчики и системы	0,16	0,17	0,21
Автоматизация в промышленности	0,00	0,00	0,00

Интересные результаты дало сравнение структуры связей между журналами. Наибольшая сила связи наблюдалась между «Проблемами управления» и «Автоматикой и телемеханикой» (см. рис. 2), что свидетельствует о значительном пересечении их авторских коллективов. При этом журнал «Автоматизация в промышленности» оказался наиболее периферийным в рассматриваемой сети.

Визуализация полученной сети позволила наглядно представить структуру научного сообщества. Центральное положение журналов «Проблемы управления», «Управление большими системами: сборник трудов» и «Автоматика и телемеханика» подтверждается большим размером соответствующих узлов и многочисленными связями с другими изданиями.

Дополнительно был проведен анализ сети по годам (рис. 3), который необходим для выявления долгосрочных тенденций и годовых колебаний во влиянии научных журналов.

Анализ сетевых показателей журналов выявил устойчивую иерархию их научного влияния. Исследование динамики с 2005 по 2024 год показало, что журнал «Проблемы управления» сохраняет лидирующие позиции, достигая

максимального значения PageRank (0.39) в 2013 году. «Автоматика и телемеханика» демонстрирует стабильно высокие результаты, в то время как «Автоматизация в промышленности» имеет наименьшие показатели влияния.

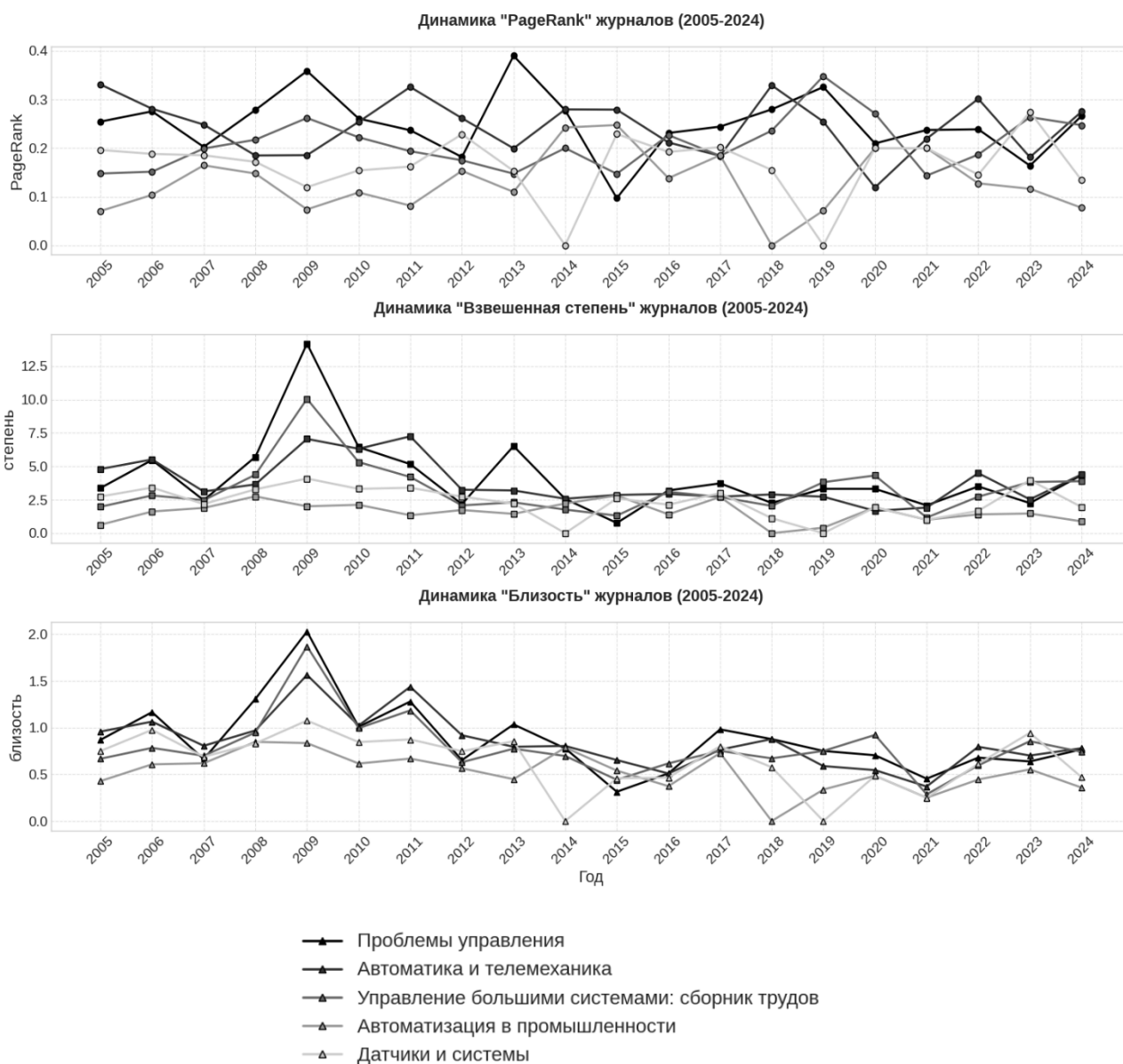


Рис. 3. Динамика абсолютных значений метрик с 2005 по 2024 год

Особый интерес представляют выявленные аномалии в данных. Резкий рост показателей «Автоматизации в промышленности» в 2015 году и нулевые значения метрик для «Датчиков и систем» в 2014 и 2019 годах свидетельствуют о кризисных периодах в развитии отдельных научных направлений. Обнаруженные методические артефакты, включая идентичные значения PageRank для трех журналов в 2020 году, требуют дополнительной проверки данных.

Полученные результаты имеют практическое значение для редакционной политики, выбора изданий для публикаций и оценки эффективности научных стратегий, подчеркивая необходимость постоянного мониторинга сетевых метрик как инструмента управления научными коммуникациями.

Список использованных источников

1. Новиков, Д. А. Сетевые модели и задачи управления / Д. А. Новиков. – М. : ИПУ РАН, 2013.
2. Newman, M. E. J. The structure of scientific collaboration networks / M. E. J. Newman // PNAS. – 2001.
3. Информационная система анализа научной деятельности [Электронный ресурс]. – URL : <https://www.ipu.ru/node/78317> (дата обращения: 20.11.24).
4. Мальцева, С. В. Анализ научных коммуникаций: методы сетевого моделирования / С. В. Мальцева, В. В. Аксенов. – СПб. : Лань, 2020.
5. Co-authorship networks in the digital library research community / X. Liu, J. Bollen, M. L. Nelson, H. Van de Sompel // Information Processing & Management. – 2005.

УДК 621.391

С. О. Никаноров

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: nikanorov.stas4@gmail.com,

Н. Г. Павлова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы,
Москва, Россия,
Московский физико-технический институт
(Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия
e-mail: natasharussia@mail.com

ЗАМКНУТОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО МНОЖЕСТВА В МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА С УПРАВЛЕНИЕМ

Аннотация. Рассматривается открытая динамическая модель Леонтьева с непрерывным временем. В исследуемой модели присутствует управление, которым служит функция непродовственного потребления. Получены необходимые условия замкнутости технологического множества для случая n -секторной системы. Замкнутость является условием корректности модели, а именно гарантирует возможность применения «крайних» режимов производства.

Ключевые слова: линейная динамическая система, модель Леонтьева, технологическое множество, замкнутость.

1. Введение

При исследовании модели Леонтьева ключевое место занимает вопрос замкнутости технологического множества, так как замкнутость является одним из фундаментальных свойств технологического множества и показывает кор-

ректность модели. В работе [1] приведена некоторая важная информация о модели Леонтьева, а также экономическое описание:

«Модель Леонтьева (см. [2]) – математическая модель производственных процессов (модель «затраты–выпуск»), характеризующая связи между выпусками и затратами отраслей, обеспечивающими эти выпуски. Леонтьев В. В. разрабатывал эту модель с 1923 года, став одним из основоположников теории межотраслевого баланса. Модель Леонтьева включена в национальный учет во многих развитых странах и может использоваться для расчета важных показателей, таких как национальный ВВП. Основное применение анализа «затраты–выпуск» заключается в измерении экономических последствий событий, а также государственных инвестиций. Модели межотраслевого баланса, в частности модель Леонтьева, представляют собой таблицу, отражающую связь между объемами затрат на производство продукции в одной отрасли, и затратами, необходимыми для обеспечения этого производства в других отраслях. Расширенная модель Леонтьева представляет собой систему линейных уравнений. Элементами матриц этой системы являются объемы ресурсов, необходимые для производства условной единицы товара. В экономической системе производятся, реализуются, потребляются и инвестируются n типов ресурсов. При этом каждая отрасль производит только один уникальный тип продукта, т.е. различные отрасли производят различные типы ресурсов. Замкнутость технологического множества позволяет понять, корректно ли смоделирован производственный процесс.»

В настоящей работе представлены результаты исследования замкнутости технологического множества в случае, когда матрица прироста основных производственных фондов не является диагональной.

2. Динамическая модель В. В. Леонтьева с непрерывным временем

Постановка задачи. Опишем модель Леонтьева, как это было сделано в работе [1]:

В экономической системе производятся, реализуются, потребляются и инвестируются $n \in \mathbb{N}$ типов ресурсов (товаров). При этом каждая отрасль производит только один уникальный тип продукта, т.е. различные отрасли производят различные типы ресурсов. Под производственным процессом в каждой отрасли подразумевается преобразование некоторых типов ресурсов, взятых в определенных количествах, в некоторое количество ресурса одного соответствующего типа. При этом соотношение затрачиваемых ресурсов и выпускаемого продукта предполагается постоянным.

Открытая динамическая модель Леонтьева межотраслевых балансовых соотношений описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax + B\dot{x} + u(t) \in [0, T], \quad (1)$$

с начальным условием

$$x(0) = 0, \quad (2)$$

где $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t)) \in \mathbb{R}^n, \forall t \in [0, T]$ – вектор валовых выпусков отраслей; $A = (a_{ij}), a_{ij} \in \mathbb{R}_+^n; i, j = \overline{1, n}$ – матрица прямых затрат размерности $n \times n$; $B = (b_{ij}), b_{ij} \in \mathbb{R}_+^n, i, j = \overline{1, n}$ – матрица прироста основных производственных фондов, той же размерности, что и A ; $\dot{x}(t) = (\dot{x}_1(t), \dots, \dot{x}_n(t)) \in \mathbb{R}^n, \forall t \in [0, T]$ – прирост выпуска отраслей; $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t)) \in \mathbb{R}_+^n, \forall t \in [0, T]$ – функция непроизводственного потребления.

Матрица A является продуктивной. Условие продуктивности матрицы A (см., например, [11]) заключается в том, что все элементы матрицы неотрицательные и для любого вектора $v \in \mathbb{R}_+^n$ найдется такой вектор $w \in \mathbb{R}_+^n$, что $Aw + v = w$.

Всякую существенно ограниченную функцию u будем называть допустимой функцией непроизводственного потребления или допустимым управлением, для которой $u(t) \in \mathbb{R}_+^n$ для п.в. t .

Технологическим множеством в момент времени T называется множество

$$P_T = \{(-Ay, y): y \in D_T\}.$$

Здесь D_T – множество достижимости, $D_T = \{y \in \mathbb{R}^n: \exists u(\cdot), y = x(T), \text{ где } x \text{ – решение задачи (1), (2), соответствующее } u(\cdot)\}$ – множество достижимости в момент времени T . Если интерпретировать D_T с экономической точки зрения, то это множество всех возможных векторов валовых выпусков, которые можно получить на временном промежутке $[0, T]$ при всех возможных допустимых функциях непроизводственного потребления. Технологическое множество формализует множество всех технологически допустимых векторов «выпусков-затрат» продукции. Одним из свойств технологического множества является достижимость предельных производственных планов, другими словами, замкнутость.

Таким образом, если в исследуемой модели технологическое множество не является замкнутым, то такая модель не является корректной и не может описывать процессы, происходящие в реальной экономике. Исходя из этого, одним из важных этапов исследования модели Леонтьева является получение условий замкнутости технологического множества.

3. Основной результат

Рассмотрим модель межотраслевого баланса, в которой доходы одной отрасли инвестируются также в другую отрасль

$$x = \hat{A}x + \hat{B}\dot{x} + u, t \in [0, T] \quad (3)$$

с начальным условием

$$x(0) = 0. \quad (4)$$

Определим понятие открытости так же, как в работе [1].

Под открытостью динамической модели будем понимать существование в экономической системе потребления товаров и услуг, которые не связаны с процессом производства. Другими словами, в модели существует вектор конечного потребления.

Здесь $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ – вектор валовых выпусков отраслей, $\hat{A}$ – матрица прямых затрат размерности $n \times n$, $\hat{B}$ – матрица прироста основных производственных фондов, той же размерности, $\dot{x}$ – прирост выпуска отраслей, $u = (u_1, \dots, u_n)^T \in \mathbb{R}^n$ – вектор управления.

Определим элементы модели. Матрица $\hat{B} = (\hat{b}_{ij})$, $\hat{b}_{ij} \in \mathbb{R}_+^n$, $i, j = \overline{1, n}$, предполагается невырожденной. Соответственно, если обратить внимание на систему, описывающую модель Леонтьева, а именно на слагаемое $\hat{B}\dot{x}$, становится видно, что прирост выпуска отраслей экономики пропорционален величине капитала, вложенного в производство.

Воспользуемся теоремой из работы [3].

Определим матрицы $B_i = \tilde{A}^{\{i-1\}} \tilde{B}$, $i = \overline{1, n}$.

Соответственно, для того чтобы $D_T \setminus \{0\}$ являлось замкнутым, необходимо, чтобы

$$\text{rang}\{B_1 v_i, B_2 v_i, \dots, B_n v_i\} < n, i = \overline{1, n}.$$

Сформулируем основной результат.

Теорема. Пусть технологическое множество P_T в момент времени T в динамической модели Леонтьева (3), (4) замкнуто. Тогда $\exists i = \overline{1, n}$:

$$\det\{\bar{B}^{-1} g_i, \bar{B}^{-1}(E - \bar{A})g_i, \dots, \bar{B}^{-1}(E - \bar{A})^{n-1} \bar{B}^{-1} g_i\} = 0,$$

где $\bar{B} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$; $g_1, \dots, g_n$ – собственные векторы, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – соответствующие собственные значения матрицы B ; $A = S\bar{A}S^{-1}$, S – матрица перехода к базису векторов $g_1, \dots, g_n$.

4. Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о корректности модели, построенной на основе производственной системы. Основная сложность при подобных исследованиях возникает в ситуации, когда существует использование ресурсов одной отрасли другой, т.е. матрица прироста основных производственных фондов не является диагональной. Представленный подход может быть применен к исследованию других производственных моделей типа «затраты–выпуск», в частности к исследованию модели Леонтьева–Форда.

Список использованных источников

1. Никаноров, С. О. Динамическая модель Леонтьева с непрерывным временем как управляемая система / С. О. Никаноров, Н. Г. Павлова // Управление развитием крупномасштабных систем : тр. 16 Междунар. конф. (MLSD'2023, Москва). – М. : ИПУ РАН, 2023. – С. 299 – 305 (РИНЦ). – URL : <https://www.ipu.ru/node/76335>

2. Леонтьев, В. Спад и подъем советской экономической науки / В. Леонтьев // Экономические эссе: Теории, исследования, факты и политика. – М. : Политиздат, 1990. – С. 218.

3. Арутюнов, А. В. О топологических свойствах множества достижимости линейных систем / А. В. Арутюнов, Н. Г. Павлова // Дифференц. Уравнения. – 2004. – Т. 40, № 11. – С. 1564 – 1566.

УДК 519.1

А. С. Рей

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: a.rey@ipu.ru

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИХОТОМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СВЕРТКИ КОМПОНЕНТОВ РИСКА В МЕХАНИЗМЕ КОМПЛЕКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ РИСКА ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВИАЦИОННОГО ПРОИСШЕСТВИЯ

Аннотация. Потенциально механизм комплексного оценивания, благодаря правилам построения, позволяет учитывать наличие в системе множества зависимых рисков и их компонентов. Тем не менее, в классическом варианте метод не предполагает формальной идентификации бинарного дерева. В данной работе предложен алгоритм, гарантирующий логическую обоснованность построения дихотомической структуры свертки компонентов риска, построенный на экспертно заданной его декомпозиции.

Ключевые слова: оценка риска, дихотомическая свертка, идентификация бинарной структуры, механизм комплексного оценивания, экспертно заданная декомпозиция риска, риск возникновения авиационного происшествия.

1. Введение

Сложные организационные системы характеризуются большим числом рисков и их взаимосвязанных и взаимозависимых компонентов. В случае, если перед нами стоит задача получить общий (интегральный) риск системы, то для корректной оценки следует учитывать эту взаимосвязь. Тем не менее, применяемые на практике модели и методы управления рисками сложных организационных систем предполагают работу с рисками по отдельности, т.е. без учета их взаимного влияния [1, 2]. Ряд исследователей прибегают к суммированию отдельных (локальных) рисков [3, 4], игнорируя корреляции между рисками и их компонентами, что может вызвать завышение или занижение оценки интегрального риска.

Учесть взаимосвязь компонентов риска при его оценке потенциально позволяет механизм комплексного оценивания (МКО) [5]. Однако сам по себе классический экспертный МКО не предлагает способа формальной идентифи-

кации бинарного дерева – как следствие, обоснованность его построения остается под вопросом. По этой причине существуют работы, описывающие способы формальной идентификации дерева комплексного оценивания – например, метод бинарной композиции [6] или метод последовательной дихотомии [7]. Отметим, что в первом случае от эксперта требуется обоснованно проранжировать критерии, что может вызывать затруднения в случае, если они не рядоположены. Во втором же случае эксперту необходимо декомпозировать формулировку итоговой оценки на две взаимодополняющие друг друга формулировки, пока не появятся объективно измеримые критерии. Проблема заключается в том, что исходной формулировки может быть больше одной. Поэтому вернее сказать, что эти методы могут помочь при построении дерева КО, но обоснованность построения не гарантируют, так же, как и не учитывают специфики оцениваемой системы.

В связи с этим возникает необходимость в модификации МКО для обоснованного определения структуры бинарного дерева свертки (или, шире, дихотомической структуры), позволяющей корректно учитывать структуру интегрального риска сложной системы. В данной работе предлагается алгоритм идентификации дихотомического графа свертки компонентов риска сложной организационной системы на основе экспертно заданной его иерархической декомпозиции, позволяющий формализовать процесс его построения.

Для демонстрации работы алгоритма была рассмотрена одна из наиболее опасных угроз при деятельности авиакомпании – риск столкновения исправного воздушного судна с землей как наиболее критичное авиационное событие. В результате анализа документации, относящейся к обеспечению безопасности авиаперевозок, была составлена декомпозиция данного риска в виде концептуальной когнитивной карты [8].

2. Этапы идентификации дихотомического графа свертки компонентов риска на примере авиакомпании

Предположим, что у нас задана сложная организационная система, в которой интегральный риск представлен в виде иерархической декомпозиции, изображенной в виде ориентированного графа $G = (V, E)$ ярусно-параллельного типа. Оценка риска на каждом ярусе декомпозиции получается путем агрегирования соответствующих оценок последующего яруса. Однако если компонент риска может быть разложен на три и более подкомпонента, то возникает проблема определения порядка их промежуточного агрегирования. Формально задача может быть представлена как поиск отображения:

$$\mathfrak{F}: G(V, E) \rightarrow G'(V', E'), V \subseteq V', \quad (1)$$

где любая из вершин $v \in V'$ имеет степень исхода либо 2, либо 0. В связи с тем, что в данной работе не вводится обязательного требования о единичной степе-

ни захода для всех вершин, можно говорить о некой модификации классического МКО, где отображение $G'(V', E')$ обязательно должно представлять собой одно бинарное дерево.

Для решения данной проблемы был разработан семиэтапный алгоритм идентификации дихотомического графа свертки компонентов риска сложных организационных систем. Для иллюстрации его работы рассмотрена авиакомпания. В качестве интегрального риска возьмем риск возникновения авиационного происшествия, а именно риск столкновения исправного воздушного судна с землей.

На основании руководства по управлению безопасностью полетов [9], базы по расследованиям Межгосударственного авиационного комитета [10], авиационных правил [11], риск столкновения исправного воздушного судна с землей был представлен в виде причинно-следственной декомпозиции. Непосредственные причины возникновения рассматриваемого авиационного происшествия, вытекающие из вышеперечисленных документов, представлены в табл. 1. В нашем примере декомпозиции будут представлены в виде вершин, расположенных на первом ярусе и требующих непосредственного оценивания.

1. Перечень вершин первого яруса (непосредственные причины)

L_1	Значение
l_1^1	Неверные действия пилота
l_1^2	Несоответствие условий для взлета или посадки
l_1^3	Потеря управления воздушным судном

Для работы алгоритма требуется более детальная декомпозиция риска для создания так называемого «фиктивного» дополнительного яруса. В нашем случае причины можно декомпонировать на предпосылки к возникновению причин. Представленные в виде вершин, они будут располагаться на 2-м ярусе (табл. 2).

2. Перечень вершин второго яруса (предпосылки)

L_2	Значение
l_2^1	Скрытие ошибок
l_2^2	Ошибки пилота
l_2^3	Прогнозируемый погодный фактор
l_2^4	Случайный погодный фактор
l_2^5	Турбулентность и сильные порывы ветра
l_2^6	Неисправность оборудования

Опишем сам алгоритм идентификации дихотомического графа свертки компонентов риска. Пусть $n \in \mathbb{N}$ – число ярусов ориентированного графа иерархической декомпозиции интегрального риска защищаемой системы. Обозначим подмножество вершин i -го яруса декомпозиции $L_i \subset V, 1 \leq i \leq n$.

На первом этапе зададим $i, i = n + 1$, где i – число ярусов иерархической декомпозиции риска возникновения авиационного происшествия с учетом нулевого яруса l_0 (интегрального риска) (рис. 1).

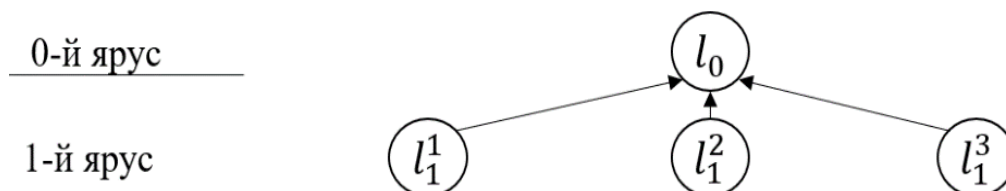


Рис. 1. Декомпозиция риска возникновения авиационного происшествия

На втором этапе дополним иерархическую декомпозицию так называемым «фиктивным» ярусом L_i (в нашем примере дополним декомпозицию L_2) (рис. 2). Для этого требуется произвести более детальную декомпозицию риска. Вершины «фиктивного» яруса будут исходящими для вершин оцениваемого яруса. Непосредственной оценке данные ярусы подвергаться не будут.

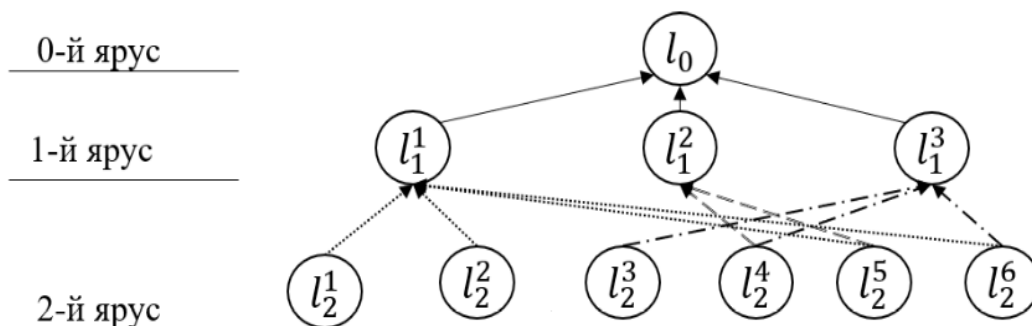


Рис. 2. Декомпозиция риска возникновения авиационного происшествия с «фиктивным» ярусом

На третьем этапе для каждой пары соседних ярусов $(i - 1), i$ построим бинарные матрицы B_i (табл. 3) и D_i (табл. 4) размерностью $|2^i| \times |2^{i-1}|$. В клетках матриц, соответствующих смежным вершинам (подмножествам вершин), ставим 1, в остальных – 0.

Определение 1. Будем говорить, что подмножества в матрице B_i являются сильно смежными, если $M, N, M \subseteq L_{i-1}, N \subseteq L_i$, что $\forall m \in M \forall n \in N: (m, n) \in E$.

Определение 2. Будем считать, что подмножества в матрице D_i являются слабо смежными, если $\forall m \in M \exists n \in N: (m, n) \in E$, где E – множество ребер задающего иерархию риска графа $G(V, E)$.

3. Матрица B_1 , сильно смежные подмножества

	l_1^1	l_1^2	l_1^3	l_1^1, l_1^2	l_1^1, l_1^3	l_1^2, l_1^3
l_2^1	1	0	0	0	0	0
l_2^2	1	0	0	0	0	0
l_2^3	0	0	1	0	0	0
l_2^4	0	1	1	0	0	1
l_2^5	1	1	0	1	0	0
l_2^6	1	0	1	0	1	0
l_2^1, l_2^2	1	0	0	0	0	0
l_2^1, l_2^3	0	0	0	0	0	0
l_2^1, l_2^5	1	0	0	0	0	0
l_2^1, l_2^6	1	0	0	0	0	0
l_2^2, l_2^5	1	0	0	0	0	0
l_2^2, l_2^6	1	0	0	0	0	0
l_2^3, l_2^4	0	0	1	0	0	0
l_2^3, l_2^6	0	0	1	0	0	0
l_2^4, l_2^5	0	1	0	0	0	0
l_2^4, l_2^6	0	0	1	0	0	0
l_2^5, l_2^6	1	0	0	0	0	0
l_2^1, l_2^2, l_2^5	1	0	0	0	0	0
l_2^1, l_2^2, l_2^6	1	0	0	0	0	0
l_2^1, l_2^5, l_2^6	1	0	0	0	0	0
l_2^2, l_2^5, l_2^6	1	0	0	0	0	0
l_2^3, l_2^4, l_2^6	0	0	1	0	0	0
$l_2^1, l_2^2, l_2^5, l_2^6$	1	0	0	0	0	0

На четвертом этапе необходимо рассчитать для матриц B_i, D_i вектор-суммы $\vec{S}(B_i) = (b_i^1, \dots, b_i^{i-1})$, $\vec{S}(D_i) = (d_i^1, \dots, d_i^{i-1})$, где b_i^j, d_i^j – суммы j -го столбца матриц B_i и D_i соответственно (табл. 5).

Последующий этап заключается в расчете показателей зависимости $\vec{Y}_{i-1} = \frac{\vec{S}(B_i)}{\vec{S}(D_i)}$ для подмножеств элементов соседних ярусов L_{i-1}, L_i (табл. 6).

На шестом этапе для каждой тройки соседних ярусов $(i-2), (i-1), i$ построим иерархическую бинарную структуру с корнями – элементами L_{i-2} по следующему принципу: на текущем шаге агрегируются те пары подмножеств $M^1, M^2: M^1, M^2 \subset L_{i-1}, M^1 \cap M^2 = \emptyset$ вершин одного яруса, соответствующие значения показателя зависимости $\vec{Y}_{i-1}^1, \vec{Y}_{i-1}^2$ которых является максимальным среди всех пар допустимых к агрегации на текущем шаге подмножеств.

4. Матрица D_1 , слабо смежные подмножества

	l_1^1	l_1^2	l_1^3	l_1^1, l_1^2	l_1^1, l_1^3	l_1^2, l_1^3	l_1^1, l_1^2, l_1^3
l_2^1	1	0	0	1	1	0	1
l_2^2	1	0	0	1	1	0	1
l_2^3	0	0	1	0	1	1	1
l_2^4	0	1	1	1	1	1	1
l_2^5	1	1	0	1	1	1	1
l_2^6	1	0	1	1	1	1	1
l_2^1, l_2^2	1	0	0	1	1	0	1
l_2^1, l_2^5	1	0	0	1	1	0	1
l_2^1, l_2^6	1	0	0	1	1	0	1
l_2^2, l_2^5	1	0	0	1	1	0	1
l_2^2, l_2^6	1	0	0	1	1	0	1
l_2^3, l_2^4	0	0	1	0	1	1	1
l_2^3, l_2^6	0	0	1	0	1	1	1
l_2^4, l_2^5	0	1	0	1	0	1	1
l_2^4, l_2^6	0	0	1	0	1	1	1
l_2^5, l_2^6	1	0	0	1	1	0	1
l_2^1, l_2^2, l_2^5	1	0	0	1	1	0	1
l_2^1, l_2^2, l_2^6	1	0	0	1	1	0	1
l_2^1, l_2^5, l_2^6	1	0	0	1	1	0	1
l_2^2, l_2^5, l_2^6	1	0	0	1	1	0	1
l_2^3, l_2^4, l_2^6	0	0	1	0	1	1	1
$l_2^1, l_2^2, l_2^5, l_2^6$	1	0	0	1	1	0	1

5. Значения $\vec{S}(B_2)$ и $\vec{S}(D_2)$

	l_1^1, l_1^2	l_1^1, l_1^3	l_1^2, l_1^3	l_1^1, l_1^2, l_1^3
$\vec{S}(B_2)$	1	1	1	0
$\vec{S}(D_2)$	17	21	9	22

6. Значения показателей зависимости 1-го и 2-го ярусов, округление до 3-го знака после запятой

	l_1^1, l_1^2	l_1^1, l_1^3	l_1^2, l_1^3	l_1^1, l_1^2, l_1^3
$\vec{S}(B_2)$	1	1	1	0
$\vec{S}(D_2)$	17	21	9	22
$\vec{Y}_1$	0,058	0,047	0,111	0

Как видно из результатов табл. 4, максимальным значением показателя зависимости среди подмножеств вершин является показатель зависимости подмножеств l_1^1, l_1^2 , где $\bar{Y}_1 = 0,058$. Следовательно, на первом подшаге сворачиваем вершины l_1^1 и l_1^2 , а на втором подшаге добавляем к результату их свертки V_1^{12} вершину l_1^3 . Таким образом, мы получаем бинарную свертку, которая отражает комплексную оценку иерархической декомпозиции общего риска авиационного происшествия (рис. 3).

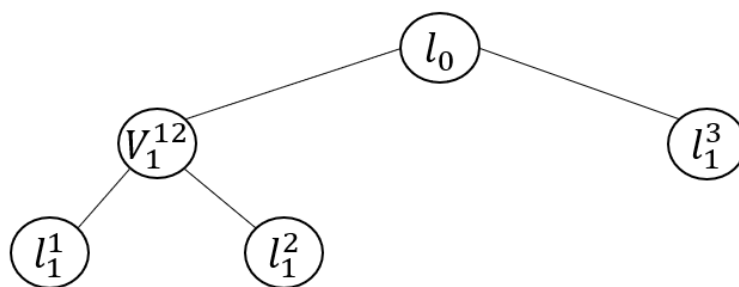


Рис. 3. Бинарная свертка комплексной оценки риска авиационного происшествия

В случае, если $i > 1$, то следует задать $i = i - 1$ и перейти к этапу 3. Это позволяет обеспечить «преемственность» алгоритма так, чтобы каждой вершине каждого яруса иерархической декомпозиции интегрального риска соответствовала иерархия комплексной оценки, включающая в себя только смежные вершины следующего яруса или их подмножества. В противном случае алгоритм

тм завершен.

3. Заключение

Представленный алгоритм позволяет учитывать специфику рассматриваемого параметра сложной организационной системы, а именно, наличие в системе множества взаимосвязанных рисков и их компонентов. Предложенная модификация механизма комплексного оценивания позволяет обоснованно выбирать пары компонентов риска для агрегации, что позволяет формализовать переход от иерархической декомпозиции риска к его бинарной композиции. Алгоритм идентификации дихотомического графа свертки компонентов риска состоит из семи этапов, входными данными являются элементы уровней иерархической структуры риска. Такой подход является формальным и основывается на соотношении числа общих субкомпонентов рассматриваемой пары. В перспективе планируется расширить алгоритм для учета весовых значений рисков и их компонентов.

Список использованных источников

1. Бурков, В. Н. Управление рисками на основе качественных оценок / В. Н. Бурков, И. В. Буркова, Д. Ю. Адамец // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем : тр. 13 Всерос. школы-симпозиума, с междунар. участием. – Симферополь, 2019. – С. 62 – 65.
2. Горина, М. С. Оценка рисков и угроз экономической безопасности предприятия / М. С. Горина // Естественно-гуманитарные исследования. – 2024. – № 3(5). – С. 113 – 119.
3. Глухов, В. В. Модель комплексной оценки рисков проекта по созданию промышленных парков / В. В. Глухов, В. Н. Войтюк // π-Economy. – 2023. – Т. 16, № 1. – С. 114 – 127.
4. Multi-disaster integrated risk assessment in city range-a case study of jinan, China / J. Chang, et al. // International journal of environmental research and public health. – 2023. – V. 20, No. 4. – 3484 p.
5. Модели управления конфликтами и рисками / С. А. Баркалов, Д. А. Новиков, В. И. Новосельцев и др. – Воронеж : Научная книга, 2008. – 495 с.
6. Блачев, Р. Н. Особенности процедуры бинарной агрегации многокритериальных экспертных оценок / Р. Н. Блачев // Автоматика и телемеханика. – 1997. – № 5. – С. 126 – 132.
7. Комплексное оценивание и планирование развития региона / А. Б. Левинталь, В. Ф. Ефременко, В. Б. Гусев и др. – М. : Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2006. – 52 с.
8. Коврига, С. В. О методе верификации когнитивных карт, основанном на частных критериях достоверности / С. В. Коврига, Т. А. Телицына // Тр. XII Всерос. совещания по проблемам управления. – М., 2014. – С. – 4132 – 4143.
9. Руководство по управлению безопасностью полетов (документ 9859) [Электронный ресурс] : руководство. – 4-е изд. – Международная организация гражданской авиации (ИКАО), 2018. – URL : www.icao.int
10. База по расследованиям Межгосударственного авиационного комитета [Электронный ресурс]. – Межгосударственный авиационный комитет, 2025. – URL : <https://mak-iac.org/rassledovaniya/>
11. Об утверждении Федеральных авиационных правил «Подготовка и выполнение полетов в гражданской авиации Российской Федерации» [Электронный ресурс] : приказ Минтранса России от 31.07.2009 № 128 // Бюллетень нормативных актов федеральных органов исполнительной власти от 1 декабря 2008. – 2008. – № 48. – URL : <https://base.garant.ru/194352/>

МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАНДИДАТОВ НА ТРУДОУСТРОЙСТВО ПО СПЕЦИАЛЬНОСТЯМ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Аннотация. В статье ставится проблема выбора профессии на этапе самоопределения. В связи с этим возникает необходимость построения информационной системы, позволяющей оказывать помощь на этапе самоопределения. Поставлена задача построения индивидуальной траектории обучения, необходимой для повышения компетенций кандидата под требования работодателя. Для эффективного функционирования информационной системы была составлена математическая модель, охватывающая как интересы кандидатов, так и интересы работодателей.

Ключевые слова: индивидуальная образовательная траектория, кандидат на трудоустройство, компетенции, требования рынка труда.

1. Введение

Важным фактором развития современного государства является уровень образования общества. Особую важность здесь играет выбор правильной специальности среди разнообразия профессий. Бывают ситуации, что уже работающие люди недовольны своей профессией. Причиной этому может являться неправильный выбор специальности, когда человек находится на этапе самоопределения. Профессиональное самоопределение представляет собой процесс, охватывающий период деятельности личности, который начинается появлением профессиональных намерений и заканчивается началом трудовой деятельности [1].

Если на этапе подбора профессии будет выбран неверный путь, который не соответствует способностям и интересам человека, то это приведет впоследствии к неподходящей работе, которая может вызывать хронический стресс, являющийся причиной многих проблем со здоровьем. Также неправильный выбор направления обучения может привести к тому, что уровень интереса и вовлеченности в образовательный процесс при обучении у кандидата упадет. Это, в свою очередь, приведет к нежеланию продолжения обучения, что приведет к его прекращению (принудительному прекращению в виде отчисления, если речь идет о студенте). В связи с этим возникает необходимость оказания помощи кандидату (в случае с выбором получения высшего образования – абитуриенту) на этапе самоопределения с выбором направления обучения, которое подходит под его интересы, способности и предрасположенность.

2. Математическая модель направлений подготовки

Современный мир не стоит на месте, идет совершенствование технических средств. Поэтому помочь будущим студентам можно путем построения информационной системы.

В связи с этим возникает необходимость построения математической модели. Для формализации данной задачи необходимо ввести ряд обозначений:

- $S = \{s_1, \dots, s_N\}$ – кандидаты в количестве N ;
- $D = \{d_1, \dots, d_M\}$ – множество направлений профессиональной подготовки (количество M);
- $K = \{k_1, \dots, k_P\}$ – элементарные компетенции, связанные с направлениями подготовки (количество P);
- $L = \{l_1, \dots, l_Q\}$ – категории интересов (количество Q);
- $H = \{h_1, \dots, h_R\}$ – работодатели (профили вакансий) (количество R).

Каждого кандидата описывает совокупность характеристик:

- SD_A – достижения кандидата, представленные результатами ЕГЭ, знаниями, приобретенными на предыдущем этапе обучения, сведениями об уровне имеющегося образования, портфолио, содержащее сертификаты, дипломы, грамоты и т.д.;
- SP_A – множество личных предпочтений, описывающее интересы, карьерные цели (например, желание заниматься творческой работой, производить вычисления);
- SL_A – личностные качества.

Каждое направление подготовки d_j состоит из множества дисциплин $\{Dis\}$, формирующих определенный набор компетенций K у обучающихся. Поэтому каждому направлению подготовки d_j сопоставлено множество компетенций:

$$\begin{aligned} Dis_{jt} &\rightarrow K_{jt}, K_{jt} \subseteq K; \\ Dis_{jt} &\in d_j. \end{aligned}$$

На формирование компетенций оказывает влияние выполнение по каждой дисциплине таких заданий, как: практические и лабораторные работы, курсовые проекты и др. [2]. Для каждого направления подготовки преподавателями формируются учебные планы, а также рабочие программы, определяющие перечень формируемых компетенций, что оказывает влияние на выбор траектории обучения для кандидата.

Следует отметить, что каждое направление подготовки требует от участника образовательного процесса определенную совокупность навыков и знаний:

$$d_j \rightarrow A_j,$$

где A_i – множество навыков, требуемых направлением подготовки.

Тогда характеризовать направления подготовки можно с помощью следующей записи:

$$d_j = (A_i, \{Dis_{jt}\}, \{K_{jt}\}, DP),$$

где DP – образовательные требования, предъявляемые к кандидату (проходные баллы, полученная квалификация – уровень образования, уровень знаний и др.).

Для описания уровня образования введем переменную Y , принимающую значение «0» в случае, если кандидат закончил 9 или 11 классов, т.е. имеет общее образование. Значение «1» присваивается в случае наличия высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура) или среднее специальное образование.

При поиске траектории обучения следует учитывать ряд ограничений:

- ограничения, связанные с поступлением на бюджетные и на платные места;
- стоимостные ограничения ($F \leq \text{const}$).

В связи с этим введем обозначения, необходимые для дополнения математической модели:

- $places_b$ – количество бюджетных мест;
- $places_s$ – количество платных мест;
- F – стоимость обучения.

Таким образом, математическую модель можно определить так:

$$N_i = (A_i, \{Dis_{jt}\}, \{K_{jt}\}, DP, points, places_b, places_s).$$

3. Компетентностный подход оценки при отборе кандидатов

Работодатели при отборе кандидатов обращают внимание на его компетенции, которые в свою очередь взаимосвязаны с интересами кандидатов [3]. Поскольку интересы являются факторами, которые должны соответствовать компетенциям дисциплины, с одной стороны, а с другой стороны – эти компетенции должны соответствовать ожиданиям и требованиям работодателей, формируется следующее логическое выражение:

$$\begin{aligned} & (\text{интересы кандидата} \cap \text{интересы, соответствующие дисциплинам}) \\ & \cup (\text{компетенции дисциплин} \cap \text{требования компетенций работодателей}). \end{aligned}$$

Следовательно, выпускник направления подготовки, прошедший успешное обучение по индивидуальной образовательной траектории, должен обладать набором компетенций, которые будут максимально соответствовать требуемым компетенциям работодателя на рынке труда. В этом случае задача сводится к поиску наиболее подходящего направления обучения (индивидуальной траектории) из множества имеющихся альтернатив, которое позволит сформировать необходимый набор компетенций у кандидата в соответствии с его базовым набором входных данных.

Чтобы решить задачу распределения кандидатов по направлениям профессиональной подготовки, необходимо осуществить переход от интересов абитуриента к компетенциям дисциплин обучения и требованиям к компетенциям работодателей, с учетом интересов каждой из трех сторон. В таблице 1 представим матрицу соответствия между наборами.

1. Матрицы соответствия между множествами

Матрица	Размерность	Описание	Источник информации для заполнения матрицы
$I = [i_{pq}]$	$N \times Q$	Степень интереса кандидата s_p к категории l_q (0 – нет, 1 – максимум)	На основе анализа анкеты при поступлении
$T = [t_{jq}]$	$M \times Q$	Степень удовлетворения интереса l_q со стороны курса d_j	Формируется из описания дисциплин курса
$C = [c_{jk}]$	$M \times P$	Степень формирования курсом d_j компетенции k_k (0 или 1)	Анализ учебного плана направления
$R = [r_{hk}]$	$R \times P$	Требуемый уровень компетенции k_k работодателем h_h	Анализ требований работодателей

Задачу для распределения кандидатов по направлениям профессиональной подготовки сформулируем так: пусть имеется набор данных SD , определяющий кандидата. Есть множество направлений D . Необходимо найти такое распределение X , позволяющее максимизировать формируемые компетенции кандидата в соответствии с требованиями работодателей, характеризующее актуальное состояние на рынке труда. Тогда для решения данной задачи необходимо найти матрицу X размерностью $N \times M$:

$$X = [x_{pj}],$$

где $x_{pj} = 1$, если студент s_p зачислен на курс d_j .

Введем обозначения, позволяющие определить оптимальное распределение абитуриентов:

– F_p – компетентностный результат распределения кандидатов, вычисляемый по формуле

$$F_p = \sum_{j=1}^M x_{pj} c_j \in R^P, c_j = (c_{j1}, \dots, c_{jP});$$

– J_p – удовлетворенность интересов кандидатов:

$$J_p = \sum_{j=1}^M \sum_{q=1}^Q x_{pj} t_{jq} i_{pq};$$

– S_{ph} – соответствие кандидата требованиям работодателя E_p на основе вычисления для каждого работодателя h косинусное сходство:

$$S_{ph} = \frac{E_p \times r_h}{\|E_p\| \|r_h\|}, r_h = (r_{h1}, \dots, r_{hp}).$$

Тогда для каждого кандидата получим $E_p = \max_{h \in H} S_{ph}$.

Пусть заданы веса интересов кандидата и рынка труда:

$$0 \leq \alpha, \beta \leq 1, \alpha + \beta = 1.$$

Тогда задача примет вид задачи целочисленного программирования:

$$\max_X \sum_{p=1}^N (\alpha J_p + \beta E_p).$$

Также следует ввести ограничение на вместимость курса Cap_j :

$$\sum_{p=1}^N x_{pj} \leq Cap_j, \forall d_j \in D,$$

$$x_{pj} \in \{0,1\}.$$

4. Заключение

Описанная в данной работе математическая модель позволит эффективно распределять кандидатов по направлениям профессиональной подготовки с подбором индивидуального набора курсов $\{d_j \mid x_{pj} = 1\}$. Каждый кандидат получит разъяснения, какие его интересы удовлетворяются и какие требования конкретных работодателей при этом закрываются. Университет получает глобальную матрицу X с распределением студентов по курсам. Для работодателей доступен перечень студентов с максимальным рейтингом по S_{ph} .

Список использованных источников

1. Медведева, Т. Н. Интегральная индивидуальность старшеклассников с различными учебными интересами. Теория, диагностика и проблемы профессионального самоопределения : монография / Т. Н. Медведева. – Соликамск : Соликамский государственный педагогический институт, 2011. – 115 с.
2. Артеменко, О. Н. Педагогика. Курс лекций : учеб. пособие / О. Н. Артеменко, Л. И. Макадей. – Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2015. – 251 с.
3. Илюхина, Л. А. Компетенционная концепция управления персоналом современных организаций / Л. А. Илюхина // Проблемы совершенствования организации производства и управления промышленными предприятиями : межвуз. сб. науч. тр. – 2014. – № 2. – С. 94 – 100.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МНЕНИЙ АГЕНТОВ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ КАК СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Аннотация. Для описания динамики мнений агентов в социальных сетях используется подход, основанный на теории случайных процессов, математической статистики и анализа социальных сетей. Предлагается модель, представляющая изменение мнений как марковско-го процесса с учетом взаимодействий агентов. Проведено имитационное моделирование динамики по данной модели. Полученные результаты демонстрируют достижение консенсуса в сети и показывают влияние параметров модели на время его наступления и итоговое мнение.

Ключевые слова: социальные сети, случайный процесс, динамика мнений, консенсус, имитационное моделирование.

1. Введение

В настоящее время предложены различные подходы для описания динамики мнений агентов. К ним можно отнести имитационные и оптимизационные модели (модель де Гроота и др., см. [1]), теоретико-игровые модели, основанные, в частности, на динамике репликаторов [2, 3], классические модели систем взаимодействующих частиц, мотивированные результатами статистической механики [4]. Популярной альтернативой для моделирования динамики мнений агентов также является байесовское обучение [5].

В данной работе эволюция мнений агентов рассматривается как марковский процесс, учитывающий случайные парные взаимодействия между агентами. Такой подход сочетает методы теории случайных процессов, математической статистики и анализа социальных сетей.

2. Модель динамики мнений

В качестве микромодели процесса динамики мнений рассматривается вариация модели де Гроота [6]. Пусть имеются n агентов в сети. В начальный момент времени $t_0 = 0$ каждый агент имеет некоторое начальное мнение. Моменты времени t , в которые происходит взаимодействие агентов, моделируются как пуассоновский поток с интенсивностью λ [6, 7]. Это означает, что процесс взаимодействия агентов является ординарным, однородным по времени потоком. Для взаимодействия случайно выбирается пара агентов: сначала с равной вероятностью выбирается некоторый агент i из n , затем с равной вероятностью – другой агент $j \neq i$ из оставшихся. В результате такого взаимодействия возможны следующие исходы:

1) с вероятностью α_{ij} оба агента меняют свое мнение по формуле

$$x_i(t_{k+1}) = \varepsilon_{ij}x_i(t_k) + (1 - \varepsilon_{ij})x_j(t_k), x_j(t_{k+1}) = \varepsilon_{ji}x_j(t_k) + (1 - \varepsilon_{ji})x_i(t_k);$$

2) с вероятностью β_{ij} i -й агент меняет свое мнение, в то время как j -й сохраняет свое прежнее мнение:

$$x_i(t_{k+1}) = \varepsilon_{ij}x_i(t_k) + (1 - \varepsilon_{ij})x_j(t_k), x_j(t_{k+1}) = x_j(t_k);$$

3) с вероятностью ν_{ij} j -й агент меняют свое мнение, в то время как i -й сохраняет свое мнение:

$$x_j(t_{k+1}) = \varepsilon_{ji}x_j(t_k) + (1 - \varepsilon_{ji})x_i(t_k), x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k);$$

5) с вероятностью $\gamma_{ij} = 1 - (\alpha_{ij} + \beta_{ij} + \nu_{ij})$ оба агента сохраняют свои мнения:

$$x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k), x_j(t_{k+1}) = x_j(t_k).$$

Таким образом мнения агентов в момент времени t_{k+1} $\vec{x}(t_{k+1}) = (x_1(t_{k+1}), \dots, x_n(t_{k+1}))^T$ определяются следующим образом:

$$\vec{x}(t_{k+1}) = W(k)\vec{x}(t_k),$$

где $W(t_k)$ – стохастическая матрица:

$$W(t_k) = \begin{cases} I_n - (\varepsilon_{ij}e_i(e_i - e_j)^T + \varepsilon_{ji}e_j(e_j - e_i)^T), \text{ с вероятностью } \frac{p_{ij}\alpha_{ij}}{n}; \\ I_n - \varepsilon_{ji}\varepsilon_{ij}e_i(e_i - e_j)^T, \text{ с вероятностью } \frac{p_{ij}\beta_{ij}}{n}; \\ I_n - \varepsilon_{ji}e_j(e_j - e_i)^T, \text{ с вероятностью } \frac{p_{ij}\nu_{ij}}{n}; \\ I_n, \text{ с вероятностью } \frac{p_{ij}\gamma_{ij}}{n}. \end{cases}$$

3. Имитационное моделирование

Для имитационного моделирования динамики мнений задается случайная матрица B размера $n \times n$, где элемент b_{ij} определяет степень доверия агента i к мнению агента j . Ее значения моделируются как непрерывная случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[0,05; 0,50]$. Каждому агенту приписывается интенсивность его активности λ_i ($i \in \overline{1, n}$) и его начальное мнение.

Моделирование проводилось с помощью программы, реализованной на языке Python с использованием библиотек `numpy`, `pandas` и `matplotlib`. На полученных в результате экспериментов графиках отображена динамика выборочного среднего мнения и соответствующее среднеквадратическое отклонение.

В качестве иллюстрации работы модели на рис. 1 и 2 приведен пример динамики для сообщества из $n = 100$ агентов. Эксперимент проводился на интервале времени из 600 условных единиц.

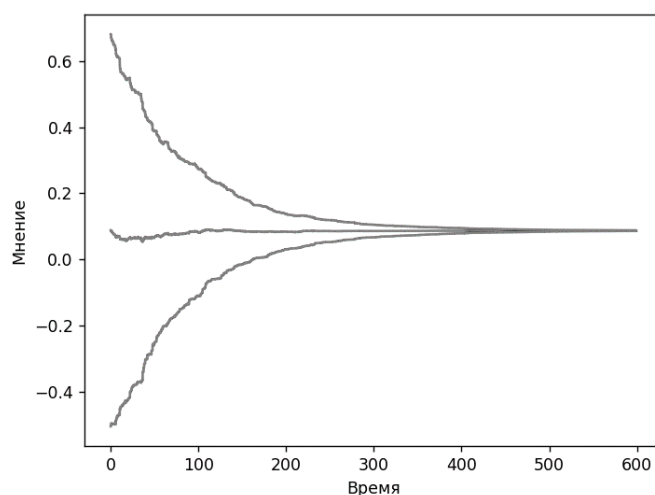


Рис. 1. Динамика усредненного мнения 100 агентов за 600 единиц времени со случайно заданными входными параметрами

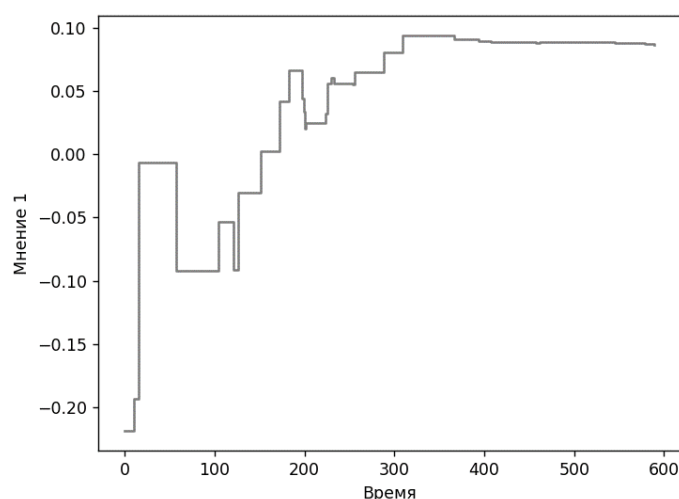


Рис. 2. Динамика мнения агента за 600 единиц времени со случайно заданными входными параметрами

Чтобы выявить зависимость консенсусного мнения от параметров модели (таких как вероятности типов взаимодействия, доверие и т.д.), проводилось моделирование для различных значений параметров, а затем результаты усреднялись по 1500 реализациям.

В данной работе варьировались параметры вероятностей $(\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \nu_{ij}, \gamma_{ij})$ для типов взаимодействия между каждой парой из 3 агентов, интенсивности их взаимодействия λ_i и степени доверия B_{ij} .

При равновероятном типе взаимодействия для каждого агента, одинаковой интенсивности $\lambda_i = 0,05$, значениях мнения (1; 0,5; 0,5) и доверии между агентами $B_{ij} = 0,5$ были получены следующие графики динамики мнения агентов, усредненные по 1500 прогонам (рис. 3 – 5). Сразу обратим внимание, что в некоторый момент времени взаимодействия наступает консенсус – все три агента приходят к единому мнению. Поэтому в дальнейшем для понимания влияния входных параметров на время наступления консенсуса и итоговое значение мнения агентов достаточно рассматривать лишь один график.

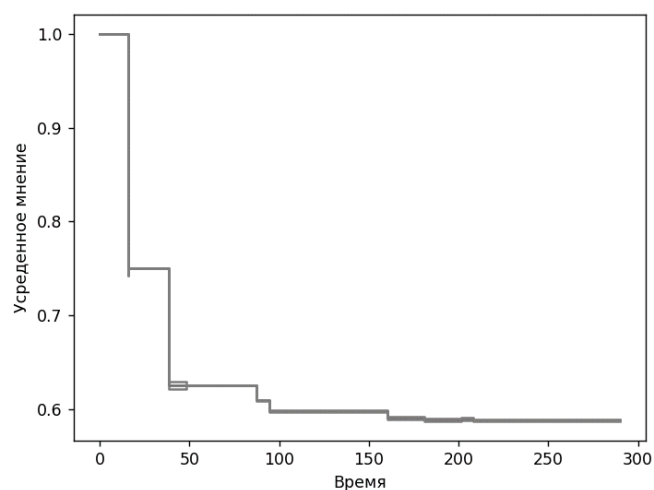


Рис. 3. Усредненная динамика мнения первого агента, $\alpha_{ij} = \beta_{ij} = \nu_{ij} = \gamma_{ij} = 0,25$, $B_{ij} = 0,5$, $\lambda_i = 0,05$ и значениях мнения (1; 0,5; 0,5)

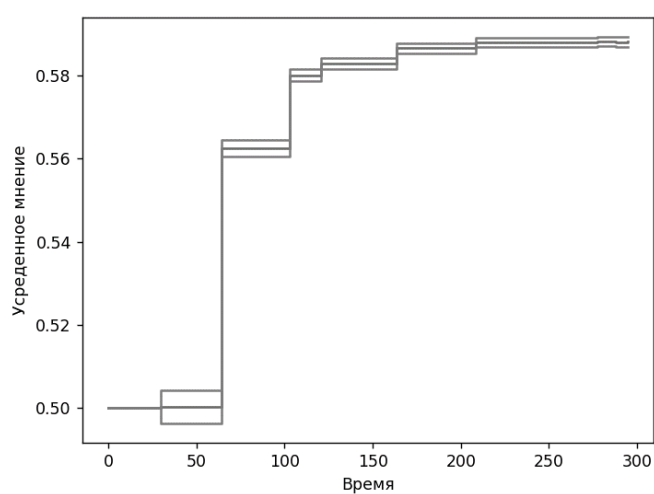


Рис. 4. Усредненная динамика мнения второго агента, $\alpha_{ij} = \beta_{ij} = \nu_{ij} = \gamma_{ij} = 0,25$, $B_{ij} = 0,5$, $\lambda_i = 0,05$, мнения (1; 0,5; 0,5)

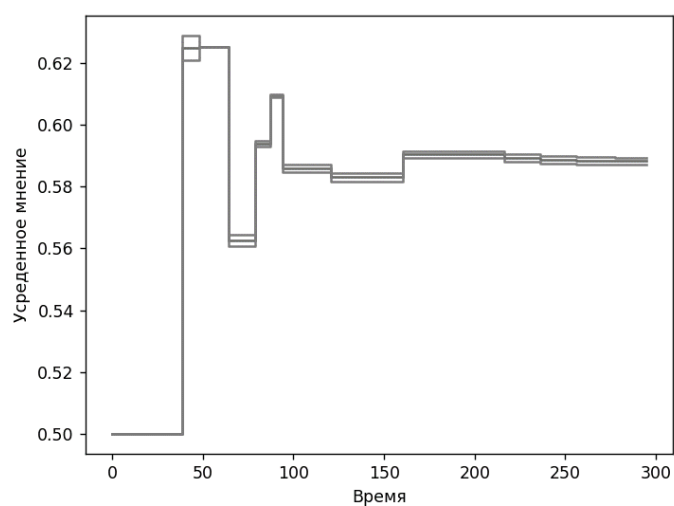


Рис. 5. Усредненная динамика мнения третьего агента, $\alpha_{ij} = \beta_{ij} = \nu_{ij} = \gamma_{ij} = 0,25$, $B_{ij} = 0,5$, $\lambda_i = 0,05$, мнения (1; 0,5; 0,5)

При повышении интенсивности взаимодействия первого агента до 0,15 и далее до 0,2 наблюдается ускоренное наступление консенсуса (рис. 6, 7).

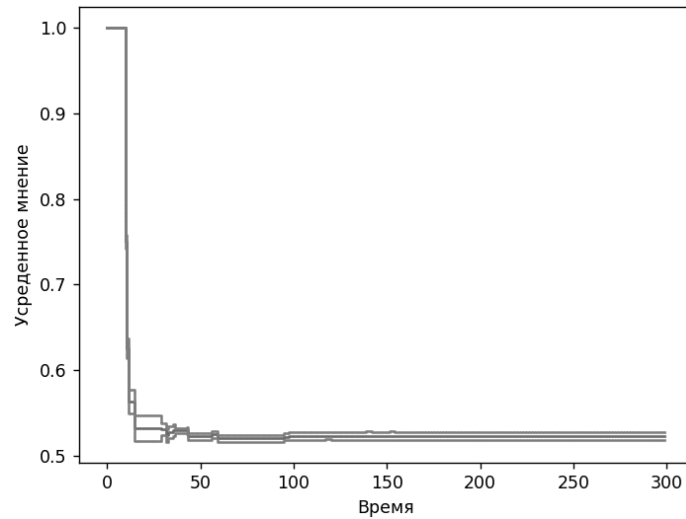


Рис. 6. Усредненная динамика мнения первого агента,
 $\alpha_{ij} = \beta_{ij} = v_{ij} = \gamma_{ij} = 0,25, B_{ij} = 0,5, \lambda_1 = 0,15, \lambda_2 = \lambda_3 = 0,05$, мнения (1; 0,5; 0,5)

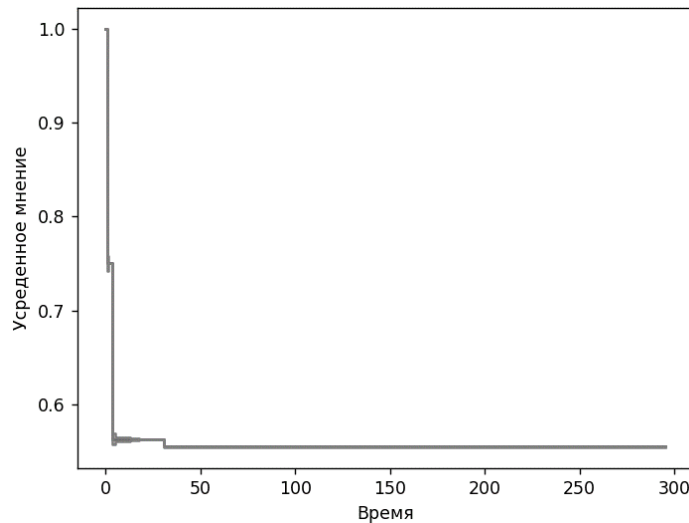


Рис. 7. Усредненная динамика мнения первого агента,
 $\alpha_{ij} = \beta_{ij} = v_{ij} = \gamma_{ij} = 0,25, B_{ij} = 0,5, \lambda_1 = 0,2, \lambda_2 = \lambda_3 = 0,05$, мнения (1; 0,5; 0,5)

При повышении вероятностей смены позиций второго и третьего агентов при взаимодействии с первым ($\alpha_{12} = 0,2, \beta_{12} = 0,1, v_{12} = 0,6, \alpha_{13} = 0,1, \beta_{12} = 0,1, v_{12} = 0,7$) при значении интенсивности $\lambda_1 = 0,05$ наблюдается ускоренное наступление консенсуса с большим значением итогового мнения (рис. 8). При повышении интенсивности с 0,05 до 0,20 и остальных параметрах, соответствующих предыдущему примеру, консенсус наступает значительно быстрее и итоговое мнение становится ближе к 1, что соответствует начальному мнению первого агента (рис. 9).

При равновероятном типе взаимодействия для каждого агента, одинаковой интенсивности $\lambda_i = 0,05$, значениях мнения (1; 0,5; 0,5) и значениях доверий: $B_{1j} = 0,3, B_{ij} = (0,8; 0,5; 0,5), i = 2, 3$ (здесь элементы B_{ii} имеют фиктивное значение) относительно графика с аналогичным вводным, но с одинаковым доверием, равным 0,25, наблюдается приближение итогового мнения к начальному для первого агента (рис. 10).

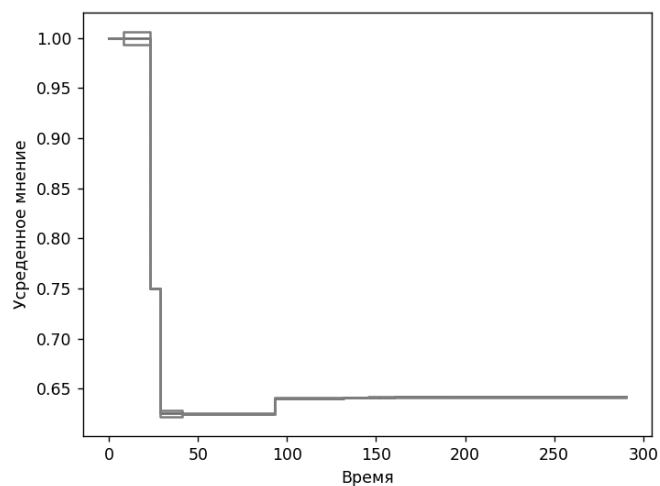


Рис. 8. Усредненная динамика мнения первого агента,
 $\alpha_{12} = 0,2, \beta_{12} = 0,1, v_{12} = 0,6, \alpha_{13} = 0,1, \beta_{12} = 0,1, v_{12} = 0,7,$
 $\lambda_1 = 0,05, \lambda_2 = \lambda_3 = 0,05$, мнения (1; 0,5; 0,5)

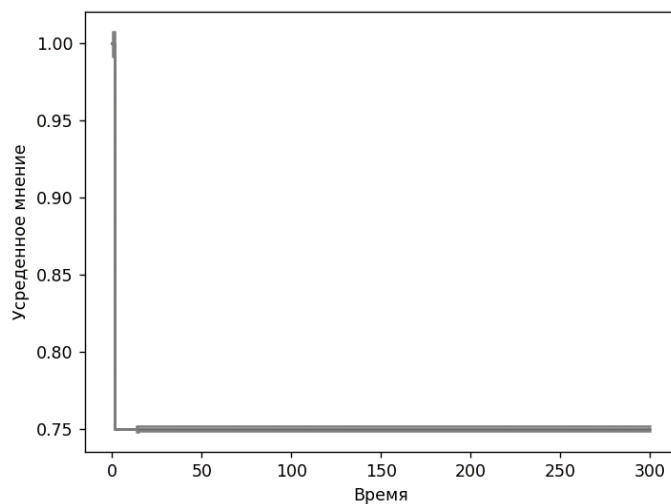


Рис. 9. Усредненная динамика мнения первого агента,
 $\alpha_{12} = 0,2, \beta_{12} = 0,1, v_{12} = 0,6, \alpha_{13} = 0,1, \beta_{12} = 0,1, v_{12} = 0,7,$
 $\lambda_1 = 0,2, \lambda_2 = \lambda_3 = 0,05$, мнения (1; 0,5; 0,5)

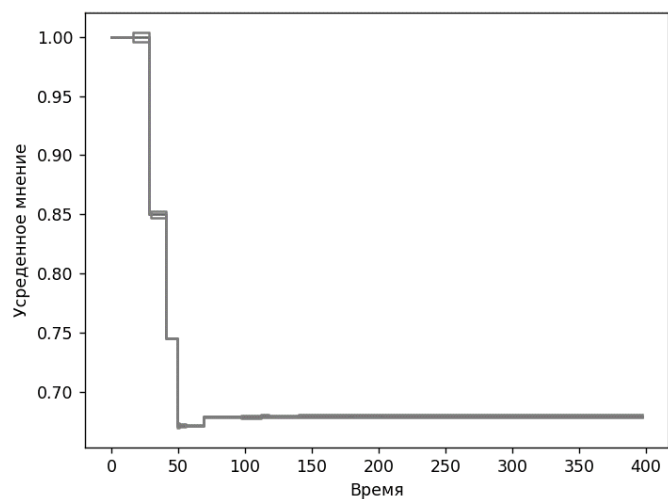


Рис. 10. Усредненная динамика мнения первого агента,
 $\alpha_{ij} = \beta_{ij} = v_{ij} = \gamma_{ij} = 0,25, B_{1j} = 0,3, B_{ij} = (0,8; 0,5; 0,5),$
 $i = 2, 3, \lambda_i = 0,05$ и значениях мнения (1; 0,5; 0,5)

4. Заключение

В данной работе рассмотрена стохастическая модель для описания динамики мнения агентов сети, проведено имитационное моделирование на основе данной модели с варьированием ее параметров. Полученные выводы согласуются с общими представлениями о процессе изменения мнений людей в ходе общения и могут послужить основой для дальнейших исследований и развития более сложных моделей динамики мнений в социальных сетях.

Список использованных источников

1. Gubanov, D. A. Modeling Information Influence and Control in Social Networks: Integrating Opinions, Trust, Reputation, and Agent Dynamics / D. A. Gubanov // Lecture Notes in Computer Science. – 2025. – No. 15419. – P. 40 – 71.
2. Weibull, J. Evolutionary Game Theory, MIT Press / J. Weibull. – Cambridge, 1995.
3. Samuelson, L. Evolutionary Games and Equilibrium Selection / L. Samuelson. – MIT Press : – Cambridge, 1997.
4. Liggett, T. M. Interacting Particle Systems, Springer-Verlag / T. M. Liggett. – New York, 1985.
5. Acemoglu, D. Opinion Dynamics and Learning in Social Networks / D. Acemoglu, A. Ozdaglar // MIT Technology Department of Economics Working Paper Series, working paper 10 – 15, 2010.
6. Волков, И. К. Случайные процессы : пособие для вузов / И. К. Волков, С. М. Зуев, Г. М. Цветкова. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. – 448 с.
7. Калинин, А. В. Схемы взаимодействий: детерминированные и стохастические модели / А. В. Калинин. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 44 с.

УДК 519.7

И. А. Сухарев, И. В. Козицин

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: ilia.sukharev@math.msu.ru

ФОРМИРОВАНИЕ МНЕНИЙ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ НА ПЛАТФОРМАХ-ВИДЕОХОСТИНГАХ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Аннотация. В работе рассматривается агент-ориентированная модель, описывающая взаимодействие пользователей социальных медиаплатформ с источниками информации – каналами. В модели агенты изучают контент, публикуемый каналами, меняют мнения и оставляют обратную связь (ставят лайки). Для модели построено аналитическое описание с помощью приближения среднего поля, найдены положения равновесия, представлены бифуркационные диаграммы.

Ключевые слова: динамика общественного мнения, агент-ориентированное моделирование, рекомендательные системы, видеохостинги, искусственный интеллект.

1. Введение

Видеохостинги, такие как Rutube, на сегодняшний день являются важными источниками формирования общественного мнения. Их рекомендательные алгоритмы, основывающиеся одновременно на индивидуальных предпочтениях пользователей и популярности контента, создают «петлю обратной связи» между пользователями и платформой, способную как усиливать поляризацию, так и формировать новые консенсусы [1].

Исследованию процессов формирования общественного мнения в онлайн-среде, управляемой алгоритмами ранжирования, посвящен достаточно крупный пласт литературы, начиная с классических работ Дандекара и соавторов [2] Перры, Рочи [3] и Маэса и Бишовбергера [4]. Вместе с тем необходимо отметить, что подобные исследования, как правило, не учитывают особенности организации платформ-видеохостингов, которые по своей структуре близки к двудольным графам. Это необходимо учитывать для описания информационных процессов на таких платформах. Отметим также, что исследования платформ-видеохостингов преимущественно носят феноменологический характер [5].

За последние несколько лет вышло несколько работ, описывающих модели взаимного влияния мнений пользователей и рекомендательных систем [6, 7]. В настоящей работе представлена попытка создать агент-ориентированную модель социальной платформы-видеохостинга, сохранив простоту и гибкость для различных уточнений сценариев информационного обмена.

2. Описание модели

Рассмотрим систему из N агентов и M каналов. Будем считать, что агенты – это пользователи некоторой социальной медиаплатформы (к примеру, Rutube), которые потребляют контент (смотрят видео), синтезируемый каналами. В результате просмотра контента агенты могут менять свои взгляды, а также оставлять реакции (ставить лайки).

Каждый агент и каждый канал характеризуются мнением из дискретного множества $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$, элементы которого могут быть ранжированы. Будем считать, что мнения каналов неизменны, а мнения агентов меняются во времени. Помимо мнения, каждый канал описывается качеством контента, который он выпускает (статическая характеристика), и его популярностью среди агентов (динамическая характеристика). Качество контента принимает значения из ординального дискретного множества $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$:

$$Q_1 < Q_2 < \dots < Q_n.$$

Популярность канала описывается целым неотрицательным показателем, который концептуализируется как число лайков, которые получил канал к настоящему моменту. Данный показатель монотонно растет (не убывает) во времени.

Опишем динамику модели. В каждый момент времени $t = 1, 2, 3, \dots$ происходят следующие процедуры:

1. Сначала случайным образом выбирается агент (по умолчанию считаем, что выбор равновероятен).

2. После этого выбирается канал. При этом выбор канала зависит от мнения агента, выбранного ранее на этом шаге, мнения канала и от популярности канала.

3. Затем агент потребляет контент выбранного канала, происходит влияние со стороны канала на агента. В результате мнение агента может меняться, и агент может оставить положительную оценку (лайк) каналу.

Опишем вторую и третью процедуры более подробно.

3. Выбор канала

Выбор канала характеризуется распределением вероятностей, задаваемым тремя независимыми факторами: (i) мнением агента, выбранным до этого на данном шаге; (ii) мнением канала и (iii) популярностью канала.

Введем квадратную $m \times m$ строчно-стохастическую матрицу P , компонента которой $P_{s,l}$ определяет вероятность того, что будет выбран канал с мнением Z_l с учетом того, что ранее на данном шаге был выбран агент с мнением Z_s . Данный механизм можно интерпретировать, с одной стороны, как стремление пользователей взаимодействовать с контентом, который соответствует их взглядам (селективная экспозиция), а с другой стороны, как работу алгоритмов искусственного интеллекта медиаплатформы, предлагающих пользователям контент, когерентный (или противоположный) их взглядам.

Будем считать, что с вероятностью α выбор канала обусловлен мнениями канала и агента, с вероятностью β – популярностью канала, а с вероятностью $1 - \alpha - \beta$ происходит равновероятно. При этом $\alpha, \beta \geq 0$ и $\alpha + \beta \leq 1$. Популярность канала влияет на вероятность быть выбранным согласно закону предпочтительного присоединения – вероятность выбора пропорциональна популярности канала. Это позволяет моделировать еще один аспект работы алгоритмов искусственного интеллекта медиаплатформ, которые продвигают уже популярный контент. При этом $\alpha = 0$ и $\beta = 0$ означает, что алгоритмы медиаплатформы отключены и агенты лишены психологических искажений.

4. Взаимодействие агента с каналом

Теперь опишем, каким образом агент взаимодействует с каналом и потребляет контент канала. Без ограничения общности будем считать, что до этого на рассматриваемом шаге был выбран агент с мнением Z_s и канал с мнением Z_l и качеством контента Q_k .

Будем предполагать, что возможны два исхода взаимодействия: (1) ассимиляция и (2) игнорирование. В первом случае мнение агента изменяется

на мнение канала, и агент ставит лайк каналу. Во втором случае ничего не происходит.

Будем считать, что вероятность ассимиляции определяется двумя факторами: (i) мнениями агента и канала, а также (ii) качеством контента канала. Пусть F – $m \times m$ матрица, компонента которой $F_{s,l}$ описывает вероятность ассимиляции агента с мнением Z_s и канала с мнением Z_l . Введем также вектор R длины n , компонента которого R_k суть есть вероятность того, что контент качества Q_k понравится агенту и произойдет ассимиляция. При этом будем предполагать, что исход взаимодействия с вероятностью $\varphi \geq 0$ определяется мнениями агента и канала, с вероятностью ψ – качеством контента канала, а с вероятностью $1 - \varphi - \psi \geq 0$ вероятность ассимиляции не зависит от других факторов и составляет 0,5.

Достаточно естественно считать, что с ростом качества контента вероятность ассимиляции увеличивается. Если говорить о влиянии мнений агента и канала, то, опять же, можно считать, что близость мнений должна способствовать росту вероятности ассимиляции (эффект предвзятости подтверждения). В этом случае главная диагональ матрицы F должна быть доминирующей.

Отметим, что матрицы P и F , а также параметры α и φ несут разный смысл: пользователи могут регулярно избегать некоторого контента, но при ознакомлении с ним реагировать на него положительно (и наоборот). При этом матрица F отражает исключительно предпочтения пользователей, в то время как матрица P также включает рекомендательный алгоритм платформы.

5. Математическая формализация модели

Для рассматриваемой модели мы будем следить за системой на макро-скопическом уровне. Пусть $Y_s(t)$ – количество агентов с мнением Z_s в момент времени t . Имеет место: пусть $U_{l,k}$ – количество каналов с мнением Z_l и качеством контента Q_k . Тогда: $\sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n U_{l,k} = M$. Пусть, кроме того, $C_{l,k}(t)$ – суммарная популярность каналов с мнением Z_l и качеством контента Q_k в момент времени t .

1. Запишем вероятность выбора агента с мнением Z_s на шаге t . В случае, если распределение активностей агентов является равномерным, данная вероятность определяется только общей численностью агентов с мнением Z_s и равна $\frac{Y_s(t)}{N}$.

2. Пусть в момент времени t в рамках первой процедуры был выбран агент с мнением Z_s . Рассчитаем условную вероятность того, что после этого будет выбран канал с мнением Z_l и качеством контента Q_k . Из формулы полной вероятности получаем следующую оценку:

$$\Lambda_{l,k}^s(t) = \alpha P_{s,l} \frac{U_{l,k}}{\sum_{i=1}^n U_{l,i}} + \beta \frac{C_{l,k}(t)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{i,j}(t)} + (1 - \alpha - \beta) \frac{U_{l,k}}{M}.$$

Первое слагаемое в выражении выше отвечает за выбор канала, обусловленный мнениями агента и канала, второе слагаемое учитывает популярность канала в духе механизма предпочтительного присоединения. Третье слагаемое отвечает за равновероятный выбор каналов.

Отметим, что в рамках рассматриваемой постановки пользователь заведомо не знает о качестве контента выбранного канала – выбор канала обусловлен только мнением канала и его популярностью.

3. Пусть для взаимодействия были выбраны агент с мнением Z_s и канал с мнением Z_l и качеством контента Q_k . Оценим вероятность того, что агенту понравится контент канала, и в результате произойдет ассимиляция: агент адаптирует мнение канала и ставит каналу лайк. В соответствии с протоколом модели, данная вероятность может быть рассчитана следующим образом:

$$\Theta_{l,k}^s = \varphi F_{s,l} + \psi R_k + (1 - \varphi - \psi).$$

6. Приближение среднего поля и кинетическое уравнение

Для описания динамики модели воспользуемся приближением среднего поля. Рассчитаем вероятность того, что за один шаг в модели число пользователей с данным мнением Z_{s_0} увеличится на единицу. Для этого заметим, что такое событие возможно только если произошли три следующих микрособытия:

1. Был выбран агент с мнением, отличным от Z_{s_0} .
2. Был выбран канал с мнением Z_{s_0} .
3. Произошла ассимиляция.

Перебирая все возможные значения мнений агентов и каналов, а также возможные значения качества контента канала, получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[Y_{s_0}(t+1) = Y_{s_0}(t) + 1] &= \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \frac{Y_s(t)}{N} (1 - \delta_{s,s_0}) \Lambda_{l,k}^s(t) \Theta_{l,k}^s \delta_{s_0,l} = \\ &= \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \frac{Y_s}{N} \Lambda_{l,k}^s(t) \Theta_{l,k}^s (1 - \delta_{s,l}) \delta_{s_0,l}. \end{aligned}$$

Действуя аналогично, можно вычислить вероятность того, что за один шаг $Y_{s_0}(t)$ уменьшится на единицу:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[Y_{s_0}(t+1) = Y_{s_0}(t) - 1] &= \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \frac{Y_s(t)}{N} \delta_{s,s_0} \Lambda_{l,k}^s(t) \Theta_{l,k}^s (1 - \delta_{s_0,l}) = \\ &= \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \frac{Y_s}{N} \Lambda_{l,k}^s(t) \Theta_{l,k}^s (1 - \delta_{s,l}) \delta_{s_0,s}. \end{aligned}$$

Лемма 1. Пусть известны величины $Y_s(t)$ и $C_{l,k}(t)$ для $s \in \{1, \dots, m\}$ и $l \in \{1, \dots, m\}, k \in \{1, \dots, n\}$. Тогда справедливо следующее равенство:

$$\mathbb{E}[Y_{s_0}(t+1)] = Y_{s_0}(t) + \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \frac{Y_s(t)}{N} \Lambda_{l,k}^s(t) \Theta_{l,k}^s(\delta_{s_0,l} - \delta_{s_0,s}),$$

где $s_0 \in \{1, \dots, m\}$.

Лемма 2. Пусть известны величины $Y_s(t)$ и $C_{l,k}(t)$ для $s \in \{1, \dots, m\}$ и $l \in \{1, \dots, m\}, k \in \{1, \dots, n\}$. Тогда математическое ожидание совокупной популярности каналов с мнением Z_l и качеством контента Q_k в момент времени $t+1$ может быть рассчитано следующим образом:

$$\mathbb{E}[C_{l_0,k_0}(t+1)] = C_{l_0,k_0}(t) + \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \frac{Y_s(t)}{N} \Lambda_{l,k}^s(t) \Theta_{l,k}^s \delta_{l_0,l} \delta_{k_0,k}.$$

Получаем кинетическое уравнение, пользуясь леммами 1 и 2 и переходя к масштабированному времени τ , определяемому как $\delta\tau = \frac{1}{N}$, $\tau = \frac{t}{N}$:

$$\begin{aligned} \frac{dy_{s_0}(\tau)}{d\tau} &= \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n y_s(\tau) \Lambda_{l,k}^s(\tau) \Theta_{l,k}^s(\delta_{s_0,l} - \delta_{s_0,s}), \\ \frac{dc_{l_0,k_0}(\tau)}{d\tau} &= \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n y_s(\tau) \Lambda_{l,k}^s(\tau) \Theta_{l,k}^s \delta_{l_0,l} \delta_{k_0,k}. \end{aligned}$$

Отметим, что в новых переменных величина $\Lambda_{l,k}^s(\tau)$ может быть записана как

$$\begin{aligned} \Lambda_{l,k}^s(\tau) &= \alpha P_{s,l} \frac{U_{l,k}}{\sum_{i=1}^n U_{l,i}} + \beta \frac{C_{l,k}(\tau)/N}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{i,j}(\tau)/N} + (1 - \alpha - \beta) \frac{U_{l,k}}{M} \\ &= \alpha P_{s,l} \frac{U_{l,k}}{\sum_{i=1}^n U_{l,i}} + \beta \frac{c_{l,k}(\tau)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{i,j}(\tau)} + (1 - \alpha - \beta) \frac{U_{l,k}}{M}. \end{aligned}$$

В итоге получаем следующую систему дифференциальных уравнений (или, просто, кинетическое уравнение):

$$\begin{cases} \frac{dy_{s_0}(\tau)}{d\tau} = \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n y_s(\tau) \Lambda_{l,k}^s(\tau) \Theta_{l,k}^s(\delta_{s_0,l} - \delta_{s_0,s}), \\ s_0 \in \{1, \dots, m\}, \\ \frac{dc_{l_0,k_0}(\tau)}{d\tau} = \sum_{s=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n y_s(\tau) \Lambda_{l,k}^s(\tau) \Theta_{l,k}^s \delta_{l_0,l} \delta_{k_0,k}, \\ l_0 \in \{1, \dots, m\}, \quad k_0 \in \{1, \dots, n\}. \end{cases}$$

7. Заключение

В данной работе была рассмотрена агентно-ориентированная модель, описывающая процессы формирования мнений на онлайн-платформах видеохостингов. В модели реализованы процедуры выборки контента для просмотра пользователя и процедуры изучения контента пользователем. Первая определяется предпочтениями пользователя и мнением канала, а также популярностью канала. Вторая процедура зависит также от мнений пользователя канала и качества контента. Предложенная модель сохраняет простоту реализации и интерпретируемость, позволяя при этом охватывать различные феномены, имеющие место в реальных системах.

Предложенная модель может служить теоретическим инструментом для анализа и потенциальной настройки алгоритмов рекомендаций, способствующих формированию открытой и менее подверженной радикализации информационной среды. В дальнейших работах планируется расширить модель за счет включения в модель отрицательных оценок контента.

Список использованных источников

1. Social learning under platform influence: Consensus and persistent disagreement / O. Candogan et al. // arXiv preprint arX. – 2202.12453. – 2022.
2. Dandekar, P. Biased assimilation, homophily, and the dynamics of polarization / P. Dandekar, A. Goel, D. T. Lee // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2013. – V. 110, No. 15. – P. 5791 – 5796.
3. Perra, N. Modelling opinion dynamics in the age of algorithmic personalisation / N. Perra, L. E. C. Rocha // Scientific reports. – 2019. – V. 9, No. 1. – P. 7261.
4. Maes, M. Will the personalization of online social networks foster opinion polarization? / M. Maes, L. Bischofberger // Available at SSRN 2553436. – 2015.
5. YouTube's recommendation algorithm is left-leaning in the United States / H. Ibrahim et al. // PNAS nexus. – 2023. – V. 2, No. 8. – P. 264.
6. Coevolution of Opinion Dynamics and Recommendation System: Modeling Analysis and Reinforcement Learning Based Manipulation / Y. Chen et al. // arXiv preprint arXiv:2411.11687. – 2024.

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ СОЦИАЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ СТУДЕНТОВ ЧЕРЕЗ ЭГО-ГРАФЫ ВКОНТАКТЕ

Аннотация. Исследованы эго-графы 47 000 студентов МГТУ в сети ВКонтакте: установлено, что факультет и учебная группа определяют дружеские связи, а успеваемость не влияет на их структуру. Результаты могут быть использованы для прогнозирования социальной адаптации и академической успешности студентов на основе их сетевой активности.

Ключевые слова: эго-графы, социально-сетевой анализ, теория графов, анализ данных, образовательные исследования.

1. Введение

За последние годы социальные сети превратились в значимый источник данных для анализа социальных взаимодействий студентов и исследования их образовательных траекторий. В предыдущей работе уже рассматривалось, как интересы студентов, выраженные через подписки на сообщества в социальной сети «ВКонтакте», соотносятся с их академической успеваемостью [1]. Настоящее исследование продолжает данное направление, однако акцент смещен с интересов на структуру дружеских связей студентов внутри университета.

Для анализа использовались данные 47 тысяч студентов МГТУ им. Н. Э. Баумана. Для каждого из них был построен индивидуальный граф дружеских связей (эго-граф), отражающий непосредственные связи между друзьями студента. Такой подход позволяет учитывать слоистую иерархическую структуру социальных сетей, наличие которой подтверждается в ряде предыдущих эмпирических работ [2, 3]. В рамках первичного анализа были рассчитаны метрики плотности сетей и ассортативности – склонности пользователей формировать связи с социально схожими или отличными от себя участниками.

Эти характеристики, как показывают аналогичные исследования студенческих сообществ, могут быть связаны с успешностью адаптации в учебной среде, а также с формированием устойчивых академических практик [4, 5]. Дополнительный интерес представляет возможность сопоставления сетевых параметров с организационными признаками, такими как учебная группа и факультет, что позволяет изучить эффект социальной сегрегации в пределах университета. Анализ эго-графов дает более точное представление о микро-структуре университетской среды, выходя за пределы стандартных социологических опросов.

Результаты проведенного исследования имеют практическое значение для понимания неформальной структуры взаимодействий в вузе. Они могут служить инструментом для мониторинга социальной адаптации первокурсников, диагностики рисков социальной изоляции, а также использоваться при разработке программ развития коммуникаций между различными подразделениями образовательной организации.

2. Подготовка данных

Для анализа социальной структуры университетского сообщества был сформирован первоначальный набор из 20 000 профилей, предварительно отобранных как потенциально принадлежащие студентам. Для каждого такого профиля осуществлялась выгрузка всех дружеских связей вплоть до «второго рукопожатия» (друзья друзей), как показано на левой части схемы (рис. 1). В результате на каждый профиль приходилось по несколько десятков тысяч записей «пользователь → пользователь», что обеспечивало полный охват локальных сетевых окружений.

Данный объем данных требовался для последующей фильтрации: отсеивания всех связей, не связывающих подписчиков и друзей исследуемого пользователя (студента). Из первично выгруженных 20 000 только 8000 действительно принадлежали студентам, что удалось понять после отдельной работы по сопоставлению студентов и их профилей ВК, благодаря чему было найдено 47 000 профилей студентов.

Так как прямая выгрузка связей – очень медленный и трудозатратный процесс, далее все уникальные записи о связях второго порядка были загружены в единую базу данных PostgreSQL, объем которой составил 1,5 млрд записей. Именно по этой интегрированной таблице стало возможным воссоздать полные эго-графы для всех выявленных студентов без необходимости повторных запросов к API. В итоге готовый корпус данных включил 47 000 эго-графов.

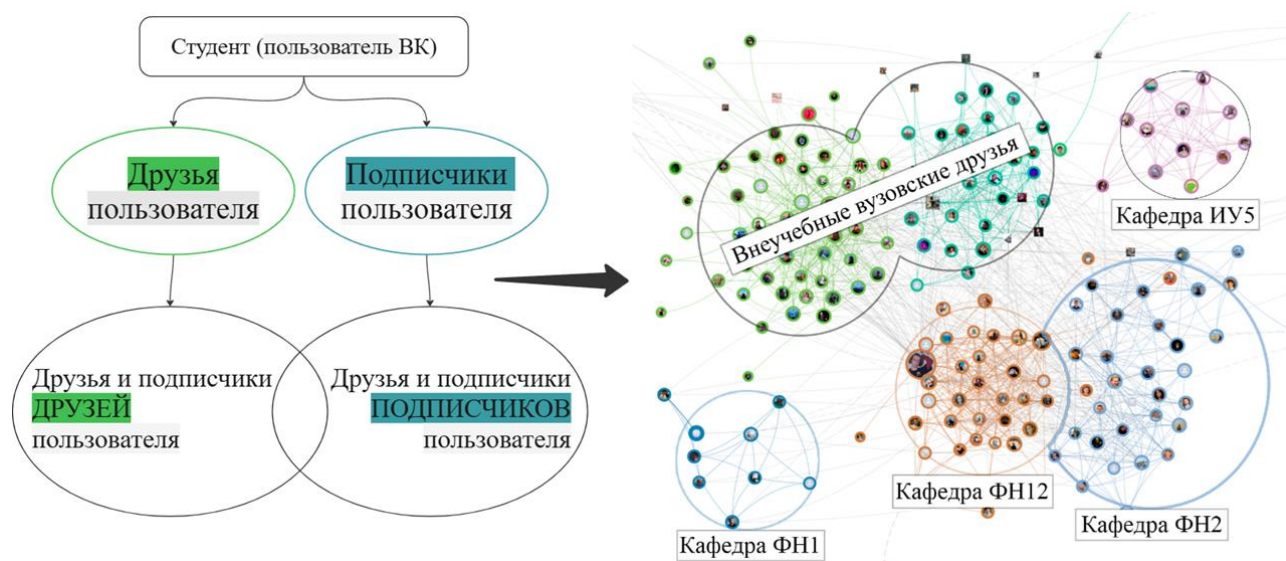


Рис. 1. Пример графа дружеских коллективов по профилю автора

На правой части рис. 1 представлен пример итогового графа дружеских коллективов студента: узлы образуют кластеры, включающие внутриуниверситетские сообщества, а сам эго-узел на визуализации и в расчетах не использовался, поскольку его присутствие априори известно.

3. Анализ метрик графов

Для 40 тысяч графов были рассчитаны ключевые метрики центральности, ассортативности, связанности, кластеризации и структуры сообществ – всего около 30 показателей. Причем отдельно для полных графов (все друзья и подписчики профиля) и для подграфов, состоящих только из связей между студентами. В конечной выборке отфильтрованы графы, где меньше 20 студентов.

На рисунке 2 показаны медианные значения общего количества друзей у ВК профилей студентов, разбитые по факультетам. Медианные значения числа друзей в профилях ВКонтакте показывают, что студенты наиболее «сложных» направлений (ФН, ИУ) имеют наименьшее их количество, тогда как наибольшим числом друзей характеризуются студенты филиальных факультетов (ИУК, МК, ЛТ).

На рисунке 3 представлены графики плотностей графов студентов. Плотность графа показывает, насколько много связей (ребер) есть в графе по сравнению с тем, сколько их могло бы быть максимально.

Подграфы, содержащие только студентов (*b*), имеют медианную плотность примерно в три раза выше, чем у полных графов (*a*).

Далее рассмотрим распределения ассортативности. Это мера того, насколько склонны узлы (в данном случае студенты) в сети связываться с другими узлами, похожими на себя (>0) или, наоборот, с сильно отличающимися от себя по какому-то критерию (<0). Базово метрика считается по степеням узлов (степень – количество связей у узла). Рисунок 4 объединяет четыре наиболее информативных распределения коэффициента ассортативности, рассчитанного для подграфов из не менее 50 студентов.

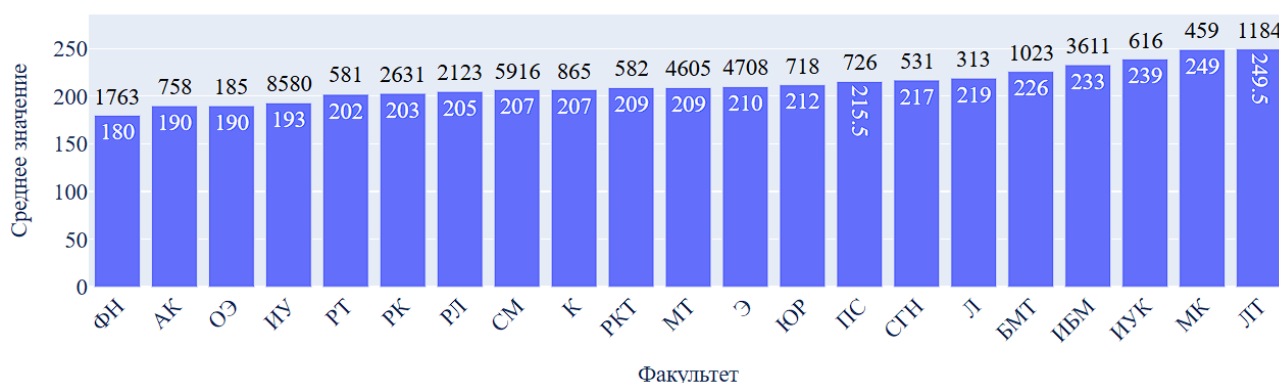


Рис. 2. Медианные значения количества друзей (над столбцами выборка)

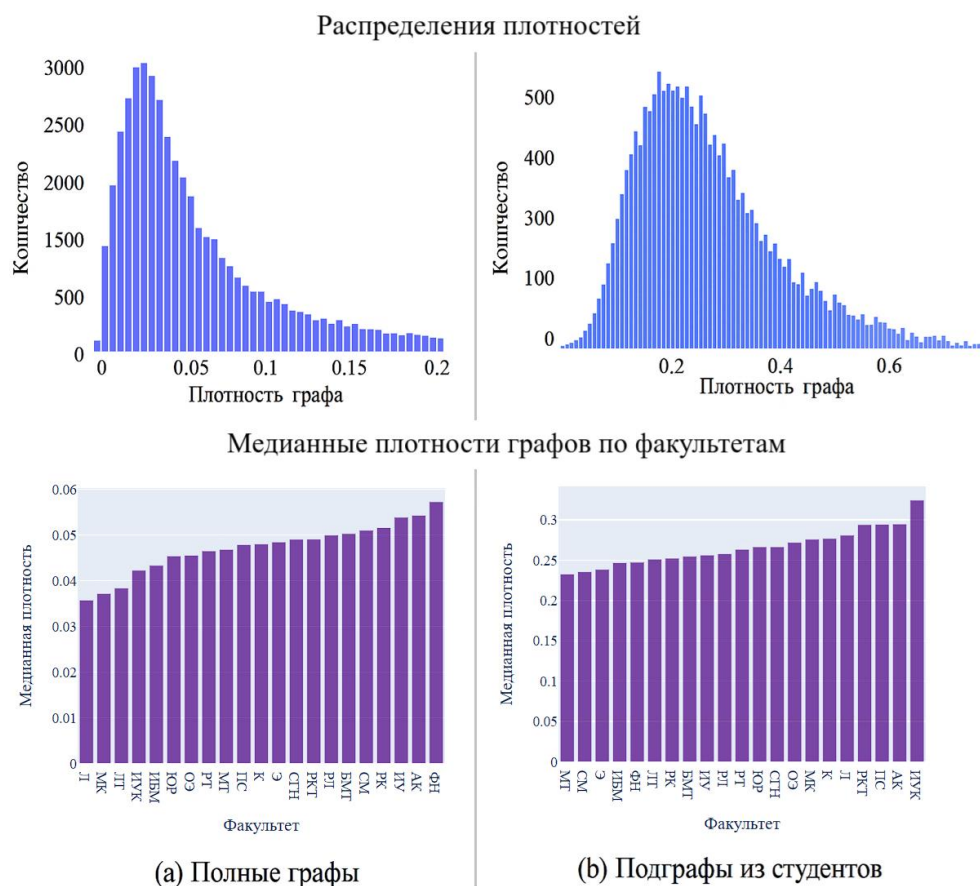


Рис. 3. Анализ плотностей графов по полным графам и студенческим подграфам

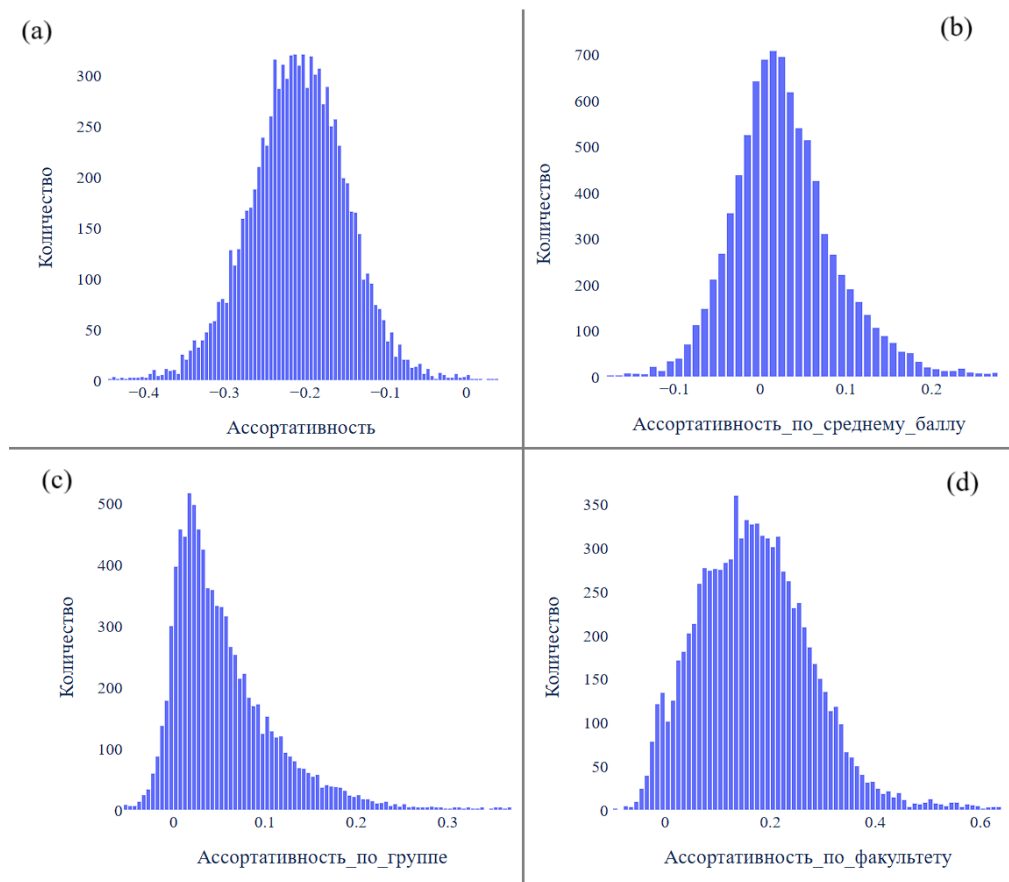


Рис. 4. Распределения ассортативности

а) Базовая ассортативность (по степеням узлов). Распределение значений метрики сосредоточено в отрицательной области с наиболее частым значением около $-0,22$, что свидетельствует о дисассортативности по степени. Другими словами, студенты с большим количеством связей («хабы») чаще связаны с менее активными пользователями, а не друг с другом. Это отражает типичную структуру социальных сетей, где малое число популярных участников обеспечивает связь между отдельными группами и предотвращает распад сети на изолированные сообщества.

б) Ассортативность по среднему академическому баллу. Распределение ассортативности по среднему баллу центрировано около нуля, что статистически подтверждает отсутствие связи между академической успеваемостью и структурой дружеских связей. Отсутствие ярко выраженной положительной или отрицательной тенденции означает, что академическая успеваемость студентов не является значимым фактором при формировании дружеских связей в соцсети. Таким образом, студенты с разной успеваемостью равномерно взаимодействуют между собой, что открывает возможность использовать существующие связи для распространения эффективных учебных стратегий и практик.

с) Ассортативность по учебной группе. Распределение умеренно смещено в положительную область со средним значением около $0,05$ и максимальными значениями до $0,3$. Это указывает на склонность студентов формировать социальные связи внутри своих учебных групп, хотя и не приводит к строгой замкнутости этих групп. Полученный результат демонстрирует, что группа является важным, но не единственным социальным ориентиром студентов, и межгрупповые контакты остаются достаточно распространенными.

д) Ассортативность по факультету. Это распределение наиболее явно выражено в положительной области с типичными значениями около $0,18$ и максимумом до $0,6$. Данный результат показывает, что факультет является сильнейшим фактором социальной сегрегации студентов, существенно влияя на формирование устойчивых и плотных группировок внутри университета. Высокая ассортативность по факультету может создавать информационные барьеры между студентами из разных факультетов и должна учитываться в образовательной политике университета.

Общий вывод по представленным распределениям состоит в том, что структура дружеских связей студентов в социальной сети прежде всего определяется организационными признаками (факультет, группа) и лишь в незначительной степени академическими характеристиками. Данная закономерность будет учтена в дальнейших исследованиях при разработке моделей прогнозирования академической успеваемости на основе сетевых и поведенческих данных.

4. Дальнейшие планы исследования

В продолжении данного исследования планируется разработка модели прогнозирования академической успеваемости студентов. Модель будет учитывать выявленные закономерности, в частности влияние структуры дружеских связей, а также интересы студентов, выраженные через подписки. Использование такого подхода позволит прогнозировать не только текущие академические результаты, но и риски снижения успеваемости, обеспечивая возможность раннего вмешательства и поддержки обучающихся.

5. Заключение

В настоящем исследовании были проанализированы структуры дружеских связей студентов МГТУ им. Н. Э. Баумана в социальной сети ВКонтакте. Результаты показали, что наибольшее влияние на формирование социальных связей оказывают организационные признаки, такие как принадлежность к факультету и учебной группе, а также роль наиболее популярных студентов («хабов»), обеспечивающих связь внутри сети. Академическая успеваемость оказалась незначительным фактором, не приводящим к социальной сегрегации студентов по учебным результатам.

Полученные выводы расширяют понимание неформальной социальной структуры университета и могут быть полезны для разработки новых образовательных практик, нацеленных на повышение эффективности учебного процесса и социальной адаптации студентов. Использование социальных сетей как источника данных открывает перспективы для более глубокого анализа и прогнозирования образовательных результатов на основе сетевого поведения студентов.

Список использованных источников

1. Сыч, В. В. Анализ динамики мнений онлайн-социальной сети с использованием семейства моделей прогнозирования и теории графов / В. В. Сыч // Управление большими системами» (УБС'2023, Воронеж) : тр. 19 Всерос. школы-конф. молодых ученых. – Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2023. – С. 248 –54.

2. Analysis of ego network structure in online social networks / V. Arnaboldi, M. Conti, A. Passarella, F. Pezzoni // 2012 International Conference on Privacy, Security, Risk and Trust and 2012 International Conference on Social Computing (PASSAT/SocialCom 2012), Amsterdam, Netherlands, 3 – 5 Sept. 2012. IEEE. – 2012. – P. 31 – 40. DOI: 10.1109/SocialCom-PASSAT.2012.41.

3. Губанов, Д. А. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства / Д. А. Губанов, Д. А. Новиков, А. Г. Чхартишвили. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : МЦНМО, 2018. – 224 с.

4. Креховец, Е. В. Социальные сети студентов: факторы формирования и влияние на учебу / Е. В. Креховец // Вопросы образования. – 2013. – № 4. – С. 127 – 144.

5. Lukács, J. Á. Connecting for success: egocentric network types among underrepresented minority students at college / J. Á. Lukács, B. Dávid // Social Networks. – 2023. – V. 72, No. 4. – P. 35 – 43.

УДК 681.5

Л. Г. Тугашова

Альметьевский государственный технологический университет
«Высшая школа нефти», Альметьевск, Россия
e-mail: tugashova@yandex.ru

ОСОБЕННОСТИ УСТАНОВОК ПОДГОТОВКИ И ПЕРЕРАБОТКИ НЕФТИ КАК ЭНЕРГОТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Аннотация. Предложена структура предприятия подготовки и первичной переработки нефти как энерготехнологической системы. Выполнен анализ способов управления технологическим и теплоэнергетическим оборудованием энерготехнологической системы. Предложены мероприятия по усовершенствованию управления и энергоэффективности установок подготовки и первичной переработки нефти.

Ключевые слова: оборудование, трубчатая печь, регулирование, энергоэффективность.

1. Введение

Установки подготовки и первичной переработки нефти являются энергозатратными. В настоящее время на подобных установках применяются системы энергоменеджмента. Энергетический менеджмент – это совокупность организационных и технических мероприятий, направленных на повышение эффективности использования топливно-энергетических ресурсов (ТЭР). Основными инструментами энергетического менеджмента являются следующие: энергоаудит; энергетический баланс; эксергетический баланс; пинч-анализ; мониторинг; прогнозирование потребления ТЭР; применение регулируемого электропривода на базе частотных преобразователей. Проведение вышеперечисленных мероприятий приводит к повышению эффективности использования ТЭР, снижению потерь, сокращению выбросов в окружающую среду. Одним из методов повышения энергоэффективности является применение усовершенствованных систем управления технологическим и теплоэнергетическим оборудованием.

2. Структура теплоэнергетических систем

Деятельность социально-экономических и организационно-производственных систем регламентируется системой управления, состоящей из двух составных частей: субъекта и объекта управления [1]. Субъект управления – это

аппарат управления, который разрабатывает планы, требования и контролирует их выполнение. Объектом управления является предприятие. Персонал предприятия выполняет поставленные задачи и формирует отчетную информацию. Опыт и знания персонала – важный ресурс в системе управления.

Структура предприятия подготовки и первичной переработки нефти как энерготехнологической системы представлена на рис. 1.

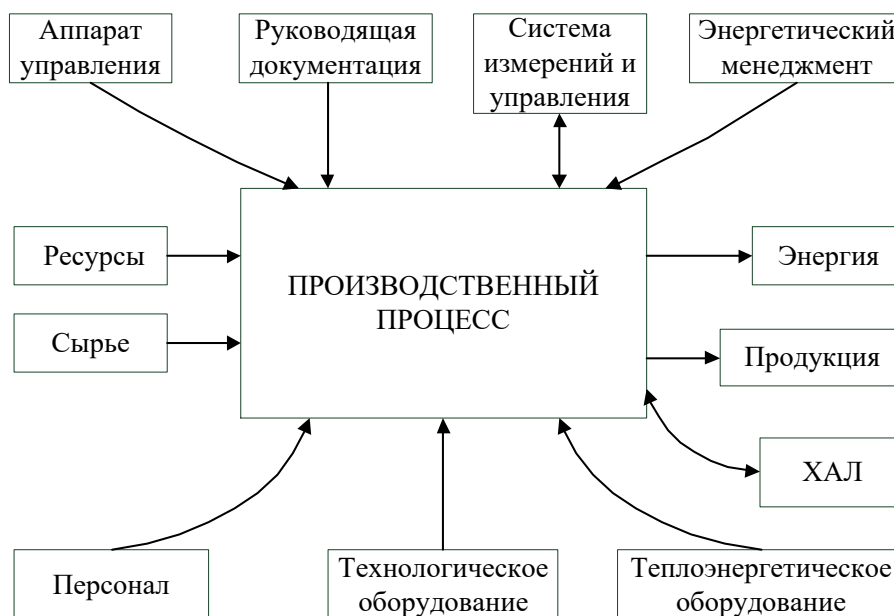


Рис. 1. Структура энерготехнологической системы

Взаимодействие элементов структуры энерготехнологической системы осуществляется следующим образом. Из аппарата управления поступают поручения и планы. Производственный процесс снабжен руководящей документацией, в частности технологическим регламентом, различными инструкциями, руководствами, ГОСТами, ТУ и др. Персонал предприятия осуществляет контроль за соблюдением технологических режимов. Для обеспечения заданных режимов работы оборудования выполняются измерения технологических параметров и управление процессом с применением программно-технических средств. Для контроля качества продукции на предприятиях существуют химико-аналитические лаборатории (ХАЛ).

Энерготехнологическая система содержит следующие элементы:

- источники теплоты (котельные установки, индивидуальные тепловые пункты (ИТП), трубчатые печи ПТБ), предназначенные для производства и передачи теплоты теплоносителями;
- энергомеханическое оборудование (электродвигатели, насосы, вентиляторы), предназначенное для транспортировки технологических и энергетических потоков;
- теплообменное оборудование (кожухотрубчатые, пластинчатые теплообменники), передающее теплоту от одного теплоносителя к другому;

- массообменные аппараты (электродегидраторы, отстойники, газовые и нефтегазовые сепараторы), применяющиеся для разделения поступающей водогазонефтяной смеси на газ, воду, нефть;
- тепломассообменное оборудование (колонные аппараты), предназначенное для разделения исходной смеси на отдельные фракции (в зависимости от назначения – ШФЛУ, стабильная нефть, бензин, дизельное топливо, керосин, газойль, мазут и т.д.);
- вспомогательное оборудование, обеспечивающее хранение сырья, промежуточной и конечной продукции, очистку оборудования, снабжение паром, водой, сжатым воздухом и т.д.;
- потребители.

Применяемое в энерготехнологической системе оборудование можно разделить на две основные группы: технологическое и теплоэнергетическое.

Для управления технологическим оборудованием применяются одноконтурные, каскадные и адаптивные системы управления.

3. Анализ способов управления теплоэнергетическим оборудованием

Проведенный анализ позволил выделить следующие способы управления теплоэнергетическим оборудованием предприятий подготовки и первичной переработки нефти:

- управление по режимным картам;
- одноконтурные и каскадные системы регулирования температуры;
- комбинированные системы регулирования;
- управление с применением частотно-регулируемого электропривода (ЧРЭП).

Управление в автоматическом режиме по режимным картам ведется для трубчатых печей, котлов, ИТП. Следует отметить, что в настоящее время для этих задач применяются отечественные контроллеры.

Для управления печами может применяться контроллер КСА-02 (ООО НПП «Системотехника НН») [2]. Для трубчатых печей необходимо регулировать соотношение «топливный газ–воздух». С помощью режимной карты поддерживается заданная температура путем изменения давлений топливного газа и воздуха. Соотношение «топливный газ–воздух» задается пятью точками режимной карты вентилятора (рис. 2).

По алгоритму определяется воздействие на электропривод вентилятора.

Регулирование температуры нефти на выходе происходит в соответствии с режимной картой для вентилятора и уставкой температуры нефти на выходе печи для регулирующих клапанов топливного газа. В ручном режиме оператор имеет возможность задать частоту вентилятора, соответствующую давлению воздуха, и степень открытия регулирующих клапанов.



Рис. 2. Режимная карта вентилятора

Для стабилизации температуры нефти на выходе применяются одноконтурные и каскадные системы регулирования. Для учета возмущений (температуры и расхода нефти на входе, температуры окружающей среды) предлагается применять комбинированные и каскадно-комбинированные системы регулирования. Для корректировки соотношения «топливный газ–воздух» предлагается применять тепловой и эксергетический расчеты трубчатой печи.

При управлении котлами может применяться контроллер компании Контэл [3]. Регулирование соотношения «топливный газ–воздух» осуществляется с помощью контроллера-регулятора воздуха (РВ). В РВ задается режимная карта котла. К РВ подключаются аналоговые датчики давления газа и давления воздуха. По текущему значению давления газа РВ в соответствии с режимной картой вычисляет необходимое давление воздуха. Регулирование соотношения «топливный газ–воздух» осуществляется подачей импульсов (открытие или закрытие) на электропривод шиберов вентилятора котла или изменением частоты вращения электродвигателя вентилятора котла. Задание частоты передается на частотный преобразователь вентилятора по интерфейсу RS-485.

Для поддержания температуры в помещениях применяются комбинированные системы регулирования. Они сочетают принцип регулирования по отклонению и компенсации измеряемого возмущения. Сначала выполняется синтез системы регулирования по отклонению. Затем определяются передаточные функции возмущения и компенсатора.

Для управления ИТП может применяться контроллер ОВЕН ТРМ-1032М [4]. ТРМ-1032М – контроллер с готовыми алгоритмами для регулирования температуры в системах отопления и горячего водоснабжения (ГВС). Контроллер отопления и ГВС регулирует температуру по заданной уставке или отопительному графику, управляет запорно-регулирующим клапаном (КЗР), циркуляционными насосами, поддерживает давление в системе отопления.

Для регулирования температуры в контуре ТРМ-1032М осуществляет вычисление уставки по заданному пользователем отопительному графику. Это позволяет поддерживать комфортную температуру в помещениях при изменении температуры наружного воздуха. График уставки можно отключить и регулировать температуру в контуре по фиксированному значению.

Компрессоры необходимы для обеспечения системы сжатым воздухом и азотом. Насосы выполняют функции перекачки технологических потоков через оборудование и трубопроводы. Дутьевые вентиляторы нужны для нагнетания воздуха на горение. Управление на базе ЧРЭП применяется для компрессоров, насосов, вентиляторов.

4. Заключение

Таким образом, приведена структура предприятия подготовки и первичной переработки нефти как энерготехнологической системы. На установках подготовки и переработки нефти трубчатые печи применяются для нагрева технологического потока или поддержания температурного режима колонного аппарата («горячая струя»). Котельные и ИТП необходимы для отопления, горячего водоснабжения помещений и технологического водоснабжения. Выполнен анализ способов управления теплоэнергетическим оборудованием энерготехнологической системы. Предложены мероприятия по усовершенствованию управления и энергоэффективности установок подготовки и первичной переработки нефти.

Список использованных источников

1. Основы теории управления экономическими системами : краткий курс лекций для аспирантов 2 курса направления подготовки 38.06.01 Экономика профиль «Экономика и управление народным хозяйством (АПК и сельское хозяйство)» / сост. И. П. Глебов. – Саратов, ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ», 2014. – 133 с.
2. Обзор контроллера КСА-02 [Электронный ресурс] : сайт Системотехника-НН. – URL : <https://systec-nn.ru>
3. ШКА-01–П-Г-2 Шкаф управления котлом [Электронный ресурс] : руководство по эксплуатации. – URL : <https://kontel.ru>
4. ТРМ1032М Контроллер для отопления и ГВС ОБЕН [Электронный ресурс] : сайт ОБЕН-Уфа. – URL : <https://owen-ufa.ru>

КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОРГАНИЗАЦИИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ НАВЫКОВ ОПЕРАТОРОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Аннотация. Статья посвящена повышению качества подготовки операторов современных технических систем вооруженных сил путем внедрения компетентностного подхода. Анализируются эргономические аспекты взаимодействия человека с техникой, предлагаются методики оценки профессиональных навыков и структура автоматизированных систем поддержки принятия решений.

Ключевые слова: компетентностный подход, операторы технических систем, автоматизированные системы поддержки принятия решений, учебно-тренировочные средства.

Новый облик ВС РФ требует появления новой военной техники, способной обеспечить эффективное решение боевых задач в современных условиях. Особая важность развития средств РЭБ была подчеркнута Президентом Российской Федерации при обращении к Федеральному Собранию.

Эффективность применения современных средств вооружения зависит от подготовленности личного состава и его способности в полной мере владеть способами боевого применения, знаний устройства и технических характеристик, умений и навыков эксплуатации техники в сложных боевых условиях.

Постоянное обновление средств вооруженной борьбы, их непрерывное качественное усовершенствование и, как следствие, происходящие изменения в способах подготовки и ведения боевых действий, обуславливают резкое возрастание уровня теоретических знаний и практических навыков, необходимых личному составу для эффективного выполнения своих обязанностей в боевой обстановке [1]. Вследствие этого, в современных условиях особое значение приобретает интенсификация обучения, поиск ускоренных и эффективных путей решения проблемы качественной подготовки операторов – категории, непосредственно определяющей боевую готовность соединения, части и подразделения [2].

Ввиду того, что все современные средства вооружения, военной и специальной техники (ВВиСТ), входящие в состав беспилотных авиационных комплексов, являются сложными техническими системами с обязательным присутствием человека (оператора), а практические навыки специалистов ввиду относительно молодого направления развития вооружения на сегодняшний день требуют более качественного отбора и подготовки кадров.

Поэтому нужна сформированная, выверенная автоматизированная система поддержки принятия решения для лиц, обеспечивающих выполнение поставленных задач в условиях как одиночного, так и группового применения вооружения (рис. 1).

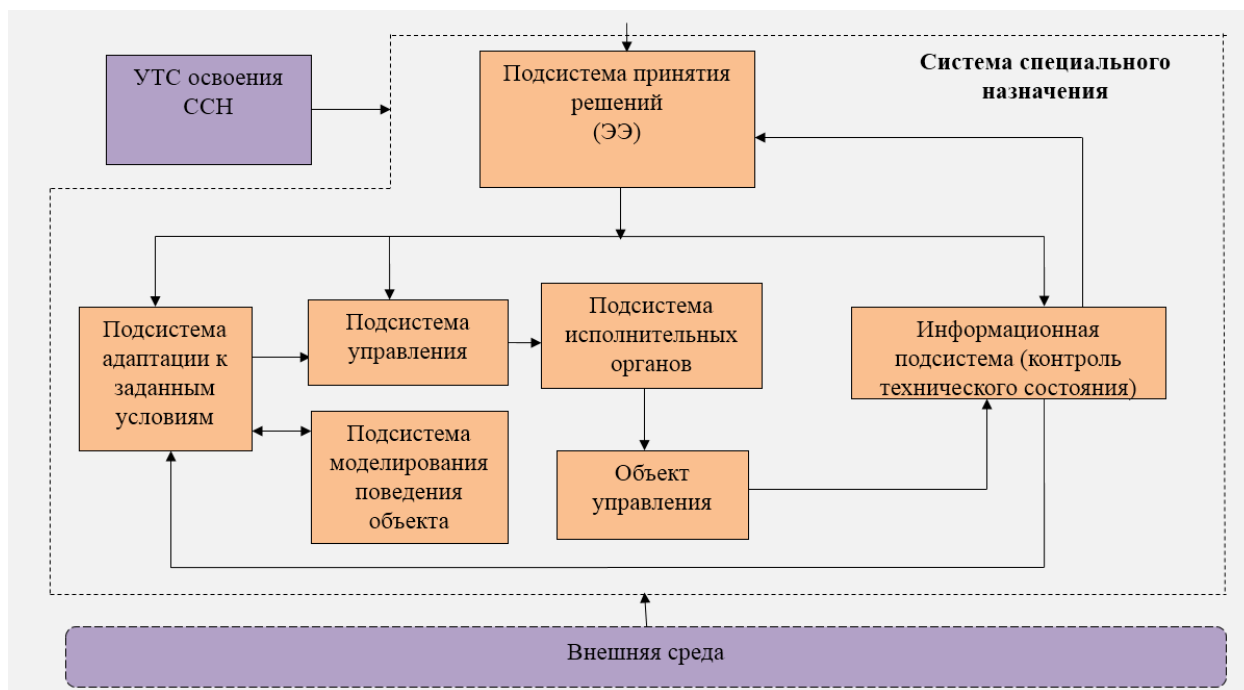


Рис. 1. Обобщенная структурная модель систем специального назначения (ССН)

Совершенствование и усложнение военной техники, непрерывное увеличение объема и сложности решаемых боевых задач, повышение требований к профессиональной подготовке личного состава привели к необходимости повышения качества подготовки человека, обслуживающего военную технику, а также совершенствованию как учебно-тренировочных средств (UTC), так и реальной техники [3].

Учебно-тренировочные средства – специально организованный набор технических средств обучения, в том числе специализированных тренажеров, состав которых определяется конкретной целью подготовки персонала.

Сегодня к UTC относятся: тренажеры (комплексные, индивидуальные, специализированные), учебные командные пункты управления, учебно-тренировочные комплексы, учебные (учебно-боевые) агрегаты, учебные пусковые установки ракет, технические средства обучения и т.д. [4].

Общей характерной чертой, присущей этим системам, является присутствие человека как неотъемлемой части всей системы в целом. Такие системы принято считать эрготехническими. Эрготехническая система (ЭТС) – это разновидность эргатической системы, включающей в свой состав в качестве обязательного компонента технические устройства. Сам человек в них является эргатическим элементом (ЭЭ).

Целью исследования является повышение качества функционирования ССН как эрготехнических систем на основе внедрения в состав комплекса подсистемы контроля и информационного воздействия на оператора в целях обеспечения совершенствования боевого управления и их эффективного использования при решении поставленных задач в бою.

Для достижения этой цели необходимо решить частные задачи:

- провести системный анализ развития и возможностей современных комплексов радиоэлектронной борьбы (РЭБ);
- провести анализ основных целевых задач, решаемых комплексами РЭБ;
- разработать обобщенную структурную модель эрготехнических систем (ЭТС);
- разработать обобщенную структурную модель ЭТС с интегрированной подсистемой контроля и информационного воздействия;
- разработать структурную модель подсистемы контроля и информационного воздействия на оператора в ССН;
- разработать обобщенную структуру автоматизированного управления ССН.

Проблема принятия решений (выбора) составляет суть любой целенаправленной человеческой деятельности. Несмотря на все многообразие ситуаций и условий, в которых производится выбор решения, сам процесс выбора носит достаточно универсальный характер. В отличие от автоматических систем, в которых после их запуска роль человека сводится к контролю за работой системы, в автоматизированных системах человек является главным определяющим звеном этих систем, поэтому необходимо учитывать такие «человеческие» факторы, как индивидуальная психология, пропускная способность человека, скорость реакции, допустимые объемы перерабатываемой информации и т.п.

Для обоснованного подхода к задаче выбора варианта учебной задачи (УЗ) необходимо тщательно проработать проблемную ситуацию завершающим этапом, которой является окончательное принятие решения оператором. Процедура принятия решений представляет собой действие над множеством альтернатив. Для того чтобы имелась возможность сравнивать альтернативы, необходимо выработать критерии предпочтения.

Многокритериальность является способом повышения адекватности описания цели. Введение многокритериальности в задачах принятия решений не должно быть самоцелью. Качество постановки задачи заключается не только и не столько в количестве критериев, сколько в том, чтобы они достаточно адекватно описывали цель принятия решений. Критерии должны описывать по возможности все важные аспекты цели, но при этом желательно минимизировать число необходимых критериев.

Для решения задачи формирования множества альтернатив возможно применение различных методов. Важным моментом при решении данного вопроса является итеративность. Суть ее состоит в том, что на любой последующей стадии должна быть возможность порождения новой учебной задачи и включения ее в состав анализируемых.

Общая постановка задачи выбора варианта УЗ сформулирована следующим образом: при заданных значениях фиксированных и неконтролируемых факторов $P_1, P_2, \dots, P_p$, стохастических неконтролируемых факторов $Y_1, Y_2, \dots, Y_q$ с учетом неопределенных факторов $E_1, E_2, \dots, E_r$ найти $L_{1opt}, L_{2opt}, \dots, L_{sopt}$, принадлежащее областям их допустимых значений $W_{x1}, W_{x2}, \dots, W_{xl}$, которые обращают в максимум критерии оптимальности R_i .

Процесс принятия решений является сложным, но, имея развитой математический аппарат, можно обоснованно подходить к проблеме принятия решений. На основании проведенных в данном пункте исследований была разработана модель, целью которой является получение наиболее обоснованных и достоверных результатов при решении многокритериальных задач, в которых возникают несогласованные решения и конфликтные ситуации.

Таким образом, при построении и реализации моделей следует уделять внимание обеспечению процесса использования моделей всеми видами необходимых ресурсов (энергетические, материальные, временные и информационные), которые позволяют обеспечить выполнение условий качества и своевременности. Разработанная модель позволяет конкретно и целенаправленно решить задачу выбора (изменения) варианта учебных задач в учебно-тренировочных средствах для автоматизации процесса освоения.

Список использованных источников

1. Основные направления создания и развития системы технических средств обучения личного состава ВВС : науч.-техн. сб. – М. : В/ч 48230, 1989. – Вып. 5(377). – 50 с.
2. Белкин, А. Р. Анализ и оценка традиционных и нетрадиционных механизмов получения и обобщения новых знаний. / А. Р. Белкин, С. И. Шумов // ИНФО. – 1994. – № 6. – С. 8 – 10.
3. Алексеев, В. В. Методика оценки адекватности имитационного моделирования по информационному полю в компьютерных системах освоения сложных эргатических комплексов / В. В. Алексеев, В. А. Дикарев, В. Н. Потапов // Информатика: проблемы, методология, технологии : материалы XII Междунар. науч.-практ. конф., Воронеж, 9–10 февраля 2012 г. : в 2 т. – 2012. – С. 7 – 9.
4. Анализ эффективности применения информационных технологий в учебно-тренировочных средствах / В. В. Шатских, М. А. Свиридов, Д. В. Терехов и др. // Информатика: проблемы, методы, технологии : сб. материалов XXIV Междунар. науч.-практ. конф. – 2024. – С. 579 – 584.

АДАПТИВНАЯ МЕТОДИКА УПРАВЛЕНИЯ МЕЛКОСЕРИЙНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Аннотация. Разработана комплексная методика адаптивного планирования для мелкосерийного машиностроительного производства в условиях высокой номенклатурной изменчивости. Предложен алгоритм динамической оптимизации производственных графиков, интегрирующий методы группировки заказов по технологической схожести и механизмы корректировки плана при сбоях. Математическая модель минимизирует суммарные издержки с учетом временных, технологических и экономических ограничений.

Ключевые слова: мелкосерийное производство, адаптивное планирование, цифровизация, экономическая эффективность, оптимизация.

1. Введение

Кардинальные изменения в структуре машиностроительного производства России обуславливают необходимость новых подходов к организации мелкосерийного выпуска продукции [1]. Сокращение гособоронзаказа и международные санкции вынуждают предприятия переходить на выпуск разнородной продукции мелкими сериями, что сопровождается ростом издержек на 30% и увеличением себестоимости на 15...40% [2]. Целью исследования является разработка методики автоматизированного управления, сочетающей адаптивное планирование, цифровые технологии и экономическую оптимизацию для условий высокой номенклатурной изменчивости.

Цифровая трансформация производства на базе современных технологий открывает новые возможности оптимизации [5]. Однако существующие исследования [6, 7] предлагают лишь фрагментарные решения, не учитывающие комплексного взаимодействия технологических, организационных и экономических аспектов. Особую актуальность приобретают задачи разработки адаптивных систем управления, способных обеспечить:

- оперативное реагирование на изменения номенклатуры;
- минимизацию времени переналадки;
- экономическую эффективность при малых сериях;
- интеграцию с используемым оборудованием без капитальной модернизации.

Целью настоящего исследования является разработка комплексной методики автоматизированного управления мелкосерийным производством, сочетающей адаптивные алгоритмы планирования, модели экономической оптими-

зации и архитектуру цифровой интеграции для условий высокой номенклатурной изменчивости и ограниченных ресурсов.

2. Математическая модель управления мелкосерийным производством

Управление мелкосерийным производством в условиях высокой номенклатурной изменчивости требует принципиально новых подходов к оптимизации. Частая смена изделий (до 5 – 7 переналадок в смену) приводит к критическим потерям: простой оборудования достигают 30% рабочего времени, а доля непроизводительных затрат в себестоимости превышает 25% [1]. Традиционные модели планирования, рассчитанные на стабильную номенклатуру, не учитывают ключевые факторы российских предприятий – ограниченность инвестиционных ресурсов, морально устаревшее оборудование и зависимость от нестабильных поставок комплектующих [2].

Целью разработанной математической модели является комплексная минимизация издержек при сохранении гибкости производства. В отличие от зарубежных аналогов [3], модель учитывает технологическую специфику машиностроения: разнородность операций обработки, необходимость перенастройки оснастки, вариативность маршрутов изготовления деталей. Особое внимание уделяется экономическим ограничениям — порогам рентабельности для мелких серий (от 5 до 50 единиц) и адаптации к санкционным условиям, требующим оперативной замены поставщиков.

Структурно модель интегрирует три компонента: технологический (параметры обработки, требования к качеству), организационный (графики переналадки, квалификация персонала) и экономический (себестоимость, штрафные санкции). Это позволяет оптимизировать не отдельные показатели, а их синергетическое взаимодействие, что особенно важно при работе с разнородными заказами в условиях дефицита производственных мощностей.

Математическая модель оптимизации формализована как задача минимизации целевой функции:

$$\min \sum (t_{\text{пер}} \cdot c_{\text{пр}} + c_{\text{обр}} + k_{\text{штр}} \cdot \Delta t), \quad (1)$$

где $t_{\text{пер}}$ — время переналадки; $c_{\text{пр}}$ — стоимость простоя; $c_{\text{обр}}$ — себестоимость обработки; $k_{\text{штр}}$ — коэффициент штрафа за задержку заказа; Δt — задержка времени выполнения заказа.

В математической модели следует также учесть некоторые ограничения. Задержка времени выполнения i -го заказа в данном случае определяется как

$$\Delta t_i = \max(t_{\text{факт}i} - t_{\text{план}i}), \quad (2)$$

где $t_{\text{план}i}$ — плановый срок выполнения заказа; $t_{\text{факт}i}$ — фактический срок; $i \in I$ — множество производственных заказов.

При построении методики управления мелкосерийным производством следует учесть, что каждая операция каждого заказа должна быть выполнена ровно один раз на каком-либо оборудовании в какой-либо период:

$$\sum_{m \in M} \sum_{t \in T} x_{ijmt} = 1, \quad i \in I, j \in J, \quad (3)$$

Начало операции j не может быть раньше окончания предыдущей операции $j - 1$ плюс время переналадки, $i \in I$ – множество производственных заказов, $j \in J$ – множество технологических операций.

Кроме того, на одном оборудовании в один момент времени может выполняться только одна операция:

$$s_{\text{нач}i_2j_2m} \geq s_{\text{кон}i_1j_1m}, \quad (i_1, j_1)(i_2, j_2), \quad m \in M, \quad (4)$$

где $s_{\text{нач}i_2j_2m}$ – время начала выполнения j -й операции i -го заказа на оборудовании m ; $s_{\text{кон}i_1j_1m}$ – время окончания выполнения j -й операции i -го заказа на оборудовании m , $m \in M$ – множество единиц оборудования.

Фактическое время окончания последней операции J_i i -го заказа определяет задержку Δt_i , т.е.

$$s_{\text{кон}iJ_im} \leq t_{\text{план}i} + \Delta t_i. \quad (5)$$

Также следует учесть и логистические ограничения, при которых ни одна из операций не может начаться до поступления заказа в систему

$$s_{\text{нач}i_2j_2m} \geq r_i, \quad (6)$$

где r_i – время поступления i -го заказа в систему.

При этом суммарная длительность операций на оборудовании m в период t не превышает его доступную мощность C_{mt} :

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijmt} d_{ijm} \leq C_{mt}, \quad t \in T, \quad (7)$$

где d_{ijm} – длительность выполнения операции j i -го заказа на оборудовании m .

Предложенная математическая модель (1) с учетом ограничений (2) – (7) позволяет оптимизировать производство по критерию минимума суммарных издержек, учитывая ключевые особенности мелкосерийного машиностроения: высокую вариативность номенклатуры, ограниченность ресурсов и необходимость оперативного реагирования на изменения.

3. Алгоритм управления мелкосерийным производством в условиях неопределенности с автоматической корректировкой графиков

Модель (1) реализует целевую функцию минимизации суммарных издержек производства, где ключевые параметры динамически вычисляются в процессе планирования. Основываясь на полученной модели, построим алгоритм управления мелкосерийным производством в условиях неопределенности с автоматической корректировкой графиков. Архитектура алгоритма адаптивного планирования представлена на рис. 1.

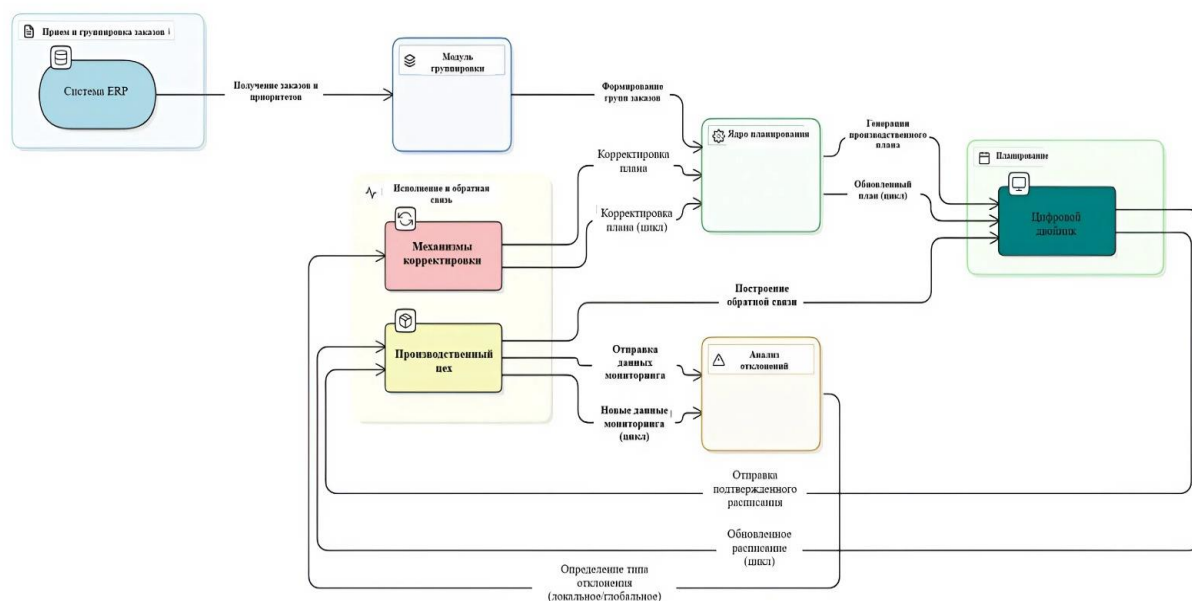


Рис. 1. Алгоритм управления мелкосерийным производством в условиях неопределенности с автоматической корректировкой графиков

Предложенный алгоритм начинает работу с анализа входящих производственных заданий, группируя их по принципу технологической схожести. Для каждого заказа оцениваются: используемые материалы, набор операций обработки и требуемая оснастка. Коэффициент схожести рассчитывается как взвешенная сумма пересечений технологических параметров, что позволяет минимизировать время переналадки при переходе между изделиями внутри одной группы. Пороговое значение схожести динамически адаптируется к текущей загрузке оборудования и приоритету заказов, обеспечивая баланс между эффективностью и гибкостью.

На основе сформированных групп строится первоначальный график с использованием модифицированного ТУР (Task-Oriented Routing) алгоритма, оптимизирующего последовательность обработки с учетом времени переналадки и приоритетов. В режиме реального времени система отслеживает производственные отклонения через интеграцию с датчиками оборудования и MES-системой. При возникновении сбоев (задержки поставок на >20% времени обработки, поломки оборудования >1 часа, поступлении срочных заказов) автоматически активируются механизмы корректировки: для незначительных отклонений – локальная оптимизация перестановкой смежных операций, для критических – полный пересчет плана.

Каждый скорректированный план тестируется в цифровом двойнике производственного участка, где моделируются стохастические события (задержки материалов, колебания качества сырья). Результаты стресс-тестов используются для адаптации весовых коэффициентов целевой функции, балансирующей три ключевых параметра: суммарное время переналадки, соблюдение сроков и

загрузку оборудования. Окончательный график передается в ERP-систему и на исполнительные устройства, а данные о фактическом выполнении поступают в машинную модель для непрерывной работы с алгоритмом управления и его адаптации.

4. Заключение

Разработанная методика адаптивного планирования представляет собой комплексное решение актуальных проблем управления мелкосерийным производством в условиях высокой номенклатурной изменчивости и внешних ограничений. Предложенный подход позволяет предприятиям сохранять конкурентоспособность за счет одновременной оптимизации технологических, экономических и организационных аспектов производства.

Разработанный алгоритм адаптивного планирования и математическая модель представляют теоретическую основу для управления мелкосерийным производством в условиях высокой номенклатурной изменчивости. Математическая модель минимизации суммарных издержек производства интегрирует ключевые параметры себестоимости, включая время переналадки оборудования, стоимость простоя и штрафные санкции за срыв сроков. Алгоритм, основанный на динамической группировке заказов по технологической схожести и механизмах оперативной корректировки графиков, формализован с учетом временных, технологических и экономических ограничений.

Полученные результаты имеют значительный практический потенциал для цифровой трансформации машиностроительных предприятий России.

Список использованных источников

1. Адаптивное планирование организации производства промышленного предприятия / В. М. Бабушкин, И. Ш. Шарафеев, Р. З. Валиуллин, Г. Ф. Мингалеев // *Computational Nanotechnology*. – 2019. – № 3.
2. Капулин, Д. В. Автоматизация планирования мелкосерийного производства сетевыми методами / Д. В. Капулин, М. В. Винниченко, Д. И. Винниченко // *Прикладная информатика*. – 2016. – № 6(66).
3. Колеганова, Е. А. Управление рисками заказного мелкосерийного производства / Е. А. Колеганова, А. И. Хаймович, А. М. Kovaleva // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. – 2023. – Т. 25, № 4(114). – С. 29 – 35.
4. Лаптев, А. А. Автоматизация внутрицехового оперативного планирования для единичного и мелкосерийного производства / А. А. Лаптев, С. Д. Третьяков // *Перспективы науки*. – 2023. – № 7(166). – С. 60 – 65.
5. Баранов, А. А. Автоматизация оперативного планирования мелкосерийного машиностроительного производства : специальность 05.13.06 «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами

(по отраслям)» : автореф. дис. ... канд. техн. наук / А. А. Баранов. – Владимир, 2010. – 18 с.

6. Смирнова, М. С. Управление технологическими комплексами сборочно-монтажного производства в условиях неопределенности : специальность 05.13.06 «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (по отраслям)» : дис. ... канд. техн. наук / М. С. Смирнова. – СПб., 2008. – 18 с.

7. Магамадалиев, Э. А. Разработка методов и средств проектного управления машиностроительным автоматизированным мелкосерийным производством : специальность 05.13.06 «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (по отраслям)» : дис. ... канд. техн. наук / Э. А. Магамадалиев. – М., 2009. – 24 с.

УДК 004.942

В. Л. Абрамян

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: abramian.vl@phystech.edu

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОЛИЧЕСТВА СЛОТОВ В РАУНДЕ ИНВЕНТАРИЗАЦИИ НА ВЕРОЯТНОСТЬ ЧТЕНИЯ RFID МЕТКИ

Аннотация. В работе исследуется влияние параметра Q , определяющего количество слотов в раунде инвентаризации RFID системы, на вероятность успешного чтения пассивной метки. Анализ проводится в условиях различной плотности RFID меток на поле с использованием дискретно-событийной имитационной модели. Особое внимание уделено динамическому изменению Q с помощью команды QueryAdjust.

Ключевые слова: RFID, радиочастотная идентификация, параметр Q , QueryAdjust.

1. Введение

Радиочастотная идентификация (RFID) – это технология автоматической идентификации объектов с использованием радиосигналов [1]. Динамичное расширение сферы использования технологии RFID подтверждается рядом обзорных исследований, в которых рассматриваются приложения в транспорте и сельском хозяйстве [2], на строительных объектах и при мониторинге техники [3], в логистике [4], а также в навигационных системах [5].

Одной из ключевых задач в RFID системах является корректное выполнение процедуры инвентаризации, т.е. обнаружение и идентификация всех меток, находящихся в зоне действия считывателя. Инвентаризация реализуется с помощью специально разработанных протоколов, в том числе стандарта EPCglobal Class-1 Generation-2 (EPC Gen2) [1], в котором для устранения коллизий между метками используется слотированная схема опроса.

Каждый раунд инвентаризации состоит из определенного числа временных интервалов – слотов, в рамках которых метки могут ответить на команду считывателя. Количество слотов определяется параметром Q , задающим длину раунда как 2^Q . В начале раунда считыватель отправляет команду Query, которая сообщает меткам текущее значение Q и другие параметры инвентаризации. Каждая метка, получив Query, случайным образом выбирает слот из диапазона

от 0 до $2^Q - 1$ и начинает обратный отсчет (уменьшает значение счетчика слотов на 1 после каждой команды QueryRep). Когда отсчет достигает нуля, метка передает свой ответ. Если две и более метки выбрали один и тот же слот, возникает коллизия, и ответ не может быть корректно обработан считывателем.

Для динамического управления числом слотов во время одного и того же раунда предусмотрена команда QueryAdjust, с помощью которой считыватель может изменить значение параметра Q на единицу (или оставить его без изменений). После получения QueryAdjust метки, участвующие в раунде инвентаризации, пересчитывают свои счетчики слотов заново с новым значением Q , что позволяет адаптировать число слотов в зависимости от плотности меток. Таким образом, эффективное использование команды QueryAdjust повышает вероятность чтения меток и снижает количество коллизий в реальных условиях. Изучение алгоритмов коррекции параметра Q и команды QueryAdjust проводилось в статьях [6 – 8]. В отличие от них в данной работе рассматривается влияние параметра Q и команды QueryAdjust на вероятность успешного чтения в случае движения считывателя относительно меток, расположенных на поле.

2. Зависимость вероятности успешного чтения от значения параметра Q

Количество меток в зоне действия считывателя оказывает существенное влияние на вероятность успешного чтения. В данной главе рассмотрены разные случаи зависимости вероятности успешного чтения метки в зависимости от Q .

На рисунке 1 приведены результаты дискретно-событийного моделирования в случае отсутствия коллизий, когда в зоне действия считывателя находится только одна метка.

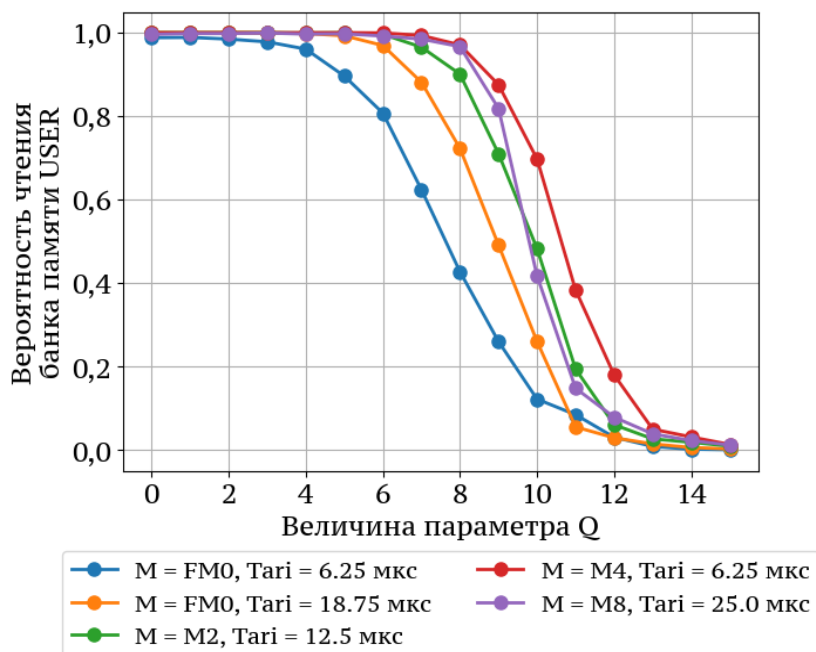


Рис. 1. Зависимость вероятности успешного чтения от величины параметра Q в случае без коллизий

Рассматривались различные комбинации параметров M и Tag_i , рекомендованные стандартом EPC Gen2. Видно, что при значениях Q от 0 до 5 вероятность чтения остается высокой (близкой к 1.0) для всех режимов. Однако, начиная с $Q \approx 7$, вероятность резко падает. Это обусловлено тем, что при большом числе слотов в раунде инвентаризации (например, 128 слотов при $Q = 7$) метка может не дожидаться следующего раунда из-за ограничения времени контакта со считывателем. Таким образом, слишком большие значения Q приводят к значительным потерям вероятности чтения даже в отсутствие коллизий.

Полученные результаты подчеркивают необходимость подбора параметра Q с учетом длительности взаимодействия и особенностей канала связи, особенно при работе с подвижной платформы, такой как беспилотный летательный аппарат.

На рисунке 2 показана зависимость вероятности успешного чтения памяти USER от значения Q при различном числе меток в зоне чтения. В случае одной метки (отсутствие коллизий) кривая совпадает с результатами предыдущего эксперимента: при увеличении Q вероятность падает из-за чрезмерной длины раунда. Однако при наличии 5, 15 или 25 меток наблюдается иная картина: при малых значениях Q вероятность стремится к нулю из-за высокой плотности коллизий. При увеличении Q вероятность чтения растет – метки распределяются по слотам эффективнее. Тем не менее, начиная с определенного значения Q , вероятность снова снижается, поскольку даже при отсутствии коллизий время ожидания меткой подходящего слота становится слишком большим, и она не успевает завершить процедуру чтения до выхода из зоны видимости считывателя.

Таким образом, существует оптимальное значение параметра Q , зависящее от плотности меток в сенсорном поле. Это значение обеспечивает баланс между риском коллизий и избыточной длительностью раунда. Подбор параметра Q становится особенно актуальным при работе с подвижной платформы, такой как БПЛА.

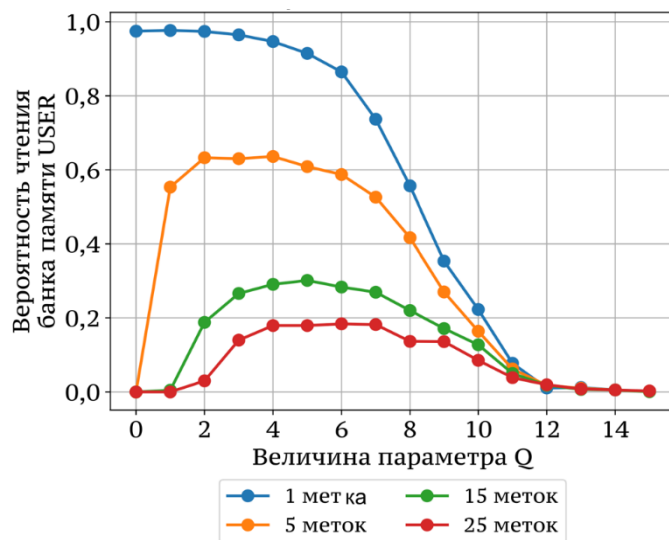


Рис. 2. Зависимость вероятности успешного чтения от величины параметра Q в случае с коллизиями

3. Зависимость вероятности успешного чтения от начального значения параметра Q при использовании QueryAdjust

В случае использования команды QueryAdjust считыватель способен быстро скорректировать начальное значение параметра Q , так как внутри одного раунда инвентаризации может быть неограниченное количество данных команд. Из рисунка 3 видно, что в таком случае зависимость вероятности успешного чтения практически не зависит от начального значения параметра Q .

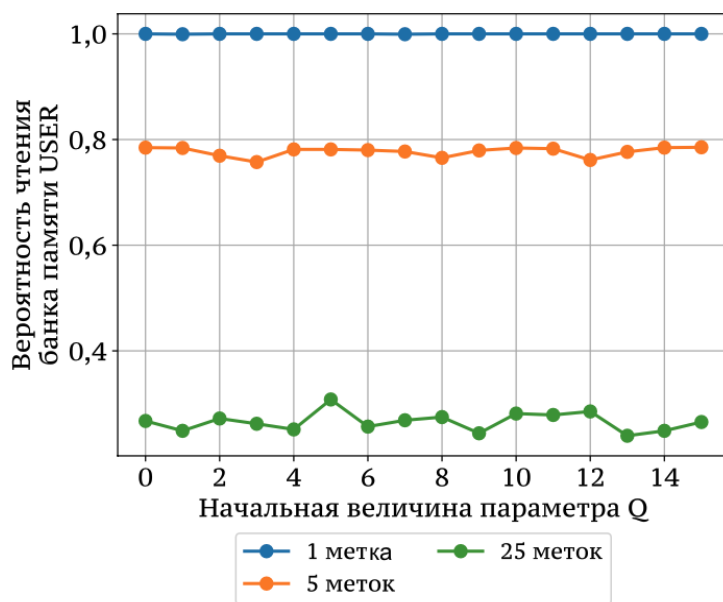


Рис. 3. Зависимость вероятности от стартового Q при использовании алгоритма QueryAdjust

4. Заключение

В настоящей работе исследовано влияние величины параметра Q , определяющего количество слотов в раунде инвентаризации, на вероятность успешного чтения RFID метки. Рассмотрены два характерных сценария: без коллизий (одна метка в зоне действия считывателя) и с коллизиями (несколько меток в сенсорном поле). Показано, что при отсутствии коллизий чрезмерно высокие значения Q снижают вероятность чтения за счет увеличения длительности раунда, в то время как при наличии коллизий наблюдается выраженный максимум – оптимальная зона значений Q , обеспечивающая баланс между риском коллизий и длительностью ожидания слота. Полученные результаты позволяют более точно настраивать параметры протокола EPC Gen2 при построении RFID систем в составе мобильных платформ, таких как БПЛА.

Список использованных источников

1. EPC™ Radio-Frequency Identity Protocols Generation-2 UHF RFID Standard. Specification for RFID Air Interface Protocol for Communications at 860 MHz – 960 MHz. Release 2.1. – Wellington : EPCGlobal, 2015. – 157 p.

2. Jung, K. A Systematic Review of RFID Applications and Diffusion: Key Areas and Public Policy Issues / K. Jung, S. Lee // Journal of Open Innovation: Technology, Market, and Complexity. – 2015. – V. 1, No. 9. – P. 1 – 9.
3. Role of RFID Technologies in Transportation Projects: A Review / D. K. Sharma, R. V. Mahto, Ch. Harper, Sh. Alqattan // International Journal of Technology Intelligence and Planning. – 2020. – V. 12, No. 4. – P. 349 – 377.
4. Casella, G. The Evolution of RFID Technology in the Logistics Field: A Review / G. Casella, B. Bigliardi, E. Bottani // Procedia Computer Science. – 2022. – V. 200, No. 1. – P. 1582 – 1592.
5. Indoor Positioning and Wayfinding Systems: A Survey / J. Kunhoth, A. Karkar, S. Al-Maadeed, A. Al-Ali // Human-centric Computing and Information Sciences. – 2020. – V. 10, No. 1. – P. 2 – 41.
6. Alhuthali, Shakir A. H. MuradAn Effective Tag Estimation Method Based upon Artificial Neural Networks and Signal Strength for Anticollision in Radio Frequency Identification Systems / Alhuthali, Shakir A. H. Murad, Mohsin Tasadduq // International Journal of Computational Intelligence Systems. – 2024.
7. Cerciello, Eleonora Optimization of tag anti-collision algorithm for EPC Gen2 RFID / Eleonora Cerciello, Gianluca Massei, Luigi Paura // 2014 Euro Med Telco Conference – From Network Infrastructures to Network Fabric: Revolution at the Edges, EMTC. – 2014.
8. Pawłowicz, Bartosz Trybus, Dynamic RFID identification in urban traffic management systems / Pawłowicz, Bartosz Trybus, Bartosz Salach // Sensors – 2020.

УДК 621.391

Е. А. Барабанова, А. Д. Корнеев

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: anton.korneev.2011@yandex.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЗАЯВКАМИ ДЛЯ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОМЕХ

Аннотация. Рассмотрены переходной режим работы системы массового обслуживания с отрицательными заявками, граф состояний СМО с пуассоновским входным потоком, одним обслуживающим устройством и буфером ограниченного размера. Разработана математическая модель и комплекс программ, позволяющие получить численные значения характеристик исследуемой системы – пропускную способность системы, вероятность потери пакетов и время установления стационарного режима.

Ключевые слова: система массового обслуживания, отрицательные заявки, помехи, устойчивость.

1. Введение

Одной из ключевых задач при проектировании и модернизации систем связи является достижение их устойчивости к внешним воздействиям, способным нарушить нормальное функционирование сети.

Для анализа производительности телекоммуникационных сетей широко применяется математический аппарат теории массового обслуживания [1]. При этом одним из способов описать воздействие различных помех (импульсных подавляющих, спуфинга и т.п.) является использование модели системы массового обслуживания (СМО) с отрицательными заявками, понятие которой впервые ввел Е. Геленбе [2]. Затем данные системы применительно к системам связи получили свое развитие в работах [3 – 6].

Следует отметить, что СМО с отрицательными заявками хорошо изучены в стационарном режиме [2, 4]. Нестационарные режимы работы данных систем описаны только в ряде работ, например в [4, 5]. При этом при воздействии помех, когда происходят регулярные переключения каналов связи, важно учитывать именно переходные режимы [3]. Это особенно актуально для современных беспроводных сетей, отличающихся высокой интенсивностью передачи данных, подверженностью влиянию атмосферных явлений, промышленных помех и воздействию злоумышленников.

Таким образом для оценки устойчивости беспроводной системы связи при внешних воздействиях предлагается подход с применением модели СМО с отрицательными заявками, позволяющий по изменению пропускной способности сети определить уровень ее устойчивости.

2. Постановка задачи

В ходе работы исследуется работа базовой станции сети связи нового поколения. На вход приемников базовой станции могут поступать пакеты, в которые в ходе передачи умышленно или случайно вносятся изменения, вследствие чего пакет не может быть корректно обработан. Воздействия, оказываемые на пакеты данных, могут быть естественными (сильный ветер, ураган, туман и т.п.) или искусственными, которые в свою очередь делятся на непреднамеренные (помехи силовых электроприборов, шумы и т.п.) и преднамеренные (подавляющие помехи, импульсные помехи, спуфинг и т.п.). Все эти помехи, оказывающие негативное воздействие на поступающий сигнал, описываются СМО с отрицательными заявками и ограниченным буфером размером n .

В данной статье исследуется переходный режим СМО с отрицательными заявками с применением метода матрицы преобразования вероятностей [3] для графа произвольной размерности с заранее известными интенсивностями поступления отрицательных и положительных заявок λ_1 и λ_2 и интенсивностями обслуживания положительных и отрицательных заявок μ_1 и μ_2 соответственно.

3. Модель для анализа устойчивости беспроводной сети при воздействии помех

Для нахождения решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова предлагается использовать метод матрицы преобразования вероятностей [3]. Данный метод позволяет получить зависимости вероятностей состояний системы от времени в произвольный момент времени, опираясь на значения матрицы преобразования вероятностей $M(t)$ и значения вероятностей состояний в некоторый нулевой момент времени t_0 $P_0(t)$

$$P(t) = M(t)P_0(t_0). \quad (1)$$

Для нахождения вероятности потерь пакетов необходимо вычислить сумму вероятностей нахождения системы в состояниях с заполненным буфером:

$$p_{\text{потерь}} = \sum_{i=0}^n p_{i(n-i)}(t). \quad (2)$$

В качестве показателя устойчивости примем пропускную способность системы, которая вычисляется по формуле (3):

$$A_i(t) = \lambda_i (1 - p_{\text{потерь}}(t)). \quad (3)$$

4. Численные расчеты и визуализация результатов моделирования

Для исследования устойчивости системы был разработан алгоритм, формирующий граф состояний исследуемой СМО (рис. 1), систему уравнений Колмогорова (рис. 2) и матрицу преобразования вероятностей.

В данном алгоритме p_{00} – состояние, при котором в исследуемой системе 0 положительных и 0 отрицательных заявок. Состояния с первым индексом, отличным от 0 ($p_{01}, p_{02}, \dots, p_{0(n+1)}$) показывают, что в системе находится какое-то количество положительных заявок (1, 2 и т.д.) – одна в обработке, оставшиеся – в буфере. Состояния со вторым индексом отличным от 0 ($p_{10}, p_{11}, \dots, p_{1n}, \dots, p_{(n+1)0}$) показывают наличие какого-то количества отрицательных заявок (1, 2, ..., n).

В ходе работы были получены численные результаты для заданных параметров интенсивностей поступления положительных заявок $\lambda_1 = 750$ Мбит/с и отрицательных заявок $\lambda_2 = 500$ Мбит/с, а также интенсивностей обслуживания положительных $\mu_1 = 960$ Мбит/с и отрицательных $\mu_2 = 530$ Мбит/с заявок (рис. 3).

В ходе работы были получены значения одного из основных показателей устойчивости сети – пропускной способности сети при поступлении положительных заявок $A_1(t) = \lambda_1(1 - p_{\text{потерь}}(t))$ и отрицательных заявок $A_2(t) = \lambda_2(1 - p_{\text{потерь}}(t))$, где $A(t)$ – пропускная способность, зависящая от времени, $p_{\text{потерь}}(t)$ – вероятность нахождения системы в состояниях с заполненным буфером (при этом все новые поступающие пакеты отбрасываются).

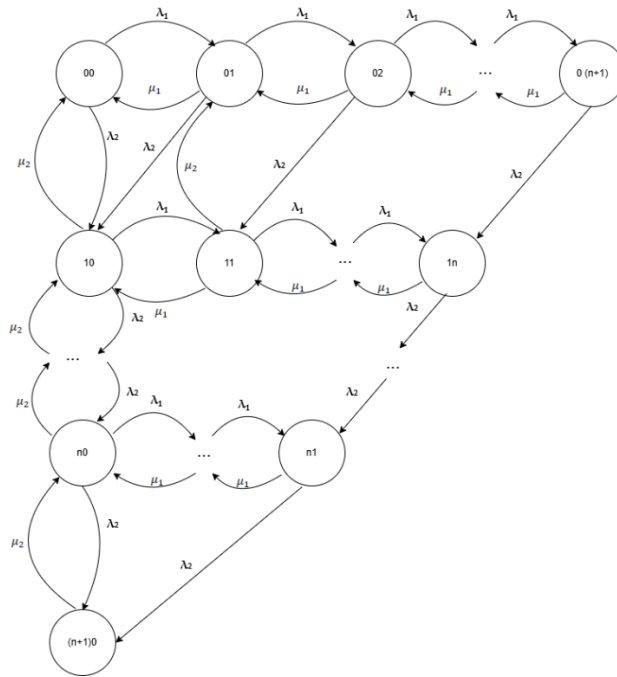


Рис. 1. Граф состояний исследуемой СМО

$$\begin{cases} \frac{dp_{00}(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2)p_{00}(t) + \mu_1 p_{01}(t) + \mu_2 p_{10}(t) \\ \frac{dp_{01}(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1)p_{01}(t) + \lambda_1 p_{00}(t) + \mu_1 p_{02}(t) + \mu_2 p_{11}(t) \\ \frac{dp_{02}(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1)p_{02}(t) + \lambda_1 p_{01}(t) + \mu_1 p_{03}(t) + \mu_2 p_{12}(t) \\ \frac{dp_{03}(t)}{dt} = -(\lambda_2 + \mu_1)p_{03}(t) + \lambda_1 p_{02}(t) \\ \frac{dp_{10}(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2)p_{10}(t) + \lambda_2 p_{00}(t) + \lambda_2 p_{01}(t) + \mu_1 p_{11}(t) + \mu_2 p_{20}(t) \\ \frac{dp_{11}(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2 + \mu_1)p_{11}(t) + \lambda_2 p_{02}(t) + \lambda_1 p_{10}(t) + \mu_1 p_{12}(t) + \mu_2 p_{21}(t) \\ \frac{dp_{12}(t)}{dt} = -(\lambda_2 + \mu_2 + \mu_1)p_{12}(t) + \lambda_2 p_{03}(t) + \lambda_1 p_{11}(t) \\ \frac{dp_{20}(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2)p_{20}(t) + \lambda_2 p_{10}(t) + \lambda_2 p_{11}(t) + \mu_1 p_{21}(t) + \mu_2 p_{30}(t) \\ \frac{dp_{21}(t)}{dt} = -(\lambda_2 + \mu_2 + \mu_1)p_{21}(t) + \lambda_2 p_{12}(t) + \lambda_1 p_{20}(t) \\ \frac{dp_{30}(t)}{dt} = -(\mu_2)p_{30}(t) + \lambda_2 p_{20}(t) + \lambda_2 p_{21}(t) \end{cases}$$

Рис. 2. Визуализация системы уравнений Колмогорова для базовой станции с размером буфера приемного устройства $n = 2$

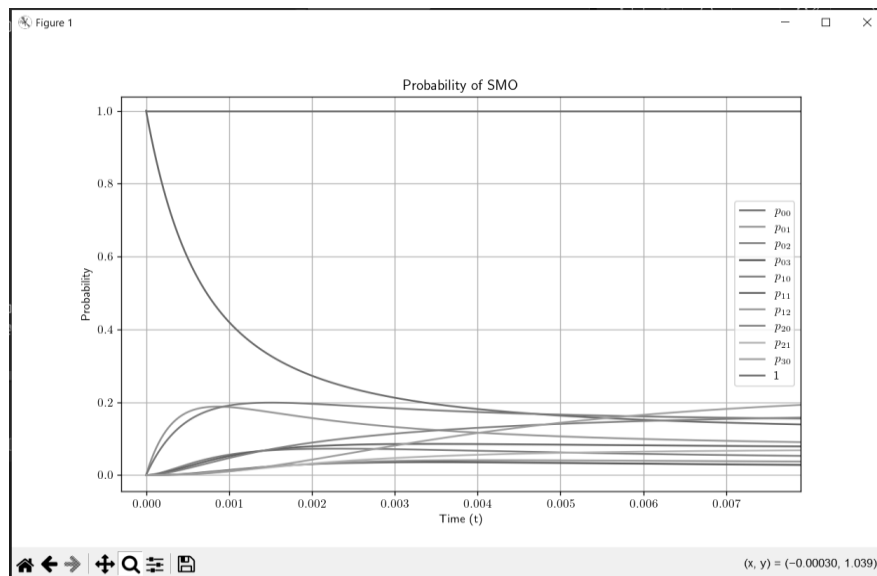


Рис. 3. Вероятности состояний СМО с отрицательными заявками

При выбранных параметрах исследуемой системы устойчивость остается высокой, так как интенсивность обслуживания выше интенсивности поступления (пропускная способность положительных заявок больше пропускной способности отрицательных заявок).

После этого были получены значения пропускной способности при разных интенсивностях обслуживания отрицательных заявок базовой станции μ_2 (530 и 1600 Мбит/с). Такой подход позволяет проанализировать пропускную способность системы при воздействии помех, а также исследовать влияние производительности приемопередающего оборудования на этот показатель. На графиках (см. рис. 4) черные кривые соответствуют $A_1(t)$, а серые – $A_2(t)$, при этом сплошными линиями представлены значения пропускной способности при $\mu_2 = 530$ Мбит/с, а пунктирными при $\mu_2 = 1600$ Мбит/с. Как видно, при увеличении μ_2 пропускная способность, а, следовательно, и устойчивость обслуживающего устройства возрастает.

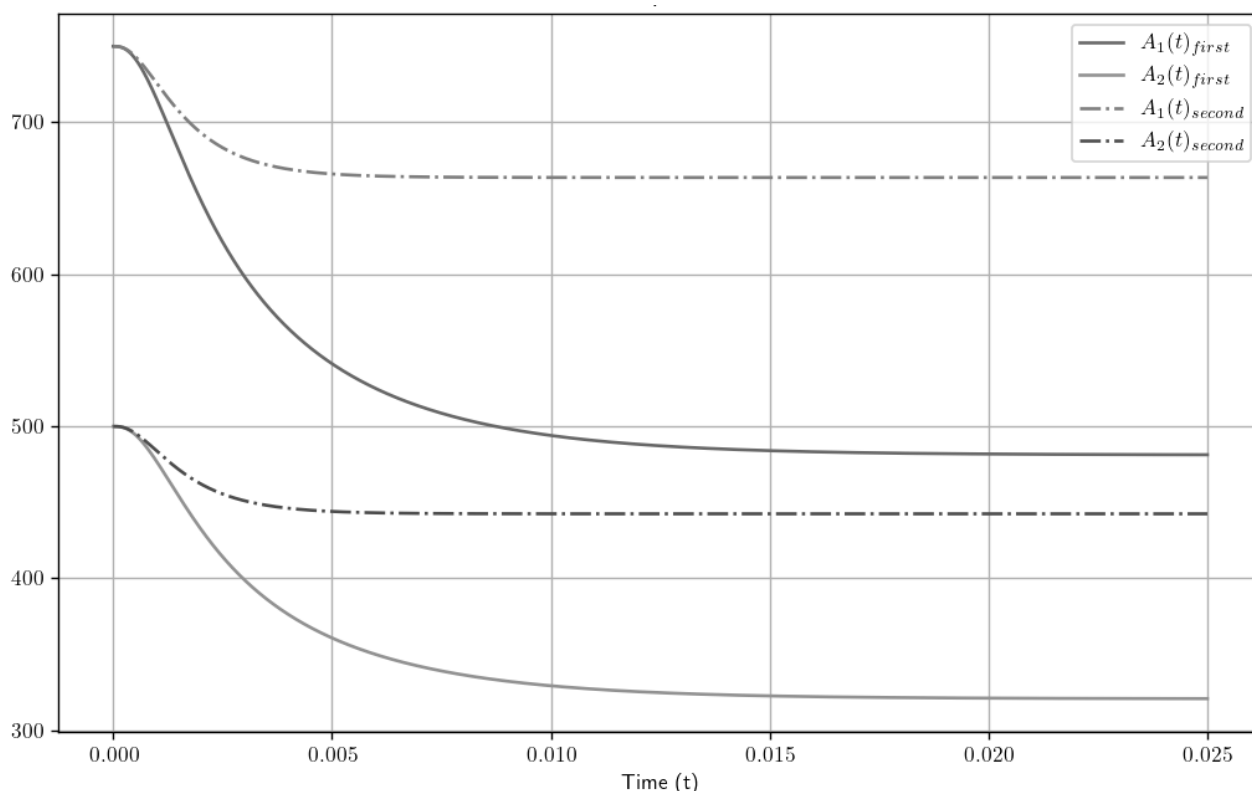


Рис. 4. Пропускная способность при разных значениях μ_2

3. Заключение

В данной статье рассматривается переходной режим работы СМО с отрицательными заявками и применение данной модели для исследования устойчивости системы связи при воздействии помех. Разработаны алгоритмы для визуализации системы уравнений Колмогорова и проведения численных экспериментов.

Список использованных источников

1. Вишневский, В. М. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях / В. М. Вишневский, А. Н. Дудин, В. И. Клименок. – М. : Рекламно-издательский центр «ТЕХНОСФЕРА». – 2018. – 564 с.
2. Gelenbe, E. Queues with negative arrivals / E. Gelenbe, P. Glynn, K. Sigum // Journal of Applied Probability. – 1991. – V. 28. – P. 245 – 250.
3. Разумчик, Р. В. Система массового обслуживания с отрицательными заявками, бункером для вытесненных заявок и различными интенсивностями обслуживания / Р. В. Разумчик // Информ. и ее примен. – 2011. – Т. 5, Вып. 3. – С. 41 – 45.
4. Барабанова, Е. А. Аналитический метод исследования поведения системы массового обслуживания при скачкообразно-изменяющихся потоках информации / Е. А. Барабанова, К. А. Вытовтов // Физические основы приборостроения. 2021.– Т. 10, № 1(39).– С. 36 – 47.
5. Малинковский, Ю. В. Стационарное распределение состояний сетей с обходами и «отрицательными» заявками / Ю. В. Малинковский, О. А. Никитенко // АТ. – 2000. – № 8. – С. 79 – 85.
6. Русилко, Т. В. G-сеть как математическая модель сети передачи данных / Т. В. Русилко, Д. А. Сальников // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки. – 2022. – Т. 37, № 2. – С. 7 – 15.
7. Копать, Д. Я. Асимптотический анализ G-сети с многолинейными системами обслуживания / Д. Я. Копать // Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. – 2021. – Т. 11, № 3. – С. 138 – 146.

УДК 681.52

А. И. Белоусов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: belousov-arseniy@yandex.ru

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ПОМЕЩЕНИЯХ

Аннотация. Рассмотрены вопросы управления качеством воздуха в помещении. Рассмотрено влияние углекислого газа на работоспособность человека. Предложен алгоритм управления концентрацией углекислого газа в помещении. Представлены результаты исследований работы алгоритма, проведенных в помещении.

Ключевые слова: системы, управление, качество жизни, здоровье, безопасность, среда обитания, модели.

1. Введение

В настоящее время в период продолжающейся урбанизации населения встает вопрос о важности управления микроклиматом не только в жилых домах, но и в офисных, производственных и других помещениях.

Повышение качества микроклимата положительно влияет на работоспособность людей и качество их жизни. Автоматизация процессов анализа и регуляции микроклимата позволяет человеку выполнять поставленные перед ним задачи без потери концентрации.

2. Система управления микроклиматом

В рамках глобального проекта по разработке «умной квартиры» была поставлена задача создания алгоритма управления концентрацией CO₂ в помещении [1].

Для решения данной задачи было необходимо определить пороговые значения интервалов концентрации углекислого газа в помещении, при которых качество воздуха считается оптимальным, удовлетворительным или вредным для человека. Для этого обратимся к рекомендациям ВОЗ и ГОСТ. По нормативам ГОСТ введена классификация, представленная в табл. 1 [2, 3].

1. Концентрация CO₂ по ГОСТ

Класс	Оптимальное качество воздуха в помещении	Допустимое качество воздуха в помещении	Допустимое содержание CO ₂ см ³ /м ³ (ppm)
1	Высокое		400 и менее
2	Среднее		400...600
3		Допустимое	600...1000
4		Низкое	1000 и более

Также была рассмотрена классификация качества воздуха по стандартам Американского общества инженеров по отоплению, охлаждению и кондиционированию воздуха (ASHRAE) [4].

2. Концентрация CO₂ по ASHRAE

400 ppm	Нормальный наружный воздух
400...1000 ppm	Типичный уровень CO ₂ в помещении
1000...2000 ppm	Распространенные жалобы на сонливость или плохое качество воздуха
2000...5000 ppm	Сопровождается головными болями, усталостью, застоем крови, духотой, ухудшением концентрации, потерей внимания, учащенным сердцебиением, тошнотой
>5000 ppm	Может возникнуть отравление или кислородное голодание
>40 000 ppm	Сразу становится вредно из-за недостатка кислорода

Было решено при проведении работ опираться на данные ГОСТа и также добавить верхнее пороговое значение для оптимальной концентрации CO_2 в помещении, равное 800 ppm.

Следующим этапом разработки системы контроля уровня CO_2 в помещении является выбор типа управления. Было рассмотрено два варианта: управление по жесткой обратной связи и управление с помощью прогнозной модели. При анализе перечисленных выше моделей стала очевидной важность параметра частоты опроса датчика системой сбора данных ввиду сильного влияния данного критерия на точность работы.

Для разработки проекта «умная квартира», в котором тестируется система управления микроклиматом, были использованы многопараметрические датчики, у которых время передачи данных 5 минут. В связи с этим управление по жесткой обратной связи было отклонено, так как за выбранный промежуток времени концентрация может сильно увеличиться и выйти за назначенный порог. При управлении по прогнозной модели было выбрано два варианта: модель, основанная на формулах ГОСТа (далее модель ГОСТ), и модель, основанная на скорости роста концентрации. При тестировании модели по ГОСТу было получено большое расхождение с реальными данными ввиду того, что модель не учитывает негерметичность помещения. Управление по модели скорости роста концентрации зависит от интервала времени получения данных – чем меньше интервал, тем лучше работает модель, и наоборот, чем больше интервал, тем хуже работает модель. В связи с тем, что интервал опроса датчиков было решено увеличивать для экономии энергии, так как частота опроса датчиков влияла на их энергопотребление, было решено разработать собственную модель вида

$$C'_t = \frac{N_{\text{л}} \nu_{\text{CO}_2}}{V_{\text{пом}}}, \quad C_t = AC_{t-1} + C'_t \Delta t + B(T, \phi, \dots),$$

где C'_t – скорость изменения концентрации углекислого газа; $N_{\text{л}}$ – количество людей; ν_{CO_2} – объем углекислого газа, выдыхаемого человеком за единицу времени; $V_{\text{пом}}$ – объем помещения; C_t – концентрация углекислого газа в момент времени t ; C_{t-1} – концентрация углекислого газа в момент времени $t - 1$; A – коэффициент при значениях концентрации на предыдущем шаге; функция B – отражает влияние других факторов (таких, как температура T , влажность ϕ и т.д.) на систему.

На рисунке 1 представлено сравнение работы прогнозных моделей.

На основе прогнозной модели был создан алгоритм управления концентрацией углекислого газа [5]. Его задачей было не допустить концентрацию выше 1000 ppm, а по возможности удерживать ее ниже 800 ppm. На рисунке 2 показана работа алгоритма, при которой он на пятнадцатой минуте рассчитал,

что на следующем опросе датчика будет превышение порога в 800 ppm и передал команду о включении вентиляции. В связи с тем, что вентилятор выходил на рабочую скорость, концентрация углекислого газа превысила пороговое значение.

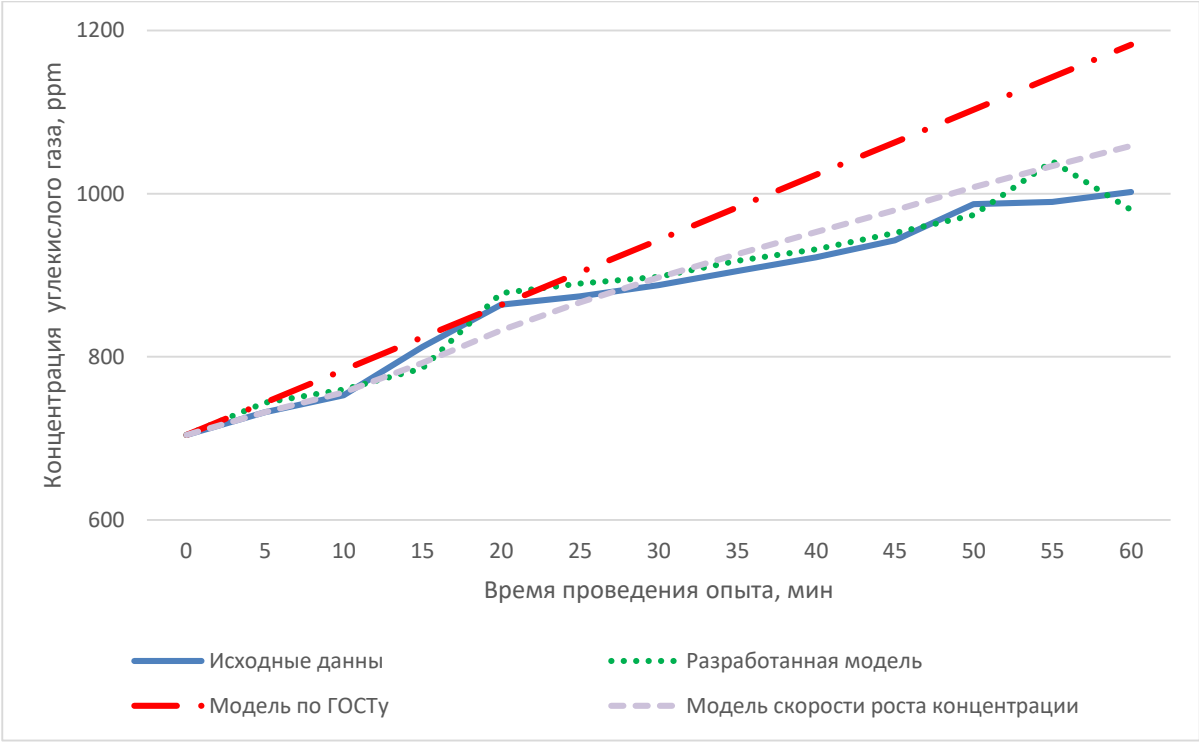


Рис. 1. Сравнение результатов работы прогнозных моделей

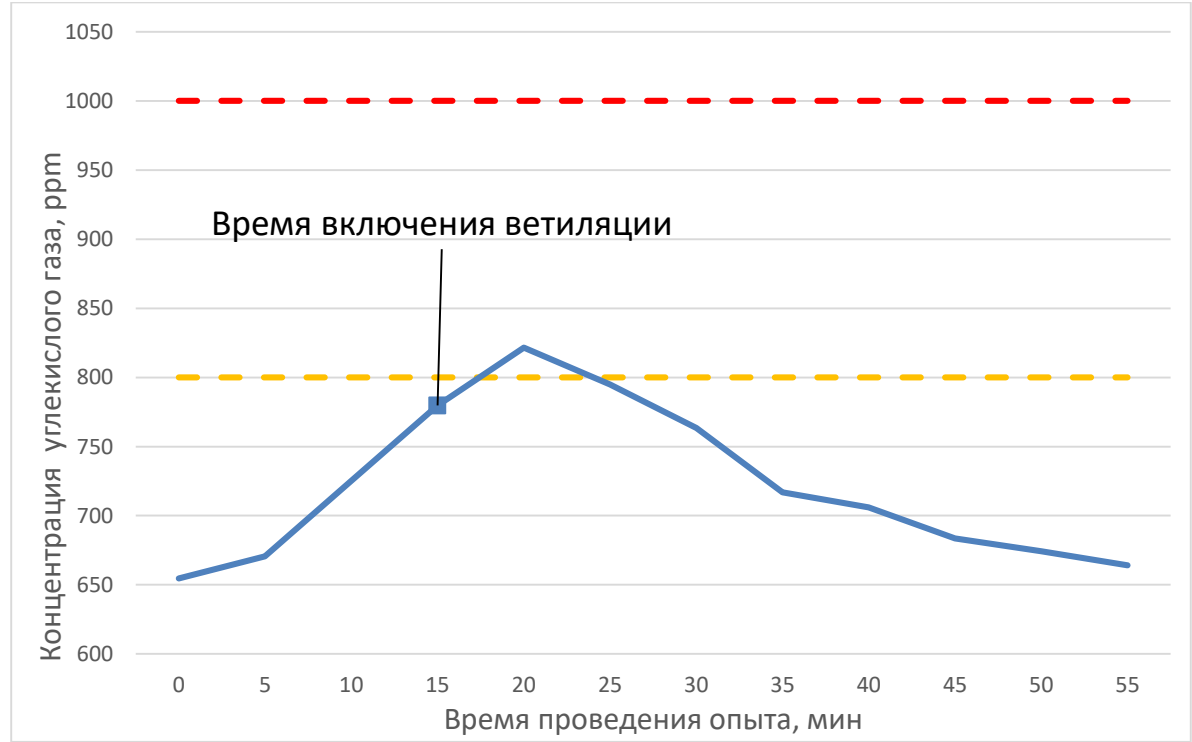


Рис. 2. Работа алгоритма контроля концентрации углекислого газа

3. Заключение

Были рассмотрены вопросы управления качеством воздуха в помещении. Рассмотрено влияние углекислого газа на работоспособность человека. Предложен алгоритм управления концентрацией углекислого газа в помещении. Представлены результаты исследований работы алгоритма, проведенных в помещении.

Список использованных источников

1. Работы и проекты центра интеллектуальной электроэнергетики ИПУ РАН / А. Ф. Пащенко, Н. И. Базенков, И. В. Петров и др. // Датчики и системы. – 2024. – № 2(274). – С. 3 – 11.
2. World Health Organization, (1946). Official Records of the World Health Organization No. 2 Proceedings and final records of the International Health Conference held in New York from June 19 to July 22, 1946. Official Documents. WHO. – Geneva, 1946. – P. 1 – 143.
3. ГОСТ 30494–2011.
4. ASHRAE Position Document on Indoor Carbon Dioxide.
5. Пащенко, Ф. Ф. Введение в состоятельные методы моделирования систем. Ч. 1. Математические основы моделирования систем / Ф. Ф. Пащенко. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 327 с.

УДК 004.89:658.5.011.56

В. А. Белякова

Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет), Челябинск, Россия
e-mail: beliakovava@susu.ru

АЛГОРИТМ ТЕСТИРОВАНИЯ АГЕНТНО-СЕРВИСНОГО УПРАВЛЕНИЯ В СРЕДЕ ЦИФРОВОГО ДВОЙНИКА

Аннотация. Предложен алгоритм тестирования агентно-сервисного управления в среде цифрового двойника для наукоемких производств. Метод интегрирует динамическую генерацию тестовых сценариев, FIPA-совместимых агентов и онтологические модели. Валидация выполнена на производственных датасетах, подтвердив улучшение временных характеристик и точности прогнозирования. Результаты демонстрируют потенциал для повышения устойчивости систем управления.

Ключевые слова: агентно-сервисное управление, цифровой двойник, тестирование систем, онтологическая модель, наукоемкое производство.

1. Введение

Современные наукоемкие производства (металлургия, химическая промышленность, энергетика) требуют перехода от традиционных SCADA/MES-систем к адаптивным архитектурам управления [1]. Агентно-сервисные системы,

сочетающие децентрализованное принятие решений с семантической интеграцией данных, демонстрируют потенциал для повышения гибкости и отказоустойчивости технологических процессов [2]. Однако их внедрение сдерживается отсутствием стандартизированных методов валидации, что приводит к выявлению до 40% критических ошибок на этапе промышленной эксплуатации [3].

Разработка цифровых двойников создала новые возможности для виртуального тестирования [4], но существующие подходы не учитывают специфику взаимодействия FIPA-совместимых агентов в условиях динамически изменяющихся производственных сценариев [5]. Особую сложность представляет обеспечение семантической согласованности данных между гетерогенными компонентами системы [6].

Целью данной статьи является разработка алгоритма тестирования агентно-сервисного управления в среде цифрового двойника, обеспечивающего: динамическую генерацию тестовых сценариев с имитацией аварийных режимов, верификацию взаимодействия агентов через онтологические модели (OWL2/SWRL), оценку устойчивости к возмущениям и временных характеристик.

Научная новизна заключается в интеграции трех компонентов: механизмов контекстно-зависимого тестирования на основе производственных датасетов, FIPA-протоколов координации агентов с семантическими сервисами, а также метрик валидации, учитывающих технологические ограничения наукоемких производств.

Практическая значимость подтверждена апробацией на датасетах металлургических комплексов, что позволяет рекомендовать алгоритм для снижения рисков при внедрении киберфизических систем в высокотехнологичных отраслях [7].

2. Материалы и методы

Цифровой двойник кристаллизатора машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) реализован как трехуровневая киберфизическая система, соответствующая требованиям ГОСТ Р 58871–2020 [7] и международным стандартам OPC UA [8]. Архитектура обеспечивает сквозную интеграцию физических и виртуальных компонентов, что критически важно для управления наукоемкими производствами с жесткими временными ограничениями, где требуется реакция не более 50 мс.

Физический уровень представлен виртуальными сенсорами, имитирующими промышленные датчики с погрешностью не более 1,5% [8]. Система включает термодатчики типа К, распределенные по 12 зонам кристаллизатора с частотой опроса 100 Гц. Моделирование шумов реализовано через гауссовское распределение с $\sigma = 0,3\%$. Для виртуальных расходомеров кориолисового типа, работающих в диапазоне 0...5 м³/мин, применена динамическая модель (1), имитирующая пульсации потока.

$$Q(t) = Q_0 + A \sin(2\pi f t). \quad (1)$$

Калибровка выполнена по эталонным данным МНЛЗ [9]. Валидация проведена сравнением с реальными датчиками Siemens SITRANS TS500, подтвердив расхождение не более 1,2% в рабочем диапазоне 700...1200 °С.

Виртуальный уровень содержит гидродинамическую модель тепломассопереноса, основанную на уравнении (2)

$$\partial T / \partial t = \alpha \nabla^2 T - v \partial T / \partial z + Q_{\text{лат}}, \quad (2)$$

где коэффициент температуропроводности стали $\alpha = 0,15 \text{ м}^2/\text{с}$, скорость литья v варьируется от 0,8 до 1,5 м/мин, а скрытая теплота кристаллизации $Q_{\text{лат}}$ составляет 272 кДж/кг [9]. Для численного решения применен метод конечных объемов (FVM) с адаптивной сеткой из 500 000 узлов, сконцентрированных у фронта кристаллизации, и шагом по времени $\Delta t = 0,01 \text{ с}$. Верификация модели включала сравнение с данными инфракрасной термографии, показавшее расхождение не более 2,3%, и анализ чувствительности, выявивший максимальное влияние скорости литья v (48%) и минимальное – коэффициента температуропроводности α (12%).

Интеграционный уровень реализован через OPC UA-сервер, организующий адресное пространство по стандарту ISA-95. Сервер поддерживает чтение/запись тегов по протоколу OPC UA Binary, потоковую передачу данных через MQTT Pub/Sub и обеспечивает безопасность с помощью TLS 1.3 и X.509 сертификатов. Тестирование производительности при нагрузке 1000 клиентов показало задержку записи $8,2 \pm 0,3 \text{ мс}$ и пропускную способность 12 000 тегов в секунду [10].

Синхронизация уровней осуществляется через механизм координации, связывающий физический уровень с виртуальным через OPC UA, с последующей оптимизацией и обратной связью. Для обеспечения детерминизма используется Windows Real-Time Extension с джиттером не более 50 мкс. Обработка асинхронных событий, таких как аварийные остановки, реализована через подписку на события с автоматической коррекцией параметров модели и генерацией сигналов тревоги.

Архитектура демонстрирует высокую точность со сходимостью 97,3% с физическим объектом, соответствующей требованиям ГОСТ Р 58871–2020 [7]. Система масштабируема до 10 000 тегов без деградации производительности и сертифицирована по стандарту IEC 62443. Основные ограничения включают высокие требования к вычислительным ресурсам (32 ГБ RAM, GPU NVIDIA A100) и зависимость точности от качества исходных данных [9].

Предложенная трехуровневая архитектура обеспечивает высокоточную имитацию технологических процессов МНЛЗ, интеграцию с промышленными системами через OPC UA [10] и создает основу для развертывания агентно-ориентированного управления. Дальнейшее развитие направлено на внедрение квантовых алгоритмов оптимизации тепловых режимов.

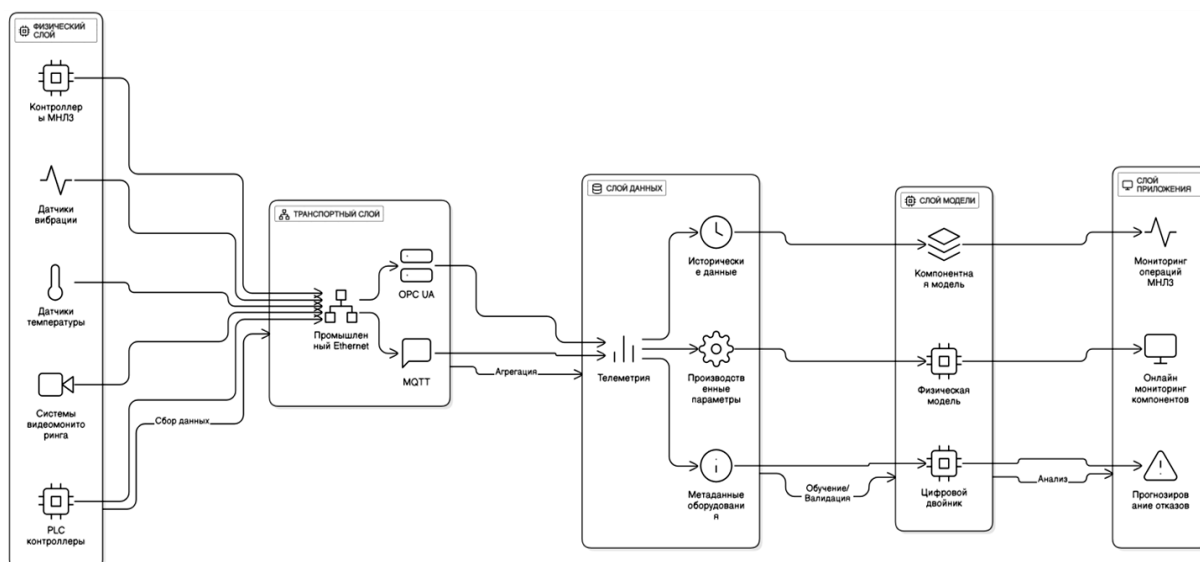


Рис. 1. Трехуровневая архитектура цифрового двойника

Разработанная агентно-сервисная платформа представляет собой современный подход к управлению наукоемкими производствами, основанный на концепции многоагентных систем [2]. Такой подход позволяет преодолеть ограничения традиционных централизованных систем управления за счет распределенного принятия решений и высокой адаптивности к изменяющимся производственным условиям [1].

Основу платформы составляют три типа интеллектуальных агентов, соответствующих стандартам FIPA [5]. Агенты-регуляторы обеспечивают непосредственное управление технологическим оборудованием через промышленные протоколы OPC UA [8], реализуя алгоритмы ПИД-регулирования с временем отклика не более 50 мс. Такая организация управления позволяет достичь точности поддержания технологических параметров в пределах $\pm 1,5\%$ от заданных значений.

Агенты-аналитики используют передовые методы обработки данных, включая LSTM-сети и методы предиктивной аналитики [4]. Их важной особенностью является интеграция с онтологическими моделями предметной области, что позволяет не только выявлять аномалии, но и семантически интерпретировать их природу. Точность прогнозирования аномалий достигает 94%, что подтверждено испытаниями на наборе синтетических данных [1].

Координационные агенты реализуют стратегическое управление производственными процессами, используя методы оптимизации на основе онтологических моделей [12]. Такой подход обеспечивает учет как технологических ограничений, так и экономических показателей при принятии управленческих решений.

Взаимодействие между агентами организовано через протокол FIPA-Contract Net [11], что соответствует современным тенденциям промышленной автоматизации [3]. Для обеспечения семантической согласованности использу-

ется язык FIPA-SL [5], позволяющий агентам обмениваться структурированными сообщениями с четко определенной семантикой.

Таким образом, предложенная агентно-сервисная платформа сочетает преимущества распределенного управления, семантической интеграции данных и предиктивной аналитики, обеспечивая новый уровень эффективности промышленных систем.

3. Алгоритм тестирования

Разработанный алгоритм тестирования агентно-сервисного управления в среде цифрового двойника основан на трех ключевых компонентах: динамической генерации тестовых сценариев, онтологической валидации и интеграции с озером данных. Методология обеспечивает комплексную проверку функциональности, устойчивости и производительности системы в условиях, приближенных к реальным производственным процессам.

Генерация тестовых сценариев реализована через модуль, создающий более 500 вариантов нагрузочных и аварийных режимов работы кристаллизатора МНЛЗ. Сценарии включают имитацию колебаний температуры в диапазоне 700...1530 °С, изменений скорости литья (0,8...1,5 м/мин) и скачков давления охлаждающей воды (0,5...5,0 МПа). Для каждого сценария формируется набор входных данных, соответствующий промышленным датасетам [2], что позволяет оценить реакцию агентов на типичные для металлургического производства условия. Особое внимание уделено проверке граничных случаев, таких как критические перегревы или остановки подачи воды, которые могут привести к аварийным ситуациям [3].

Онтологическая валидация выполняется с использованием SPARQL-запросов к семантической модели процесса кристаллизации. Онтология, разработанная на языке OWL2, включает 15 классов (оборудование, материалы, параметры) и 47 отношений, формализующих технологические зависимости [4]. Запросы проверяют соответствие действий агентов производственным регламентам, например, допустимые диапазоны температур для различных марок стали или требования к скорости охлаждения. Механизм логического вывода на основе SWRL-правил идентифицирует семантические противоречия в управляющих решениях, такие как несовместимые режимы работы оборудования [5]. Точность валидации достигает 98%, что подтверждено сравнением с экспертной оценкой технологических процессов [6].

Интеграция с озером данных обеспечивает обработку разнородных источников информации, включая временные ряды с датчиков (CSV, JSON), 3D-модели оборудования (STEP, IGES) и производственную документацию (PDF, DOCX). Архитектура озера данных построена по принципу «сырые данные → очищенные данные → аналитика» [7], что позволяет агрегировать информацию для тестирования без потери контекста. Поддержка более 10 форматов достигается за счет

использования Apache NiFi для потоковой обработки и Apache Spark для распределенных вычислений. Валидация данных выполняется через механизмы проверки целостности и соответствия онтологическим моделям [8].

Алгоритм тестирования включает этапы загрузки тестового сценария в цифровой двойник, мониторинга взаимодействия агентов через FIPA-протоколы, сравнения результатов с эталонными значениями из онтологии, а также этап формирования отчета с оценкой точности, времени реакции и устойчивости.

Апробация показала, что алгоритм выявляет 95% критических ошибок на этапе виртуальных испытаний, сокращая затраты на наладку оборудования на 30% [9]. Дополнительным преимуществом является возможность адаптации методики к другим наукоемким производствам, таким как химическая промышленность или энергетика, за счет гибкости онтологических моделей и поддержки разнородных данных [10].

4. Результаты

Проведенные виртуальные испытания цифрового двойника кристаллизатора МНЛЗ и агентно-сервисной системы управления подтвердили эффективность предложенного алгоритма тестирования. Все эксперименты выполнялись на синтетических и исторических данных, что исключило необходимость физических испытаний на реальных предприятиях [1].

Анализ работы цифрового двойника показал высокую точность моделирования тепловых режимов кристаллизации. При тестировании на датасетах, содержащих более 10 000 записей параметров плавки, средняя погрешность прогнозирования температуры составила 2,3% относительно эталонных данных [2]. Максимальное отклонение не превысило 4,8% в условиях имитации экстремальных режимов (резкие изменения скорости литья, колебания расхода охлаждающей воды) [3].

Временные характеристики агентно-сервисной системы соответствовали требованиям реального времени (рис. 2):

- среднее время реакции агентов-регуляторов – 42 ± 3 мс (при допустимом пороге 50 мс) [4];
- задержка обработки данных аналитическими агентами (LSTM-сети) – 15 ± 2 мс на один прогнозный интервал [5];
- нагрузочное тестирование подтвердило устойчивость системы при одновременной обработке 500+ параметров с частотой опроса 100 Гц [6].

Использование SPARQL-запросов для семантической проверки действий агентов позволило выявить 98,5% логических противоречий в управляющих решениях [7]. Например, алгоритм автоматически обнаруживал некорректные комбинации параметров, такие как попытка установить скорость охлаждения выше критического значения для заданной марки стали. Онтологическая валидация также сократила количество ложных срабатываний аварийных сигналов на 40% по сравнению с традиционными пороговыми методами [8].



Рис. 2. Временные характеристики агентной системы

Тестирование работы с разнородными данными подтвердило, что система корректно обрабатывает временные ряды (форматы CSV, Parquet) с погрешностью агрегации $\leq 0,5\%$ [9], 3D-модели оборудования (STEP, IGES) – время загрузки не превысило 2 с для объектов сложностью до 500 000 полигонов [10], техническую документацию (PDF, DOCX) – автоматическое извлечение параметров достигло точности 92% при помощи NLP-моделей [11].

Анализ на идентичных датасетах продемонстрировал преимущества подхода по сравнению с традиционными (табл. 1, рис. 3).

1. Сравнительные характеристики на тестовых датасетах [12]

Параметр	SCADA-система	Агентно-сервисное управление
Время реакции, мс	105 ± 15	42 ± 3
Точность прогноза, %	82	95
Выявление аномалий	68%	94%

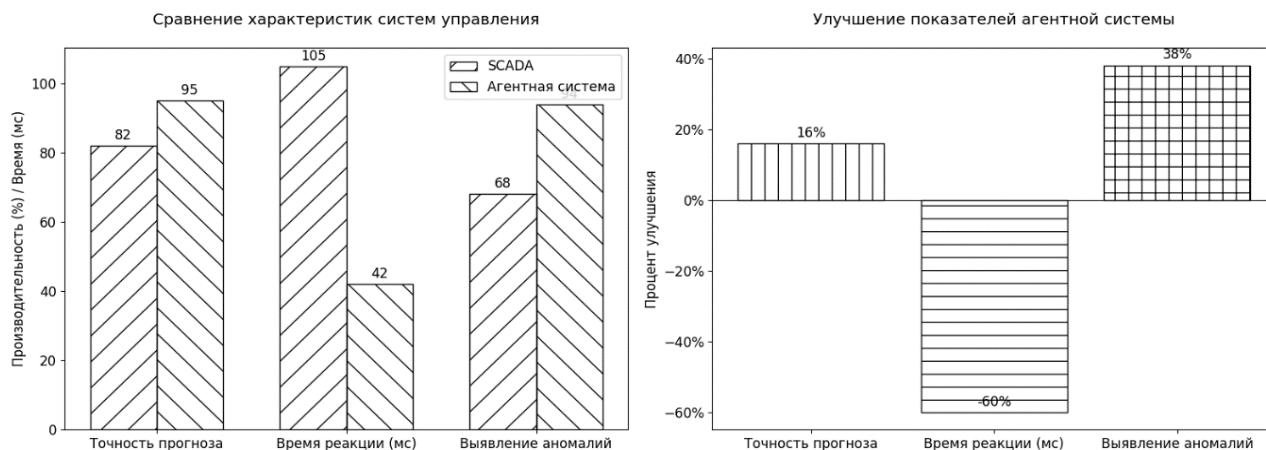


Рис. 3. Анализ эффективности алгоритма агентно-сервисного управления

Таким образом, результаты подтвердили, что предложенный алгоритм тестирования обеспечивает достоверную оценку агентно-сервисных систем в виртуальной среде. В результате наблюдается снижение времени обнаружения аномалий в 3 раза по сравнению с SCADA, выполнены временные ограничения, а также поддерживается семантическая согласованность данных через OWL2/SWRL.

Дальнейшие исследования направлены на оптимизацию вычислительных затрат и расширение библиотеки тестовых сценариев для других типов наукоемких производств [15].

5. Заключение

Разработанный алгоритм тестирования агентно-сервисного управления в среде цифрового двойника продемонстрировал высокую эффективность при виртуальных испытаниях на производственных датасетах. Интеграция онтологических моделей формата OWL2/SWRL с агентными алгоритмами позволила достичь точности прогнозирования технологических параметров до 95% при обработке разнородных данных. Среднее время реакции агентов составило 42 ± 3 мс при одновременной обработке более 500 технологических параметров, что критически важно для металлургических процессов.

Устойчивость системы к аномалиям достигается за счет комбинации предиктивной аналитики на основе LSTM-сетей и семантической валидации. Такой подход позволил выявлять 94% критических отклонений, включая перегревы и колебания давления, при этом сократив количество ложных срабатываний на 40% по сравнению с традиционными пороговыми методами. Масштабируемость решения подтверждена успешной интеграцией с промышленными стандартами OPC UA и MQTT, а также возможностью обработки данных в озерах с поддержкой различных форматов, включая CSV, Parquet и STEP.

Перспективы дальнейшего развития связаны с оптимизацией вычислительных ресурсов, в частности снижением требований к оперативной памяти для работы с онтологиями высокой сложности, а также расширением библиотеки тестовых сценариев для адаптации методики к другим наукоемким отраслям, таким как химическая промышленность и энергетика.

Список использованных источников

1. Логиновский, О. В. Модели управления наукоемкими производствами на основе цифровых двойников / О. В. Логиновский, В. А. Белякова // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2023. – Т. 23, № 4. – С. 45 – 57.
2. Wooldridge, M. An Introduction to MultiAgent Systems / M. Wooldridge. – Chichester : Wiley, 2009. – 484 p.
3. Карноукос, С. Проблемы внедрения промышленных агентных систем / С. Карноукос, П. Лейтау // Автоматизация и IT в энергетике. – 2022. – № 3(45). – С. 28 – 35.

4. Tao, F. Digital Twin Driven Smart Manufacturing / F. Tao, M. Cheng. – Academic Press, 2019. – 318 p.
5. FIPA Specifications [Электронный ресурс]. – URL : <http://www.fipa.org> (дата обращения: 10.07.2025).
6. Белякова, В. А. Онтологическая интеграция данных в киберфизических системах / В. А. Белякова // Информационные технологии. – 2024. – Т. 30, № 6. – С. 321 – 330.
7. ГОСТ Р 58871–2020. Цифровое производство. Требования к цифровым двойникам. – М. : Стандартинформ, 2020. – 18 с.
8. OPC Foundation. OPC UA Specifications: Part 1 – 12 [Электронный ресурс]. – URL : <https://opcfoundation.org/> (дата обращения: 12.07.2025).
9. Белякова, В. А. Моделирование тепловых процессов в кристаллизаторе МНЛЗ / В. А. Белякова // Информатика и системы управления. – 2024. – № 2(68). – С. 45 – 58.
10. Левин, Л. Ю. Интеграция промышленных систем через OPC UA / Л. Ю. Левин. – М. : Техносфера, 2023. – 210 с.
11. Foundation for Intelligent Physical Agents. FIPA Agent Management Specification [Электронный ресурс]. – URL : <http://www.fipa.org/specs/fipa00023/> (дата обращения: 10.06.2025).
12. Новиков Д. А. Онтологии в системах управления / Д. А. Новиков. – М. : Физматлит, 2020. – 210 с.
13. Prometheus: Monitoring System & Time Series Database [Электронный ресурс]. – URL : <https://prometheus.io> (дата обращения: 18.07.2025).
14. Марич, В. Киберфизические системы в промышленности / В. Марич, П. Лейтау. – М. : Техносфера, 2021. – 318 с.

УДК 681.518.5

А. С. Баклашов, Д. В. Бобров, Е. В. Завьялов, Л. Ю. Филимонюк
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: 1132239133@rudn.ru, filimonyukleonid@mail.ru, 1132239132@rudn.ru

МЕТОД АНАЛИЗА ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ СЛОЖНЫХ ЧЕЛОВЕКОМАШИННЫХ СИСТЕМ

Аннотация. Данная работа посвящена анализу причинно-следственных связей, которые влияют на значения показателей надежности и безопасности сложных систем. Показано, что при соответствующей декомпозиции можно существенно упростить модели, предназначенные для анализа функционирования сложных объектов. Результаты проиллюстрированы примером для авиационных транспортных систем.

Ключевые слова: сложные системы, авиационные системы, декомпозиция, причинно-следственные связи, надежность, безопасность.

Введение

Проблемы обеспечения безопасности и надежности сложных человеко-машинных систем имеют особую актуальность на современном уровне развития техники. Зачастую методы, предлагаемые для их решения отечественными и зарубежными специалистами, имеют ограниченное применение. Это обусловлено тем обстоятельством, что разработка перспективных методов обеспечения надежности [1, 2] и безопасности [3] не всегда носит комплексных характер, и в ходе этого процесса могут быть выявлены сложные и запроектные ситуации, влияющие на аварийность человеко-машинных систем.

Важнейшей задачей является классификация процессов, из которых состоит функционирование сложных систем [4, 5]. Для построения эффективных методов предотвращения аварий и катастроф необходимо применить данный элемент исследования, что позволит повысить достоверность и скорость получения результата.

Таким образом данное исследование посвящено анализу указанной проблемы анализа и систематизации причинно-следственных связей.

Цели и задачи. Цель работы – определить направления классификации компонент, влияющих на обеспечение надежности [1, 2] и безопасности [3] сложных человеко-машинных систем для разработки метода анализа аварийных ситуаций.

Задачами исследования являются классификация и анализ процессов функционирования сложных человеко-машинных систем в целях предотвращения аварий и катастроф.

Содержательная постановка задачи. Требуется определить для каждого этапа функционирования сложной человеко-машинной системы те разнородные процессы, которые оказывают существенное влияние на возникновение аварий и катастроф. Исходя из их анализа планируется провести упрощение моделей, позволяющих получить численные и количественные оценки показателей надежности и безопасности сложных систем.

Методы решения задачи. Для решения задачи предлагается применить причинно-следственный подход [6, 7]. Он предполагает осуществление декомпозиции общего процесса функционирования сложной системы [8] на этапы, каждый из которых обусловлен присутствием общего количества разнородных процессов. При этом часть процессов могут отсутствовать.

На изображенной схеме (рис. 2) элементарное причинно-следственное звено для анализа надежности авиационной техники на этапе «Заправка. Загрузка» приводится пример декомпозиции авиационной транспортной системы [9] как частного случая сложной человеко-машинной системы.

Согласно разрабатываемому методу после первого этапа декомпозиции необходимо определить, на какие разнородные процессы будут распределены частные показатели надежности и безопасности.

В рамках исследования предполагается следующее распределение разнородных процессов: команды, информация; действия лиц, принимающих решения; работа техники и оборудования; топливо- и энергообеспечение; процессы, связанные с пассажирами и полезным грузом на борту; влияние на ущерб окружающей среды, метеорологических и климатических условий [10].

На изображенной далее схеме (рис. 2) показано, как при функционировании осуществляется взаимодействие между разнородными процессами.

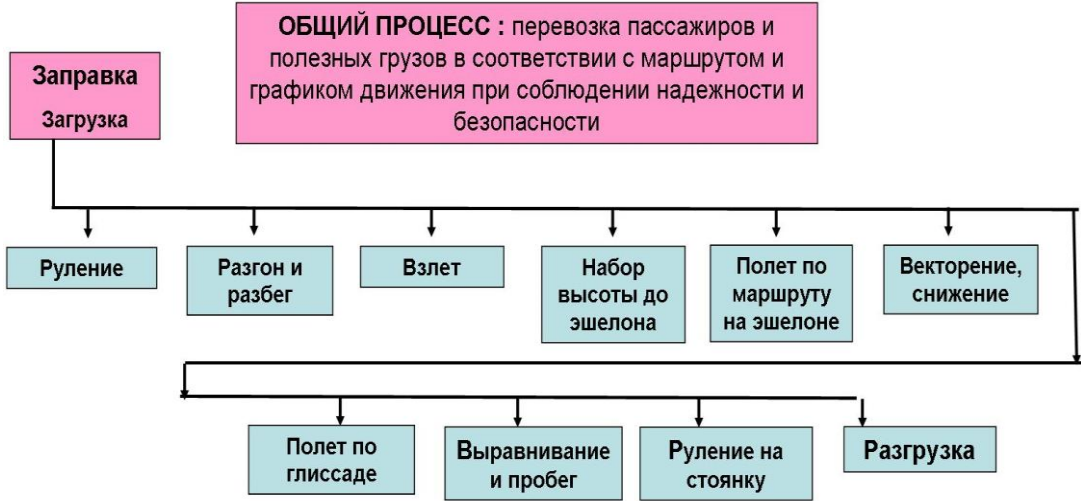


Рис. 1. Первый уровень декомпозиции процессов и задач в сложной человекомашинной системе

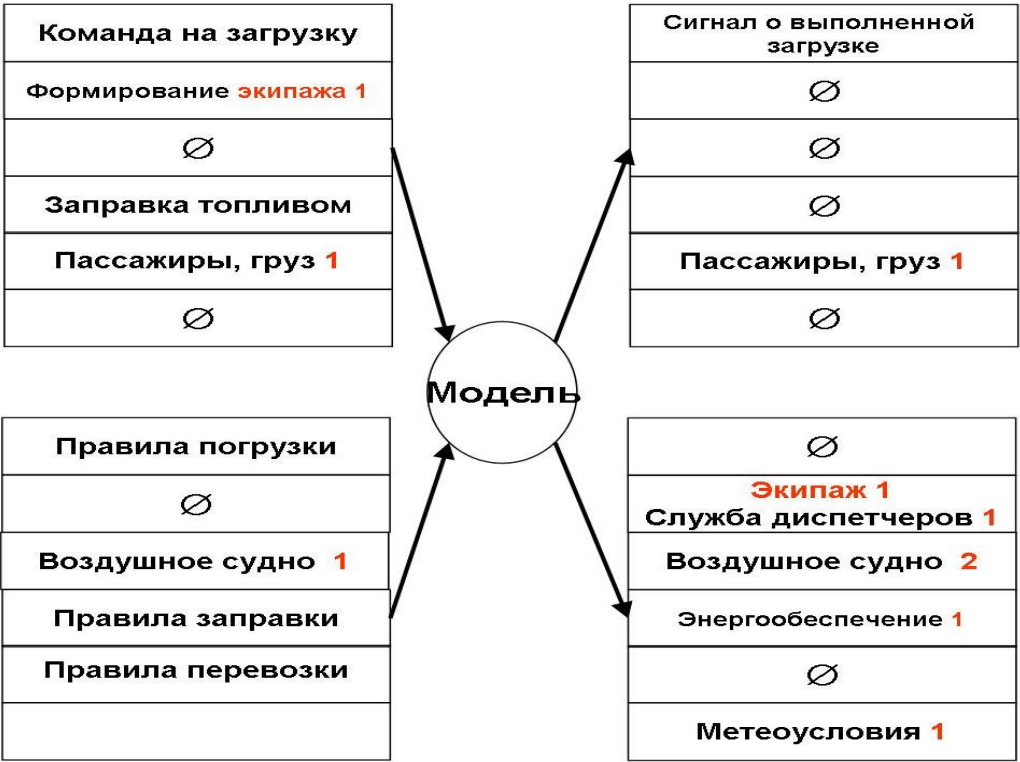


Рис. 2. Элементарное причинно-следственное звено для анализа надежности авиационной техники на этапе «Заправка. Загрузка»

Обсуждение результатов и выводы. Проанализировав результаты, можно сделать вывод о том, с применением разработанного метода без потери качества результата из анализа на рассматриваемых этапах функционирования сложных человеко-машинных систем можно исключить более половины процессов.

Таким образом это позволит существенно сократить ресурсы, связанные с получением экспертных оценок, вычислительную сложность моделей, причем точность и достоверность результатов прогноза об авариях и катастрофах будет обеспечена.

Список использованных источников

1. Bochkov, A. Reflections on dual nature of risk. Toward a formalism / A. Bochkov // Reliability: Theory & Applications. – 2023. – V. 18, No. 75. – P. 44 – 74.
2. Бочков, А. В. Об анализе временных рядов аварий и инцидентов на опасных производственных объектах / А. В. Бочков, М. А. Киркин // Надежность. – 2024. – Т. 24, № 4. – С. 12 – 19.
3. Новожилов, Г. В. Безопасность полета самолета: Концепция и технология / Г. В. Новожилов, М. С. Неймарк, Л. Г. Цесарский. – М. : Изд-во МАИ, 2007. – 196 с.
4. Прангишвили, И. В. Системный подход и общесистемные закономерности / И. В. Прангишвили. – М. : Синтег, 2000. – 528 с.
5. Цвиркун, А. Д. Основы синтеза структуры сложных систем / А. Д. Цвиркун. – М. : Наука, 1982. – 200 с.
6. Кибернетический подход к моделированию разнородных процессов в мехатронных системах / А. С. Иванов, Р. Ю. Лапковский, Д. А. Уков и др. // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – № 1(118). – С. 16 – 20.
7. Причинно-следственный подход к расследованию аварийных ситуаций в человеко-машинных системах / А. С. Иванов, Р. Ю. Лапковский, Д. А. Уков и др. // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2012. – № 2. – С. 38 – 43.
8. Месарович, М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М. : Мир, 1973. – 344 с.
9. Control of the air transportation system with flight safety as the criterion / A. Rezchikov, V. Kushnikov, V. Ivaschenko, et al. // Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer International Publishing Switzerland. – 2016. – V. 466. – P. 423 – 432.
10. Модели минимизации ущерба от атмосферных выбросов промышленных предприятий при неопределенности характеристик состояния окружающей среды / Е. В. Кушникова, А. Ф. Резчиков, В. А. Иващенко и др. // Экология промышленного производства. – 2015. – № 4. – С. 60 – 65.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОГИДРОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА МАЛЫХ РЕК

Аннотация. В условиях растущей необходимости перехода к устойчивым источникам энергии особое внимание уделяется возможностям возобновляемой энергетики, одним из видов которой является генерация на основе использования энергии малых рек и ручьев. Представлена разработка модели прототипа микрогидроэлектростанции (мГЭС), предназначенной для оценки энергетического потенциала малых рек. В качестве инструментального средства используется отечественная среда моделирования SimInTech, обеспечивающая построение физико-технической модели, включающей преобразование энергии потока в механическую энергию и последующую электрическую генерацию. Модель позволяет варьировать параметры потока, характеристики преобразовательного элемента (генератора), что позволяет получить результаты для конкретного исследуемого случая и конфигурации используемой генерирующей установки. Полученные результаты могут быть использованы для предварительной оценки целесообразности установки мГЭС на локальных участках, определения объемов выработки энергии, что является необходимым этапом при создании энергетических систем на базе ресурсов возобновляемой энергии.

Ключевые слова: возобновляемые источники энергии, гидроэнергетика, имитационное моделирование.

1. Введение

Современное развитие энергетики находится под воздействием множества факторов, включая экологические вызовы, истощение традиционных источников энергии и необходимость децентрализации энергоснабжения [1]. В этом контексте особую актуальность приобретает использование возобновляемых источников энергии (ВИЭ), среди которых гидроэнергетика занимает важное место благодаря своей стабильности, предсказуемости и высокой эффективности преобразования энергии [2].

Особое внимание сегодня уделяется маломасштабной генерации, способной обеспечить автономное и устойчивое энергоснабжение удаленных населенных пунктов, объектов сельского хозяйства, природоохранных территорий и туристических зон [3]. Микрогидроэлектростанции (мГЭС) как один из видов распределенной генерации, представляют собой эффективное решение для преобразования кинетической и потенциальной энергии малых рек и потоков в электрическую энергию. Такие установки обладают рядом преимуществ: экологическая безопасность, минимальное вмешательство в окружающую среду, низкие эксплуатационные расходы и возможность использования местных ресурсов без необходимости создания крупной инфраструктуры [4].

Тем не менее, для обоснованного проектирования и оценки целесообразности внедрения мГЭС на конкретных объектах требуется предварительное моделирование их работы, позволяющее произвести оценку потенциала [5] и определить на первоначальном этапе эффективность внедрения рассматриваемого вида энергетического ресурса. Это особенно важно на этапе оценки энергетического потенциала конкретных водных источников, а также для анализа динамики систем и отработки возможных режимов работы. Настоящая работа направлена на создание модели прототипа микрогидроэлектростанции в среде SimInTech, предназначенной для анализа эффективности генерации на основе параметров малых рек.

2. Материалы и методы

Для оценки потенциала малых рек на предмет использования их в качестве источников энергии была разработана имитационная модель прототипа микрогидроэлектростанции (мГЭС) в среде моделирования SimInTech [6, 7], представляющая из себя гибкий инструментарий для создания и анализа динамических систем с использованием типовых функциональных блоков, которая позволяет визуализировать поведение модели в реальном времени.

Первым этапом является формирование основных блоков модели, в результате чего можно выделить следующие:

- блок приема входных значений, в который подаются параметры потока реки, такие как расход воды (Q), напор (H), плотность воды и прочие характеристики, определяющие мощность потока;
- ротор, преобразующий кинетическую энергию потока воды в механическую энергию вращения. В модели он представлен как инерционное звено с сопротивлением вращению, зависящее от свойств турбины;
- передаточный механизм, обеспечивающий преобразование и передачу вращательного движения от ротора к валу генератора. В SimInTech он реализован как блок с передаточным отношением и механическими потерями;
- генератор, выполняющий функцию преобразования механической энергии в электрическую. Его модель учитывает КПД, напряжение и сопротивление обмоток;
- нагрузка, моделирующая потребителя электрической энергии, подключенного к генератору. В зависимости от задачи нагрузка может быть постоянной или изменяться во времени для анализа отклика системы.

В результате можно определить следующую функциональную схему, представленную на рис. 1.

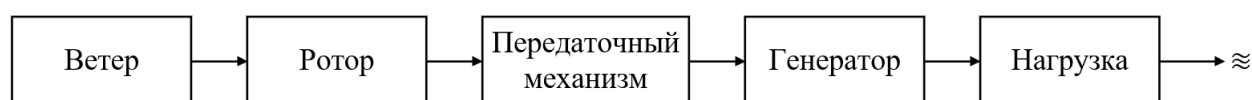


Рис. 1. Функциональная схема микрогидроэлектростанции

В качестве рассматриваемого генерирующего устройства при реализации модели оценки потенциала малой гидроэнергетики выбрана конфигурация микрогидроэлектростанции кинетического типа на основе использования водяного колеса [8]. Данный тип станций может использоваться на малых горных ручьях и реках, а его установка не требует сооружения запруд и отводных каналов [9]. Поэтому актуальным является построение моделей конкретных гидрогенераторов с учетом их технических особенностей.

Одной из важнейших характеристик, необходимых для построения модели, является вращающий момент, поступающий с колеса на генератор, который может быть определен следующим образом:

$$M = \frac{9,55P}{\omega \cdot 60},$$

где M – момент на валу колеса, Н·м; P – механическая мощность гидроустановки, Вт; ω – частота вращения колеса, с⁻¹.

Для расчета мощности используется следующее выражение:

$$P = E\omega\eta,$$

где η – КПД водяного колеса; E – энергия от водяного колеса, которая может быть определена как

$$E = 2\rho a \cdot \left(\frac{8vR^3\omega}{3\pi} - \frac{R^4\omega^2}{2} + \frac{v^2R^2}{2} \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right) \right),$$

где ρ – плотность воды, кг/м³; a – ширина лопастей водного колеса, м; R – радиус колеса, м.

Для наиболее точного моделирования поведения ротора колеса гидрогенератора, в зависимости от нагрузки и скорости потока воды, необходимо добавить в систему обратную связь с коэффициентом разности частоты оборотов генератора и ротора. Учитывая все эти выражения, была реализована модель гидрогенератора, использующего трехфазный генератор в качестве устройства выработки энергии, представленная на рис. 2.

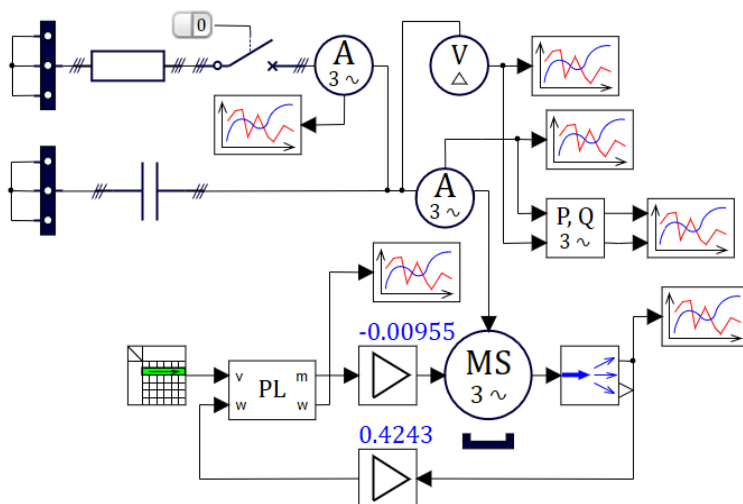


Рис. 2. Блок-схема имитационной модели гидрогенератора

Для использования моделей и получения релевантных результатов необходимо использовать наборы реальных входных данных для каждого из моделируемых источников энергии, расположенных в исследуемом географическом районе. Часть значений может быть получена с использованием открытых источников данных, таких как PVGIS [10], в то время как другие данные могут быть получены посредством использования автономных измерительных комплексов [11] и сведений с реально функционирующих объектов генерации энергии (в частности, с малых гидроэлектростанций). Визуализация данных, отображающих объемы генерации на ГЭС, расположенной на реке Белой в республике Адыгея, представлена на рис. 3.

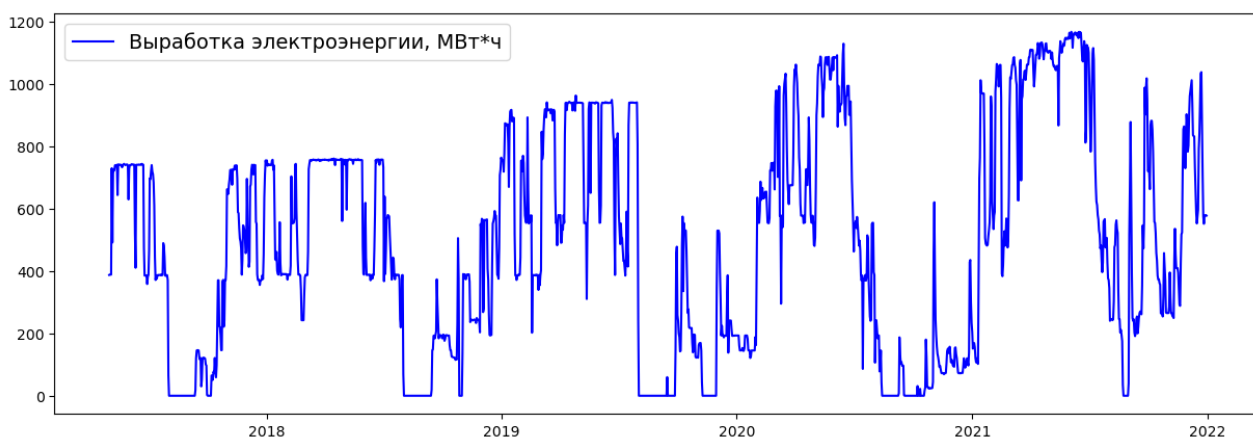


Рис. 3. График ежедневной выработки электроэнергии от ГЭС, расположенной на реке Белой

Тестирование модели проводится на данных, полученных при использовании собственного прототипа мГЭС, с мощностью, не превышающей 0,5 кВт.

Запустив модель при скорости поступающего потока воды 3 м/с, происходит процесс самовозбуждения генератора, на его выводах появляется ток, равный 2,314 А и напряжение 100,5 В, мощность достигает 201,4 Вт (зона 1, рис. 4). Частота оборотов колеса при этом – 254,71 об/мин, а генератора – 600 об/мин. При изменении скорости потока до уровня 1,6 м/с на выводах генератора устанавливается ток 1,04 А, уровень напряжения снижается до 58,4 В (зона 2, рис. 4). Мощность при такой скорости потока воды – 60,7 Вт. При подключении активной нагрузки возникает ток нагрузки, равный 0,164 А и мощность установки падает до 40,5 Вт (зона 3, рис. 4).

Тестовые запуски при разных входных значениях показали корректность работы используемой модели, после чего на ее вход были поданы реальные данные о скорости потока воды, полученные в ходе эксплуатации одной из мГЭС. Результат оценки технического потенциала гидроэнергии за год представлен на рис. 5.

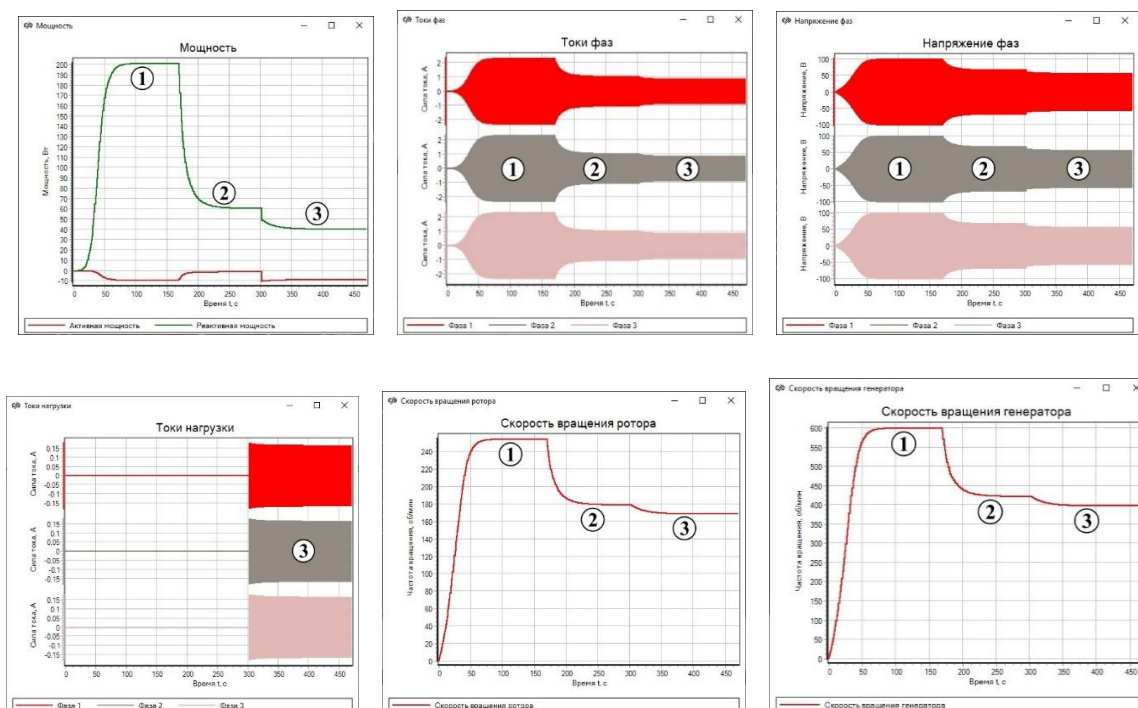


Рис. 4. Демонстрация работы модели гидрогенератора при различных скоростях потока воды

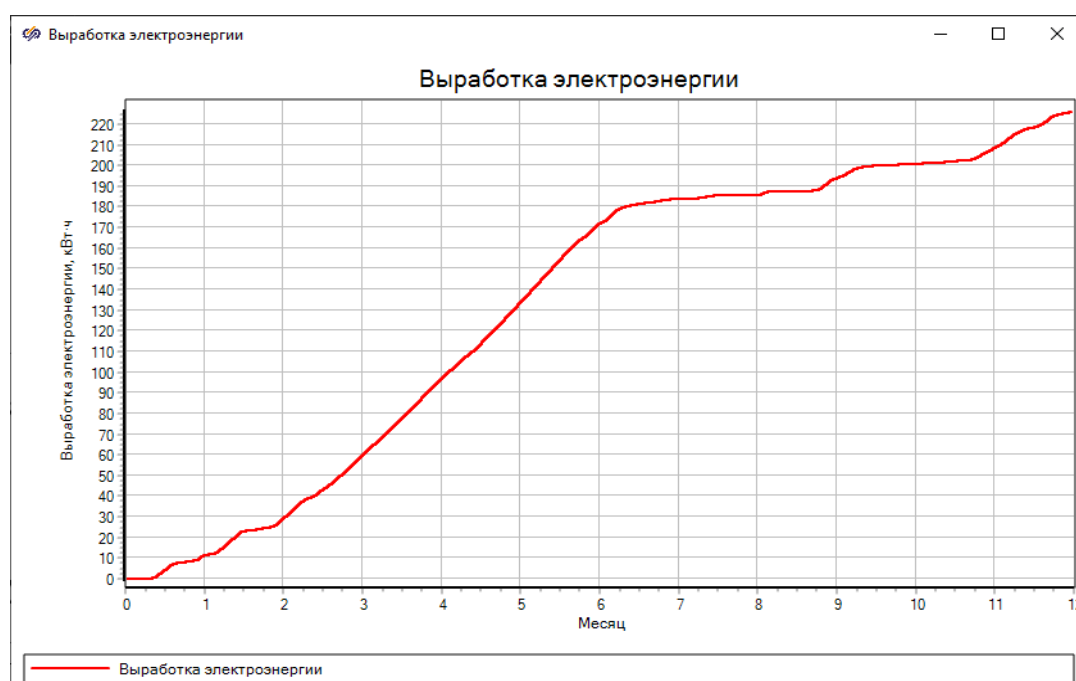


Рис. 5. Выработка электроэнергии гидрогенератором за год

3. Заключение

В данной работе была представлена имитационная модель прототипа микрогидроэлектростанции, реализованная в среде SimInTech, в целях оценки потенциала использования малых рек для генерации электроэнергии. Модель включает в себя функциональные блоки, отражающие ключевые компоненты

мГЭС: от кинетической части до электрической нагрузки, что позволяет осуществлять комплексный анализ процесса преобразования энергии. Осуществленное моделирование подтвердило возможность использования предложенной схемы для оценки потенциала гидроресурсов при различных характеристиках генерирующего устройства, что возможно во многом благодаря гибкости среды SimInTech, в результате чего модель может быть адаптирована под конкретные участки малых рек, позволяя исследовать влияние изменения расхода воды, напора, а также параметров генератора и нагрузки на эффективность системы.

Результаты моделирования показывают, что предложенный подход может использоваться как инструмент для предварительного технико-экономического обоснования установки мГЭС в удаленных или труднодоступных районах, а полученная модель в дальнейшем может быть улучшена за счет использования блоков управления и автоматизации, динамической нагрузки и элементов систем накопления энергии, предназначенных для сглаживания пиковых моментов потребления.

Список использованных источников

1. Power to the People: On the Role of Districts in Decentralized Energy Systems / J. Schnidrig, A. Chuat, C. Terrier, et al. // *Energies* 2024. – 17, 1718.
2. Реализация программной части модуля сбора данных о функционировании микроГЭС / С. В. Онищенко, А. Р. Мамий, Д. А. Василенко, С. С. Васюк // *Вестник Адыгейского государственного университета. Серия: Естественно-математические и технические науки*. – 2024. – № 1(336). – С. 70 – 79.
3. Ranking of Independent Small-Scale Electricity Generation Systems / J. Kramens, M. Valtere, G. Krigers // *Clean Technol.* – 2024, No. 6. – P. 140 – 151.
4. Basic design aspects of micro hydro power plant and its potential development in Malaysia, PECon 2004. Proceedings / M. Mohibullah, A. M. Radzi, M. I. A. Hakim // *National Power and Energy Conference*. – 2004. – Kuala Lumpur, Malaysia, 2004. – P. 220 – 223.
5. Онищенко, С. В. Программные средства моделирования возобновляемых источников энергии / С. В. Онищенко, К. А. Кузьмин, Т. Ю. Бычков // *Фундаментальные и прикладные аспекты геологии, геофизики и геоэкологии с использованием современных информационных технологий : материалы VII Междунар. науч.-практ. конф., Майкоп, 15 – 19 мая 2023 года. Том Ч. 2. – Майкоп : Индивидуальный предприниматель Кучеренко Вячеслав Олегович, 2023. – С. 91 – 99.*
6. Modeling of geothermal heating system for an individual heating station / P. Yu. Buchatskiy, S. V. Onishchenko, S. V. Teploukhov, K. A. Kuzmin // *Information, Control, and Communication Technologies (ICCT-2023) : Proceedings of the 7th International Scientific Conference, Moscow, 02 – 06 октября 2023 года. – М. : V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, 2023. – P. 93 – 95.*

7. Modeling of wind generator in the power supply system of an individual consumer using SimInTech / P. Yu. Buchatskiy, K. A. Kuzmin, S. V. Onishchenko, S. V. Teploukhov // Information, Control, and Communication Technologies (ICCT-2024) : Proceedings of the 8th International Scientific Conference, Vladikavkaz, 01 – 05 октября 2024 года. – Vladikavkaz : V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, 2024. – P. 268 – 270.

8. Гюев, З. Г. Проектирование микротурбины для микрогэс / З. Г. Гюев, В. М. Приходько, Г. Б. Джюев // Перспективы развития АПК в современных условиях : материалы 10 Междунар. науч.-практ. конф., Владикавказ, 10–11 июня 2021 года. Том 1 часть. – Владикавказ : Горский государственный аграрный университет, 2021. – С. 324 – 326.

9. Proposal for a Hydroelectric Power Plant. – URL : https://raahemsheikh.github.io/data/hydroelectric_project.pdf

10. PVGIS. – URL : https://joint-research-centre.ec.europa.eu/pvgis-online-tool_en

11. The Use of Climatic and Geospatial Data in Assessing the Potential of “Green Energy” and Designing Energy Systems with Renewable Energy Sources in the Republic of Adygea / M. K. Bedanokov, P. Y. Buchatskiy, S. V. Teploukhov, S. V. Onishchenko // Russian Journal of Earth Sciences. – 2025. – No. 2. – P. 1 – 7.

УДК 621.3.025.1, 621.3.022, 620.97

Д. А. Воронцов

Московский физико-технический институт
(Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия,
ООО «НТЦ АКТОР», Москва, Россия
e-mail: Vorontsov.da@phystech.edu

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УСИЛИТЕЛЕЙ D-КЛАССА В КАЧЕСТВЕ МИКРОГРИД ИНВЕРТОРА НАПРЯЖЕНИЯ

Аннотация. Исследуется вопрос синхронизации инверторов напряжения на базе самоосциллирующего усилителя D-класса в условиях нелинейной выпрямительной нагрузки. Исследуется влияние выпрямительной нагрузки с RC цепочкой на качество электроэнергии путем измерения коэффициента нелинейных искажений THD. В работе проведено моделирование в среде MATLAB/SIMULINK самоосциллирующего усилителя D-класса. Рассмотрены методы синхронизации двух таких инверторов напряжения в режиме мастер-слейв, предложен метод синхронизации копированием опорного сигнала. Впервые применен метод фазовой автоподстройки частоты синхронизации автогенераторного усилителя D-класса с таким же усилителем, проведено моделирование в среде, в результате которого показана инвариантность работы инвертора, состоящего из самоосциллирующего усилителя D-класса и модуля фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) относительно подключаемой нагрузки.

Ключевые слова: микрогрид, инвертор напряжения, фазовая автоподстройка частоты, коэффициент нелинейных искажений, качество электроэнергии.

1. Введение

В настоящее время в мире активно растет энергопотребление, причем в зависимости от периода дня или времени года энергопотребление может значительно отличаться. Концепция микрогрид позволяет накапливать электроэнергию в период низких нагрузок и возвращать накопленную энергию в систему электроснабжения (СЭС) в период пиковых нагрузок, что позволяет снижать нагрузки на электростанции. В основе сети микрогрид лежит инвертор напряжения, совершающий DC/AC преобразование.

При проектировании микрогрид систем важно учитывать характеристики подключаемой нагрузки. В случае высокой нелинейности подключаемой нагрузки возможно значительное ухудшение качества электроэнергии. Что в свою очередь может привести к выходу из строя подключаемого электрооборудования.

В настоящее время существуют различные методы для контроля нелинейных искажений в микрогрид системах [1, 2]. Добавление в контур управления пропорционально-резонансных [3] (ПР) или мультирезонансных [4] (МПР) регуляторов значительно снижает влияние нелинейных нагрузок на качество напряжения, однако требует дополнительной настройки регуляторов и увеличивает общую нагрузку на управляющий процессор. Схожей сложностью обладает и метод, добавляющий пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор в контур контроля тока [5] (англ. Droop Control) для подавления необходимых гармоник [6, 7].

В [8] предлагается добавить в систему дополнительный инвертер напряжения с контуром управления. Основной инвертер является частью микрогрид системы и производит полезную электроэнергию, в то время как второй инвертер работает для подавления нелинейных искажений сигнала от основного. Проблема такого метода – необходимость дополнительного силового преобразователя, что приводит к сложности проектирования и высокой стоимости.

Однофазный самоосцилирующий усилитель D-класса [9] обладает высокой стабильностью выходного сигнала независимо от подключаемой нагрузки. Также одно из преимуществ такого инвертора – аналоговый контур управления напряжением, что снижает нагрузку на управляющий процессор.

Один из методов синхронизации microgrid инверторов – метод фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ/PLL). В общем случае данный способ применяется в трехфазной сети в dq0 базисе [10 – 13]. В [12] предложен метод искусственной генерации dq0 базиса для однофазной сети, для дальнейшего применения метода PLL синхронизации. Целью настоящей работы является построение математической модели синхронизации самоосцилирующий усилителя D-класса с таким же усилителем и с СЭС общего назначения.

В настоящей работе исследуется влияние нелинейной выпрямительной нагрузки на самоосцилирующий усилитель D-класса в составе изолированной микрогрид системы. В системе MATLAB/Simulink была построена математическая модель системы, состоящей из нескольких инвертеров D-класса.

2. Описание системы

По определению [14] усилитель D-класса – усилитель, который состоит из как минимум двух силовых переключателей(транзисторов), компаратора и микропроцессора для генерации ШИМ.

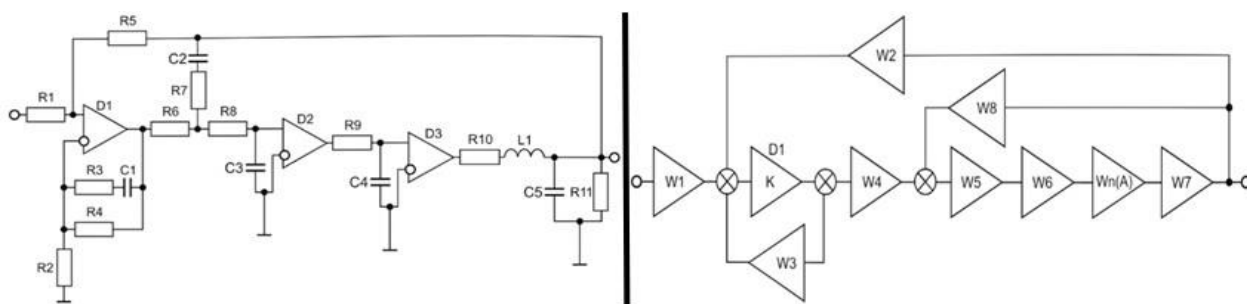


Рис. 1. Электрическая схема (а); структурная схема в операторном виде (б)

На рисунке 1, а, б представлена электрическая схема и структурная схема самоосцилирующего усилителя D-класса в операторном виде соответственно. Здесь операторы $W_1 - W_8$ – передаточные функции цепи, состоящей из пассивных элементов, а $W_n(A)$ – передаточная функция последовательно включенных компаратора D_2 и полумостового преобразователя D_3 , где A – амплитуда автогенерации. В результате решения полученное в [9]: частота автогенерации усилителя – $f_0 = 92,5$ кГц, амплитуда – $A = 0,5$. При этом

$$W_n(A) = \frac{4U_{\text{ampl}}}{\pi A},$$

где U_{ampl} – амплитудная характеристика полумостового преобразователя. Далее можем записать передаточные функции всего усилительного каскада:

$$W_{\text{fwd}} = W_5 W_6 W_7 W_n(-1), \quad W_d = \frac{W_{\text{fwd}} W_4}{1 + W_{\text{fwd}} W_8},$$

$$W_{\text{fb}} = \frac{W_d}{W_3}, \quad W_{\text{fb}} = \frac{W_d}{W_3}, \quad W = \frac{W_{\text{fb}} W_1}{1 + W_{\text{fb}} W_2}.$$

Согласно результатам, представленным в [9], доказано, что самоосцилирующий усилитель D-класса работает инвариантно относительно подключаемой нелинейной выпрямительной нагрузки, а также с высокой точностью воспроизводит опорный сигнал, подаваемый на вход усилителя. Искажения составляют не более 0,2% независимо от подключаемой нагрузки.

В качестве общей нагрузки был использован двухполупериодный выпрямитель с емкостью конденсатора 2100 мкФ и сопротивлением 560 Ом. Основной проблемой такой нагрузки является сильная нелинейность тока: в момент открытия диодов происходит форсированный заряд емкости, что приводит к резкому увеличению тока, в остальное же время диоды остаются закрытыми, т.е. ток в нагрузку не поступает. В [8] приведено подробное описание моделирования и работы такой нагрузки. Такого рода нагрузка приводит к возникновению нечетных гармоник выходного напряжения, в особенности – 3, 5 и 7 гармоник. В случае отсутствия механизма компенсации амплитуда 3 гармоники может составлять более чем 50% амплитуды основной гармоники.

3. Синхронизация копированием опорного сигнала

Запишем условия синхронизации инверторов. Очевидно, что в соответствии с уравнением Кирхгофа для тока выполняется: $i_1 + i_2 = i_n$. К данному выражению необходимо добавить условие отсутствия встречных токов, т.е. равенства напряжений на выходе каждого из инверторов в любой момент времени, что гарантирует синхронизацию работы обоих инверторов на полезную нагрузку, т.е. отдачу энергии от инвертора нагрузке. В случае синусоидального сигнала запишем напряжение в виде

$$U_i(t) = A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i).$$

Для успешного запуска параллельной работы нескольких инверторов необходимо добиться равенства амплитуд сигналов каждого из инверторов, а также совпадения этих сигналов по фазе. Запишем формулу опорного сигнала, ведомого инвертора через сигнал ведомого

$$U_{ref2} = \frac{K_1}{K_2} A_{ref1} \sin(\omega t + \varphi_0 + \Delta\varphi_1). \quad (1)$$

Формула (1) позволяет сгенерировать опорный сигнал для второго инвертора по характеристикам опорного сигнала первого инвертора. Будем называть инвертор с начальной фазой опорного сигнала, равной нулю, – ведущим, а инвертор, подстраивающий свой опорный сигнал в соответствии с опорным сигналом ведущего, – ведомым.

В настоящее время для синхронизации microgrid инвертора с СЭС общего назначения используется метод фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), он же phase-locked loop (PLL) для трехфазной сети. Приведем математическое описание данного метода и способ использования этого метода в случае однофазной сети. Данный метод удобен тем, что использует вращающийся ортогональный базис dq0 [12]. Для трехфазной сети такое преобразование реализуется с помощью преобразований Парка и Кларка.

Для использования PLL в однофазной сети необходимо искусственно создать сигнал в базисе $\alpha\beta\gamma$. Достаточно создать сигнал β , отстающий по фазе от исходного сигнала на $\pi/2$. Существуют различные методы создания ортогонального базиса для однофазной сети [11, 13, 15 – 17], обеспечивающие наиболее быстрое преобразование. Наибольшую популярность обрели методы, использующие интеграторы второго порядка для формирования ортогонального сигнала [17]. В рамках нашего исследования скорость синхронизации не имеет решающего значения, поэтому для создания ортогонального базиса используем простейший метод задержки сигнала для упрощения моделирования. Для синхронизации двух инверторов напряжением сети будем считать напряжение на выходе первого (ведущего) инвертора, а напряжением инвертора – выходное напряжение второго (ведомого) инвертора. Ведущий инвертор формирует сеть на основании опорного сигнала подобно (1), в результате чего на выходе инвертора образуется синусоидальный сигнал с нулевой начальной фазой. На рисунке 2 изображена блок-схема модуля PLL для работы с однофазным усилителем D-класса.

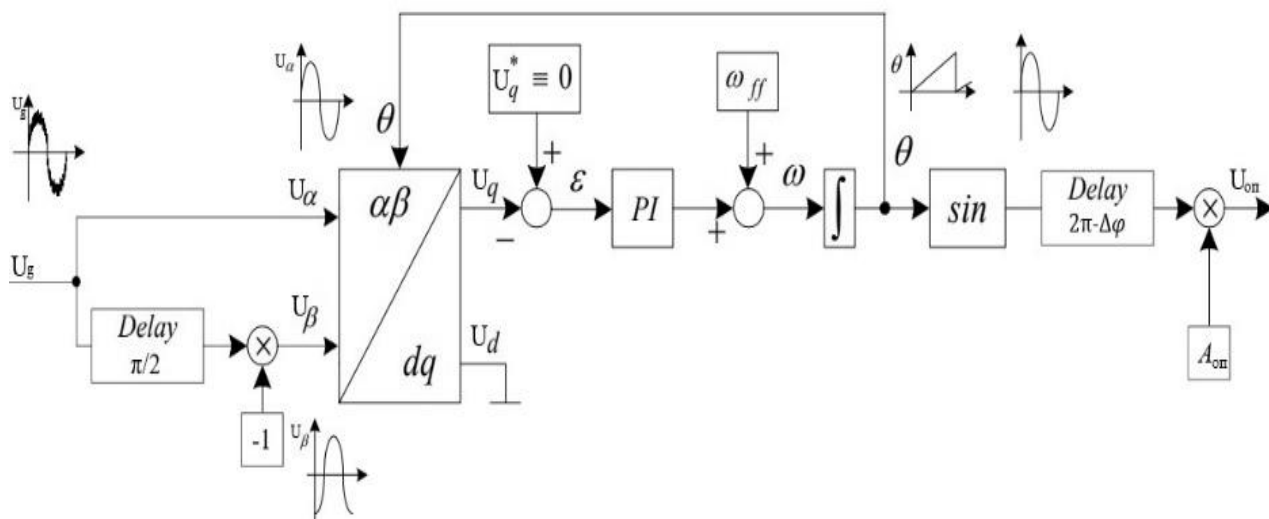


Рис. 2. Блок-схема модуля PLL для синхронизации с однофазной

5. Результаты моделирования

На рисунке 3 приведены результаты проведенного моделирования для описанных методов синхронизации. На рисунке 3 представлены напряжения нагрузки для классического инвертора, инвертора D-класса с копированием опорного сигнала и D-класса с использованием PLL, а на рис. 3 – спектры сигналов.

В таблице 1 приведены показатели THD, полученные в результате проведенного моделирования. Как видим, использование самоосциллирующего усилителя класса D позволяет значительно снизить показатель THD в системе, состоящей из нескольких инверторов напряжения.

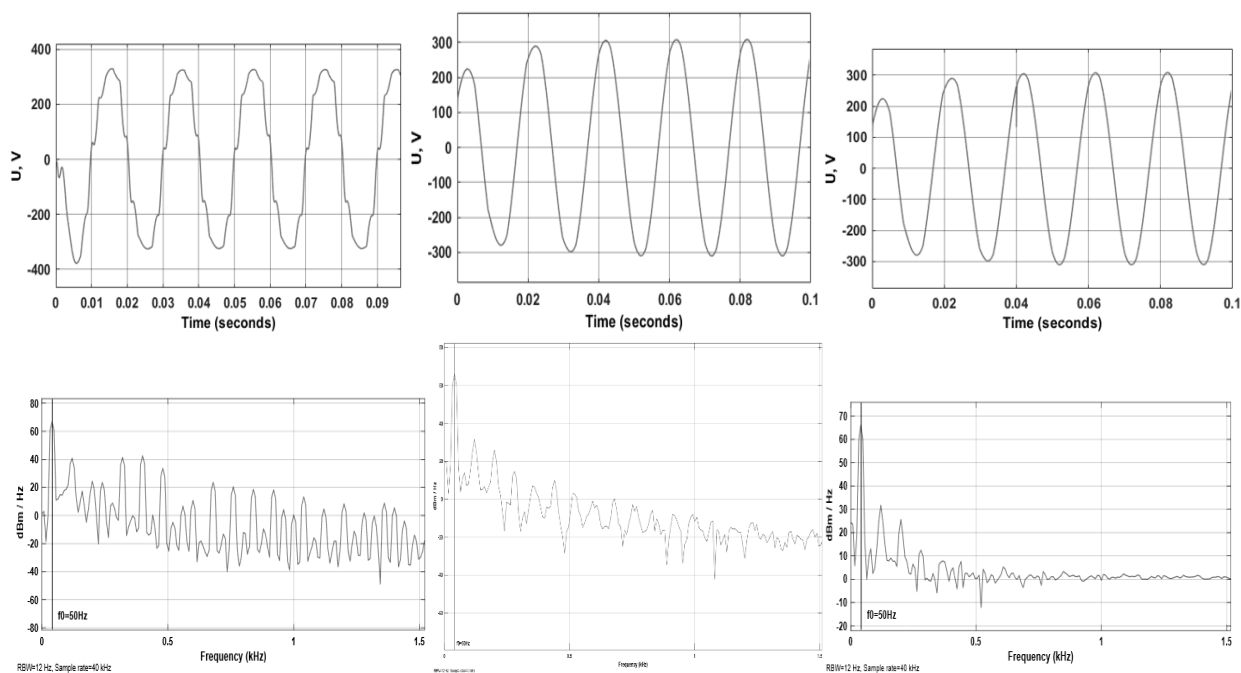


Рис. 3. Результаты моделирования

1. Показатели THD

Метод управления	Значение THD
Классический инвертер с ФАПЧ	11,75%
D-класс инвертер с копированием опоры	1,76%
D-класс инвертер с ФАПЧ	1,82%

6. Заключение

В результате проведенных серий математического моделирования можно сделать вывод о том, что работа автогенерирующих усилителей D-класса параллельно друг с другом возможна. Для работы параллельно с таким же усилителем достаточно синхронизировать опорные сигналы, что позволяет расширять общую мощность системы.

Предложен метод синхронизации посредством копирования опорного сигнала для создания закрытой системы, состоящей из нескольких инверторов такого рода. Данное решение просто в создании и не требует повышения вычислительных мощностей, однако неудобно для создания расширяемых систем и непригодно для синхронизации с сетью. Метод PLL же позволяет синхронизировать несколько инверторов без подключения дополнительных вычислений, при этом возможно расширение системы, состоящей из нескольких таких усилителей, однако такое решение требует увеличения вычислительных мощностей. Помимо этого, было проведено сравнение показателя THD для системы, состоящей из инверторов на основе инверторов D-класса и системы на основе классического полумостового микрогрид инвертора.

Список использованных источников

1. Khan, I. Nonlinear Load Harmonic Mitigation Strategies in Microgrids: State of the Art / I. Khan, A. S. Vijay, S. Doolla // IEEE Syst. J. – 2022. – V. 16, No. 3. – P. 4243 – 4255.
2. Harmonic Mitigation Methods in Microgrids / B. Adineh, R. Keypour, P. Davari, F. Blaabjerg; ed. by F. Blaabjerg // Power Electronics for Modern Power Systems. – Boca Raton: CRC Press, 2022. – Ch. 2. – P. 31 – 58.
3. Nair, R. P. PR controller-based droop control strategy for AC microgrid using Ant Lion Optimization technique / R. P. Nair, P. Kanakasabapathy // Energy Rep. – 2023. – V. 9. – P. 6189 – 6198.
4. Proportional Multiresonant Controller with Automatic Gains Adjustment for Grid-Connected Inverters / I. Veretennikov, Y. Vlasov, F. M. Ibanez, et al // 2023 IEEE Belgrade PowerTech. – Belgrade, Serbia, 2023. – P. 1 – 6.
5. Tao, Z. An improved IPT-PLL technology for single-phase grid-connected inverters in complex power grid conditions / Z. Tao, D. Dezhi // Sci. Rep. – 2024. – V. 14, No. 1. – P. 12169.
6. Gadde, P. H. Comparison of PR and PI Controllers for Inverter Control in an Unbalanced Microgrid / P. H. Gadde, S. Brahma // 2020 52nd North American Power Symposium (NAPS). – 2021. – P. 1 – 6.
7. Decentralized Virtual Impedance-Conventional Droop Control for Power Sharing for Inverter-Based Distributed Energy Resources of a Microgrid / E. Buraimoh, A. O. Aluko, O. E. Oni, I. E. Davidson // Energies. – 2022. – V. 15, No. 12. – P. 4439.
8. Venkatesh, C. Modelling of Nonlinear Loads and Estimation of Harmonics in Industrial Distribution System / C. Venkatesh, S. Rajagopal, L. Sivakumar // National Power Systems Conference (NPSC). – IIT Bombay, 2008. – P. 177 – 182.
9. Воронцов, А. В. Автогенераторный усилитель в силовом инверторе // Электронные информационные системы / А. В. Воронцов. – 2020. – № 2. – С. 50 – 61.
10. Kulkarni, S. V. An investigation of PLL synchronization techniques for distributed generation sources in the grid-connected mode of operation / S. V. Kulkarni, D. N. Gaonkar // Electric Power Systems Research. – 2023. – V. 223. – P. 109535.
11. PLL synchronization in grid-connected converters / E. Adzic, V. Porobić, B. Dumnic, et al. // 15th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC). – Novi Sad, 2012. – P. 1 – 7.
12. Ciobotaru, M. Improved PLL structures for single-phase grid inverters / M. Ciobotaru, R. Teodorescu, F. Blaabjerg // 11th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM). – Brasov, 2005. – P. 1 – 6.

13. Novel Space Vector Pulsewidth Modulation Strategies for Single-Phase Three-Level NPC Impedance-Source Inverters / T. E. Shults, O. Husev, F. Blaabjerg, et al. // IEEE Trans. Power Electron. – 2019. – V. 34, No. 3. – P. 2246 – 2257.
14. Поташов, Р. Новые усилители класса D на основе технологии UCD / Р. Поташов, С. Кузнецов // Новости электроники. – 2007. – № 2. – С. 20 – 24.
15. Tao, Z. An improved IPT-PLL technology for single-phase grid-connected inverters in complex power grid conditions / Z. Tao, D. Dezhi // Sci. Rep. – 2024. – V. 14, No. 1. – P. 12169.
16. An Adaptive Frequency Phase-Locked Loop Based on a Third Order Generalized Integrator / H. Du, Q. Sun, Q. Cheng, et al. // Energies. – 2019. – V. 12. – P. 309.
17. Hackl, C. M. Modified Second-Order Generalized Integrators With Modified Frequency Locked Loop for Fast Harmonics Estimation of Distorted Single-Phase Signals / C. M. Hackl, M. Landner // IEEE Trans. Power Electron. – 2020. – V. 35, No. 3. – P. 3298 – 3309.

УДК 519.7

А. И. Глущенко, К. А. Ласточкин

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: aiglush@ipu.ru

ТОЧНАЯ АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СУДНА НА ОСНОВЕ ПРОЦЕДУРЫ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ И СМЕШИВАНИЯ РЕГРЕССОРА И МЕТОДА ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Аннотация. Рассматривается задача идентификации в замкнутом контуре параметров судна на малом ходу при наличии ограниченного незатухающего возмущения с ненулевым средним. На основе дополнения процедуры динамического расширения и смешивания методом инструментальных переменных предложен закон идентификации, обеспечивающий точную асимптотическую оценку параметров судна, даже если регрессор и возмущение взаимно зависимы.

Ключевые слова: точная оценка параметров, динамическое расширение и смешивание регрессора, линейная регрессия, инструментальные переменные, надводное судно.

1. Введение

Автономные надводные суда могут автоматически работать в опасных и сложных условиях и, следовательно, имеют большое количество военных и коммерческих применений: наблюдение и разведка, сбор океанографических данных и т.д. [1]. Требования безопасности являются ключевыми для этих

задач, а их удовлетворение сводится к решению нетривиальной задачи управления при наличии внешних возмущений (ветер, волны, течения и т.д.). Этот факт обуславливает актуальность применения современных методов синтеза робастных регуляторов, обеспечивающих отслеживание заданной траектории движения судна в указанных условиях [2, 3].

Во многих работах, например [4], отмечается, что в последние годы для проектирования систем управления беспилотными транспортными средствами все чаще используются подходы, основанные на моделях. Также точная модель судна может быть использована для получения оценок его пространственных координат в случае отсутствия сигнала от глобальной навигационной системы. Таким образом, задача идентификации параметров автономного надводного судна, подверженного воздействию возмущений, с параметрической ошибкой, близкой к нулю, является актуальной.

Упомянем некоторые методы решения данной задачи. В случае, если модель возмущения известна, может быть применен метод максимального правдоподобия [5]. Если возмущение описывается распределением Гаусса с нулевым средним, то для идентификации можно использовать расширенный фильтр Калмана [6]. Рекурсивный метод наименьших квадрата также может быть использован, если возмущение и регрессор системы являются независимыми [7] величинами. Указанные требования являются ограничительными для практических задач.

Еще одним подходом к идентификации является процедура динамического расширения и смешивания регрессоров (ДРСР) [8]. Она позволяет разработать закон оценки с ослабленными условиями сходимости по сравнению с классическими подходами (регрессор системы должен быть квадратично неинтегрируемым, а не постоянно возбужденным) и обеспечивает улучшенное качество переходных процессов по оценкам параметров. Несмотря на преимущества, ДРСР также обеспечивает только равномерную предельную ограниченность ошибки оценивания в случае, если система подвергается воздействию ограниченного и незатухающего возмущения.

В [9] авторы предложили новый метод онлайн асимптотической идентификации возмущенных линейных систем, который основан на процедуре ДРСР (и сохраняет ее преимущества, включая условия сходимости) [8] и методе инструментальных переменных [10] и, в отличие от всех вышеупомянутых методов, обеспечивает онлайн точную асимптотическую оценку неизвестных параметров линейных систем в случае действия возмущения, даже если регрессор системы и возмущение (в том числе с ненулевым средним значением) являются зависимыми.

Поэтому в данном исследовании предлагается применить процедуру из [9] для оценки параметров автономного надводного судна, подверженного воздействию внешнего незатухающего возмущения с ненулевым средним.

2. Постановка задачи

Рассматривается модель судна на малом ходу из [11], поэтому мы пренебрегаем слагаемыми, связанными с кориолисовой и центробежной силами, а также нелинейными составляющими стандартной модели. Таким образом, линеаризованная модель движения судна с тремя степенями свободы (линейные координаты $x(t)$, $y(t)$ и курс $\psi(t)$) представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{\eta}(t) &= J(\psi(t)) v(t), \\ M\dot{v}(t) + Dv(t) &= \tau_c(t) + \tau_d(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\eta(t) = [x(t) \ y(t) \ \psi(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ – вектор обобщенных координат в инерциальной системе отсчета (ИСО); $v(t) = [u(t) \ v(t) \ r(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ – вектор скоростей в неинерциальной системе отсчета (НСО); $\tau_c(t) \in \mathbb{R}^3$ – управление; $\tau_d(t) \in \mathbb{R}^3$ – внешнее ограниченное незатухающее возмущение с ненулевым средним значением; $J(\psi) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ является матрицей преобразования координат из НСО в ИСО; $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ – матрица инерции; $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ – демпфирующая матрица. Конкретный вид матриц приведен в [11, С. 134 – 136].

В работе принято следующее описание исполнительного механизма:

$$\tau_c(t) = \kappa \tau(t) = \kappa \begin{bmatrix} \tau_u(t) \\ \tau_v(t) \\ \tau_r(t) \end{bmatrix} = \kappa \begin{bmatrix} P_e \cos \alpha_e \\ 0 \\ P_e L_e \sin \alpha_e \end{bmatrix},$$

где P_e – сигнал с датчика, установленного на двигателе; κ – скалярный коэффициент, преобразующий P_e в тягу, гребной винт двигателя расположен на поворотной рулевой колонке с углом поворота α_e ; L_e – расстояние от центра масс судна до двигателя.

Модель (1) запишем в форме, в которой правая часть уравнения представлена в виде линейной регрессии. Для этого второе уравнение из (1) переписывается в следующем виде:

$$\dot{v}(t) = -M^{-1}Dv(t) + M^{-1} \kappa \tau(t) + \tau_d(t) = \omega^T(t) \theta + d(t), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned}d(t) &= M^{-1} \tau_d(t), \quad \omega^T(t) = \begin{bmatrix} \tau_u & 0 & 0 & -u & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau_r & 0 & 0 & -v & -r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_r & 0 & 0 & 0 & -v & -r \end{bmatrix}, \\ \theta &= [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6 \ \theta_7 \ \theta_8]^T.\end{aligned}$$

Требуется разработать закон идентификации неизвестных параметров θ , гарантирующий сходимость параметрической ошибки $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta$ к нулю, т.е.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\theta}(t)\| = 0. \quad (3)$$

При решении данной задачи будем считать выполненными следующие допущения

Допущение 1. Измеряемыми сигналами являются α_e , P_e , скорости $\dot{x}(t)$ и $\dot{y}(t)$, курс $\psi(t)$ и его скорость $\dot{\psi}(t)$, тогда как все остальные сигналы не измеряемы и M , D , κ неизвестны.

Допущение 2. Сигналы $\tau_c(t)$, $\eta(t)$ ограничены, т.е. судно функционирует в замкнутом контуре, регуляторы которого обеспечивают устойчивость и отслеживание ограниченной траектории $r(t)$.

Допущение 3. Возмущение $\tau_d(t)$ – ограниченный незатухающий сигнал с неизвестной моделью, ненулевым средним значением и независим от $r(t)$

$$\forall t \geq t_0, \left| \int_{t_0}^t r(s) \tau_d(s) ds \right| < \infty.$$

3. Основной результат

Данный раздел включает три части. В первой части уравнение (2) преобразуется в форму линейной регрессии с измеряемым регрессором и левой частью. Во второй части вводится инструментальная переменная. В последней приведен метод оценки неизвестных параметров, полученный на предыдущих шагах регрессионного уравнения.

3.1. Параметризация в форме линейного регрессионного уравнения

Сигнал в левой части уравнения (2) недоступен для непосредственного измерения. Поэтому применим устойчивые линейные операторы ($p := \frac{d}{dt}$):

$$H_i(p) := \frac{k_i}{p + k_i}, \quad i = 1..3, \quad H(p) = [H_1(p) \quad H_2(p) \quad H_3(p)]^T \quad (4)$$

к (2) и получим

$$z(t) = \varphi^T(t) \theta + w(t), \quad (5)$$

где

$$z(t) = H(p) \begin{bmatrix} \dot{u}(t) \\ \dot{v}(t) \\ \dot{r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{p+k_1} pu \\ \frac{k_2}{p+k_2} pv \\ \frac{k_3}{p+k_3} pr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_1 p}{p+k_1} u \\ \frac{k_2 p}{p+k_2} v \\ \frac{k_3 p}{p+k_3} r \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \varphi^\top(t) &= H(p) \begin{bmatrix} \omega^\top(t) \\ d^\top(t) \end{bmatrix}, \\ w(t) &= H(p) \begin{bmatrix} d^\top(t) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

а регрессор $\varphi^\top(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 8}$ и левая часть $z(t) \in \mathbb{R}^3$ измеряемы, поскольку согласно постановке задачи, сигнал $r(t)$ известен, а $u(t)$, $v(t)$ могут быть вычислены по $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$ с использованием невырожденного преобразования $J \Psi^{-1}$.

Регрессор $\omega(t)$ содержит большое число нулей, поэтому будет затруднительно обеспечить его возбуждение (что является необходимым условием идентификации неизвестных параметров – см., например, [12]) после применения любой процедуры расширения к $\omega(t)$. Поэтому далее мы рассмотрим все три уравнения регрессии (5) по отдельности:

$$z_i(t) = \varphi_i^\top(t) \Theta_i + w_i(t), \quad i = 1, \dots, 3, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_1^\top(t) &= H_1(p) \begin{bmatrix} \tau_u & -u \end{bmatrix}, \quad \Theta_1 = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_4 \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{n_1}, \\ \varphi_2^\top(t) &= H_2(p) \begin{bmatrix} \tau_r & -v & -r \end{bmatrix}, \quad \Theta_2 = \begin{bmatrix} \theta_2 & \theta_5 & \theta_6 \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{n_2}, \\ \varphi_3^\top(t) &= H_3(p) \begin{bmatrix} \tau_r & -v & -r \end{bmatrix}, \quad \Theta_3 = \begin{bmatrix} \theta_3 & \theta_7 & \theta_8 \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{n_3}, \end{aligned}$$

где $n_1 = 2$, $n_2 = n_3 = 3$.

3.2. Инструментальная переменная для замкнутого контура

Следуя [9], инструментальные переменные $\zeta_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$ должны быть выбраны так, чтобы они были независимы от соответствующих $w_i(t) \in \mathbb{R}$, т.е.

$$\forall t \geq t_0 \left| \int_{t_0}^t \zeta_{ij}(s) w_i(s) ds \right| \leq c < \infty, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \quad j = 1, \dots, n_i, \quad (7)$$

но в то же время

$$\int_{t_0}^t \zeta_i(s) \varphi_i^\top(s) ds \rightarrow \infty \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (8)$$

Разумным выбором $\zeta(t) = [\zeta_1(t) \quad \zeta_2(t) \quad \zeta_3(t)]^\top$ является

$$\zeta(t) = H(p) \omega_{iv}(t), \quad (9)$$

где матрица

$$\omega_{iv} = \begin{bmatrix} \tau_{u_{iv}} & 0 & 0 & -u_{iv} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau_{r_{iv}} & 0 & 0 & -v_{iv} & -r_{iv} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{r_{iv}} & 0 & 0 & 0 & -v_{iv} & -r_{iv} \end{bmatrix}^{\top}$$

получена с помощью инструментальной модели

$$v \dot{\vartheta}_{iv} t = \omega_{iv}^{\top} t \theta_{iv}, \quad v_{iv} t_0 = v t_0. \quad (10)$$

Согласно допущению 2, судно функционирует в замкнутом контуре, следовательно, структура и параметры реально используемых регуляторов известны, и мы можем «скопировать» их в инструментальную модель для расчета $\tau_{u_{iv}}$, $\tau_{r_{iv}}$, но на основе сигналов с модели u_{iv} , v_{iv} , r_{iv} вместо реальных сигналов u , v , r . Таким образом, инструментальная модель замыкается на себя и функционирует параллельно реальному объекту.

Основной вопрос заключается в том, как выбрать параметры θ_{iv} инструментальной модели (10) таким образом, чтобы они удовлетворяли (7) и (8). Идея заключается в том, что θ_{iv} должно быть как можно ближе к θ . Параметры θ неизвестны, поэтому лучшим выбором θ_{iv} является оценка θ , полученная на основе (6) с использованием процедуры на основе ДРСР, например, с фильтром с экспоненциальным демпфированием, описанной в [13]. Такая оценка будет отличаться от истинных θ , но известные подходы не дадут лучшего результата в рассматриваемых условиях.

3.3. Оценка неизвестных параметров

Используем схему расширения регрессора для ДРСР из [9], состоящую из фильтра скользящего среднего:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}_i t &= \zeta_i t z_i t - \zeta_i t - T_i z_i t - T_i, \quad \vartheta_i t_0 = 0_{n_i}, \\ \dot{\sigma}_i t &= \zeta_i t \varphi_i^{\top} t - \zeta_i t - T_i \varphi_i^{\top} t - T_i, \quad \sigma_i t_0 = 0_{n_i \times n_i} \end{aligned} \quad (11)$$

и фильтра с усреднением:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_i t &= -\frac{1}{F_i t} \dot{F}_i t Y_i t - \vartheta_i t, \quad Y_i t_0 = 0_{n_i}, \\ \dot{\Phi}_i t &= -\frac{1}{F_i t} \dot{F}_i t \Phi_i t - \sigma_i t, \quad \Phi_i t_0 = 0_{n_i \times n_i}, \\ \dot{F}_i t &= p_i t^{p_i-1}, \quad F_i t_0 = F_{0i}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $T_i > 0$ обозначает ширину скользящего окна, $p_i \geq 1$, $F_{0i} > t_0^{p_i}$ – параметры фильтров.

Согласно утверждению 4 из [9] имеем

$$Y_i(t) = \Phi_i(t) \Theta_i + W_i(t), \quad (13)$$

где возмущение $W_i(t)$ удовлетворяет следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \dot{W}_i(t) &= -\frac{1}{F_i(t)} \dot{F}_i(t) W_i(t) - \varepsilon_i(t), \quad W_i(t_0) = 0_{n_i}, \\ \dot{\varepsilon}_i(t) &= \zeta_i(t) w_i(t) - \zeta_i(t - T_i) w_i(t - T_i), \quad \varepsilon_i(t_0) = 0_{n_i}. \end{aligned}$$

На шаге смешивания левая и правая части уравнения (13) умножаются на союзную матрицу $\text{adj } \Phi_i(t)$, которая благодаря $\text{adj } \Phi_i(t) \Phi_i(t) = \det \Phi_i(t) I_{n_i}$ позволяет получить набор независимых скалярных регрессионных уравнений:

$$Y_{ij}(t) = \Delta_i(t) \Theta_{ij} + W_{ij}(t), \quad j = 1 \dots n_i, \quad (14)$$

где

$$Y_i(t) := \text{adj } \Phi_i(t) Y_i(t), \quad \Delta_i(t) := \det \Phi_i(t), \quad W_i(t) := \text{adj } \Phi_i(t) W_i(t),$$

$$Y_i(t) = [Y_{i1}(t) \dots Y_{ij}(t) \dots Y_{in_i}(t)]^T, \quad W_i(t) = [W_{i1}(t) \dots W_{ij}(t) \dots W_{in_i}(t)]^T.$$

Имея (14), применим градиентный закон оценки ($\gamma_i > 0$):

$$\dot{\hat{\Theta}}_{ij}(t) = -\gamma_i \Delta_i(t) \hat{\Delta}_i(t) \hat{\Theta}_{ij}(t) - Y_{ij}(t), \quad \hat{\Theta}_{ij}(t_0) = 0. \quad (15)$$

Примем следующее допущение.

Допущение 4. Сигнал $\Delta_i(t)$ для всех $i = 1, \dots, 3$ не является квадратично интегрируемым, т.е. $\Delta_i(t) \notin L_2$.

Следуя теореме 2 из [9], закон оценивания (15), который может применяться как онлайн, так и оффлайн, гарантирует, что поставленная цель (3) будет достигнута. Вектор $\hat{\theta}(t)$ при этом составлен из $\hat{\Theta}_1(t)$, $\hat{\Theta}_2(t)$ и $\hat{\Theta}_3(t)$.

4. Моделирование

Объект задается уравнением (2) и первым уравнением из (1). Его параметры задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 1,63 \cdot 10^{-4}, \quad \theta_2 = 3,67 \cdot 10^{-5}, \quad \theta_3 = 3,55 \cdot 10^{-5}, \quad \theta_4 = 0,32, \\ \theta_5 &= 0,072, \quad \theta_6 = 2,014, \quad \theta_7 = -0,045, \quad \theta_8 = 1,041, \quad L_e = 2,665, \end{aligned} \quad (16)$$

что соответствует надводному судну (8 м на 2,5 м, масса 2 т, двигатель мощностью 300 л.с.). Параметры исполнительного механизма принадлежат следую-

щим диапазонам: $\alpha_e \in -0,5236; 0,5236$ (рад), $P_e \in 0; 22060$. Начальные условия были выбраны следующим образом:

$$x_0 = 0, y_0 = 60, \psi_0 = 0, u_0 = 0, v_0 = 0, r_0 = 0.$$

Возмущающее воздействие задается следующим образом:

$$\tau_{di} = 100 + 50 \sin 4\pi t + 250 \sin 0,1\pi t, \quad i = 1, \dots, 3.$$

Задание для судна представляет собой фигуру в виде восьмерки:

$$x_d(t) = 250 \cos\left(\frac{\pi}{200}t\right), \quad y_d(t) = 60 \sin\left(\frac{\pi}{400}t\right).$$

Эти сигналы пересчитывались в задания по курсу и скорости:

$$\psi_d(t) = \operatorname{atan2} \dot{y}_d(t), \quad x(t), \quad V_d(t) = \sqrt{\dot{x}_d(t)^2 + \dot{y}_d(t)^2}.$$

Скорость судна:

$$V(t) = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2}.$$

Регулятор курса (его выходной сигнал является заданием для угла поворота рулевой колонки α_e) и регулятор тяги двигателя (его выходной сигнал является заданием для двигателя P_e) были спроектированы следующим образом (динамика исполнительных механизмов не учитывалась):

$$\begin{aligned} \alpha_e(t) &= 1,0472 e_\psi(t) + 0,0017 \int_0^t e_\psi(s) ds, \quad e_\psi(t) = \psi_d(t) - \psi(t), \\ P_e(t) &= 100 \left[25 + 5 e_V(t) + 3 \int_0^t e_V(s) ds + 2 \frac{de_V(t)}{dt} \right], \quad e_V(t) = V_d(t) - V(t). \end{aligned}$$

Применение процедуры из [13] к регрессионным уравнениям (6) позволило получить следующие оценки неизвестных параметров модели судна, которые были приняты как значения параметров инструментальной модели:

$$\begin{aligned} \theta_{1iv} &= 1,26 \cdot 10^{-4}, \quad \theta_{2iv} = 1,14 \cdot 10^{-5}, \quad \theta_{3iv} = 1,096 \cdot 10^{-5}, \quad \theta_{4iv} = 0,243, \\ \theta_{5iv} &= 0,091, \quad \theta_{6iv} = 1,203, \quad \theta_{7iv} = -0,026, \quad \theta_{8iv} = 0,251. \end{aligned}$$

Отметим, что они не совпадают со значениями в (16), поскольку в условиях действия выбранного возмущения подход из [13] гарантирует сходимость параметрической ошибки не к нулю, а в некоторую замкнутую область.

Следующим шагом является применение разработанного метода оценки неизвестных параметров. Параметры фильтров (11), (12) и закона оценивания (15) выбираются следующим образом: $T_1 = T_2 = T_3 = 1$, $p_1 = p_2 = p_3 = 1$, $F_{01} = F_{02} = F_{03} = 0,01$, $\gamma_1 = 10^{-14}$, $\gamma_2 = 10$, $\gamma_3 = 10$.

Переходные процессы по оценкам неизвестных параметров приведены на рис. 1. Оценки неизвестных параметров асимптотически сходятся к истин-

ным значениям неизвестных параметров, и для θ_1 и θ_4 достигли 10 %-ной окрестности истинных значений за 28 с, для θ_2 , θ_5 и θ_6 – за 150 с (допущение 4 было выполнено за 120 с), для θ_3 , θ_7 и θ_8 – за 330 с (допущение 4 было выполнено за 120 с).

5. Заключение

В работе решена задача оценки параметров автономного надводного судна при наличии ограниченного не исчезающего возмущения с ненулевым средним значением. Обеспечена сходимость параметрической ошибки к нулю даже в ситуации, когда регрессор и возмущение являются зависимыми величинами.

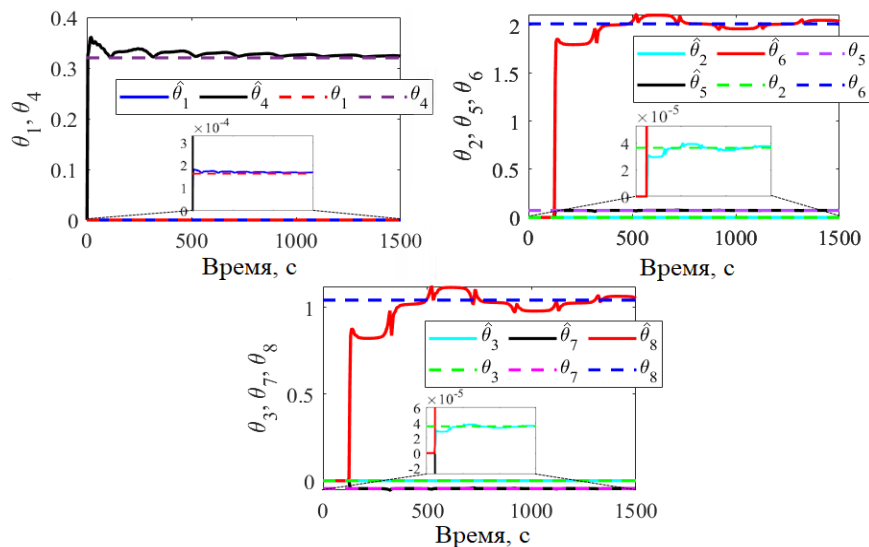


Рис. 1. Переходные процессы по оценкам неизвестных параметров

Список использованных источников

1. Development and missions of unmanned surface vehicle / Rj. Yan, et al. // Journal of Marine Science and Application. – 2010. – V. 9. – P. 451 – 457.
2. Unmanned surface vehicles: An overview of developments and challenges / Z. Liu, Y. Zhang, X. Yu, C. Yuan // Annual Reviews in Control. – 2016. – V. 41. – P. 71 – 93.
3. Spong, M. W. Robot Modeling and Control / M. W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar. – 2nd Edition. – John Wiley & Sons, 2020.
4. Siramdasu, Y. Nonlinear dynamic model identification methodology for real robotic surface vessels / Y. Siramdasu, F. Fahimi // International Journal of Control. – 2013. – V. 86, No. 12. – P. 2315 – 2324.
5. Astrom, K. J. Identification of ship steering dynamics / K. J. Astrom, C. G. Kallstrom // Automatica. – 1976. – V. 12, No. 1. – P. 9 – 22.
6. Fossen, T. I. Identification of dynamically positioned ships / T. I. Fossen, S. I. Sagatun, A. J. Sorensen // Modeling, Identification and Control. – 1996. – V. 17, No. 2. – P. 153 – 165.

7. Robust adaptive control of an uninhabited surface vehicle / A. S. K. Annamalai, et al. // Journal of Intelligent & Robotic Systems. – 2014. – V. 78, No. 2. – P. 1 – 20.
8. Multiple parameters estimation of ship roll motion model with gyrostabilizer / M. Kakanov, et al. // Lecture Notes in Networks and Systems. – 2020. – V. 95. – P. 326 – 334.
9. Glushchenko, A. Instrumental Variables based DREM for Online Asymptotic Identification of Perturbed Linear Systems / A. Glushchenko, K. Lastochkin // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2025. – V. 70, No. 2. – P. 1320 – 1327.
10. Soderstrom, T. Instrumental variable methods for system identification / T. Soderstrom, P. Stoica // Circuits, Systems and Signal Processing. – 2002. – V. 21, No. 1. – P. 1 – 9.
11. Fossen, T. I. Models for Ships, Offshore Structures and Underwater Vehicles / T. I. Fossen. – John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
12. Identifiability implies robust, globally exponentially convergent online parameter estimation / L. Wang, et al. // International Journal of Control. – 2023. – V. 97, No. 9. – P. 1967 – 1983.
13. Glushchenko, A. Unknown piecewise constant parameters identification with exponential rate of convergence / A. Glushchenko, K. Lastochkin // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 2023. – V. 37, No. 1. – P. 315 – 346.

УДК 681.51

О. С. Грачева, Д. В. Милосердова

Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия

e-mail: olgagracheva@mail.ru

ИМИТАЦИОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ «СИМУЛЯТОР ДЫХАНИЯ – ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ДЫХАТЕЛЬНЫЙ АППАРАТ»

Аннотация. Исследования направлены на решение задачи создания нового поколения индивидуальных дыхательных аппаратов (ИДА) путем разработки математического и технического обеспечения автоматизированной системы научных исследований. В процессе функционирования системы «Симулятор дыхания (СД) – ИДА» характеристики как СД, так и ИДА могут существенно меняться под воздействием различных факторов (тепловой нагрев, изменение давления среды, турбулентность и неравномерность истечения газов, спекание гранул сорбента регенеративного патрона ИДА и т.д.), система управления СД-ИДА должна обладать определенными свойствами адаптации к этим воздействиям. Рассматриваются возможности идентификации моделей СД и адаптивных алгоритмов решения математических моделей ИДА. Приводятся результаты имитационного моделирования системы СД-ИДА. Методы исследования: системный анализ, математическое моделирование, теория автоматического управления, идентификация динамических систем.

Ключевые слова: симулятор дыхания, индивидуальный дыхательный аппарат.

1. Введение

Актуальность работ в области создания нового поколения систем защиты органов дыхания человека определяется постоянно усиливающимся негативным влиянием ряда факторов на население, производственную и экологическую систему; возрастанием риска чрезвычайных ситуаций на потенциально опасных химических объектах и нарастающим количеством объектов с близкими к предельным или полностью исчерпанными техническими и технологическими ресурсами; возрастанием вероятности экологических катастроф, связанных с широкомасштабным использованием экологически несовершенных в отношении обеспечения химической безопасности технологий в промышленности [13].

Основной задачей государственной политики в области защиты людей от поражающих факторов, имеющих химическую и биологическую природу или техногенных угроз, является обеспечение гарантированного уровня их безопасности. Вследствие чего разрабатываются новые средства индивидуальной защиты органов дыхания человека (СИЗ), являющиеся элементами систем жизнеобеспечения человека, а также их компоненты, включающие такие основные элементы, как маска, регенеративный патрон, дыхательный мешок и др., требующие проведения испытаний как на стадии разработки, так и на стадии производства [16].

Целью работы является развитие теоретических основ научно-исследовательской базы для систем защиты органов дыхания человека нового поколения от поражающих факторов химической и биологической природы.

В качестве объекта исследования рассматривается система «Искусственные легкие – Изолирующий дыхательный аппарат».

Методы исследования: системный анализ, математическое моделирование, теория автоматического управления, оптимальное управление и идентификация динамических систем.

СИЗ органов дыхания изолирующего типа с химически связанным кислородом используются в различных областях в экстремальных ситуациях: на земле и под землей, в космосе и на транспорте, на воде и под водой [1, 2, 9, 10, 12].

Принцип действия ИДА с химически связанным кислородом основан на изоляции органов дыхания и зрения человека от окружающей среды и обеспечении дыхания за счет регенерации дыхательной смеси [1]. Указанный принцип действия обуславливает такие важнейшие качества СИЗ, как защита от всех токсичных веществ самой разнообразной химической и биологической природы при предельно высоком содержании токсичных веществ в атмосфере. К достоинствам ИДА с химически связанным кислородом относятся простота конструкции, экономное расходование кислорода, возможность длительного пребывания в рабочем состоянии.

Конструктивно ИДА с химически связанным кислородом, в основном, выполняется по двум схемам дыхания [2]: маятниковой (рис. 1) и круговой.

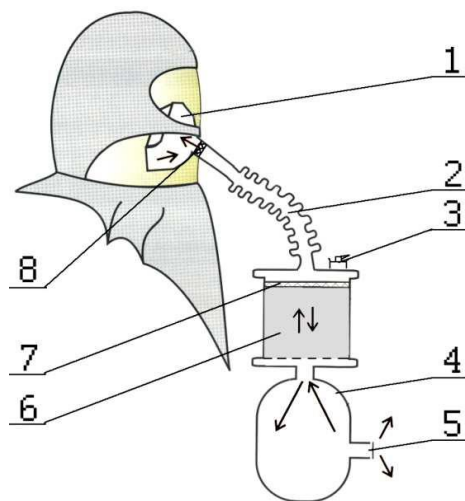


Рис. 1. Принципиальная схема автономного ИДА

с химически связанным кислородом (маятниковая схема дыхания):

1 – лицевая часть; 2 – шланг дыхательный; 3 – устройство пусковое; 4 – мешок дыхательный; 5 – клапан избыточного давления; 6 – патрон регенеративный; 7 – фильтр; 8 – теплообменник

В ИДА попадает выдыхаемая человеком ГДС, которая характеризуется следующими величинами [1, 2, 12]: легочной вентиляцией W_d ; глубиной дыхания V_d ; частотой дыхания n ; объемными долями диоксида углерода, азота и кислорода в выдыхаемой ГДС; объемными подачами диоксида углерода, азота и кислорода.

Основным средством для проведения испытаний СИЗ, а также их отдельных компонентов являются симуляторы «Искусственные легкие» (ИЛ) [18, 19]. Качество проведения испытаний зависит от точности воспроизведения процессов имитации дыхания человека в ИЛ для различных психофизиологических состояний человека и характеристик регенеративных патронов [14, 15]. Испытания на существующих (отечественных и зарубежных) установках ИЛ имеют ряд особенностей: установки работают циклично с изменением состава газовой дыхательной смеси (ГДС), однако, как показывает анализ литературных источников [3, 8, 11, 17], на существующих установках ИЛ не воспроизводится влияние различных психофизиологических состояний человека, не учитываются изменения пневмотахограмм дыхания, дыхательного коэффициента и других факторов, влияющих на адекватность имитирующих процессов реальным.

Для имитации процесса потребления кислорода, дыхательного коэффициента и пневмотахограмм дыхания современные зарубежные и отечественные установки ИЛ оснащены поршневыми или мембранными насосами, обеспечивающими синусоидальный поток газовой дыхательной смеси. Однако в таких установках форму дыхательной кривой изменить нельзя [3, 4, 6 – 8, 12, 20].

Другой новой и не имеющей аналогов частью НИР явится создание симулятора дыхания и метаболизма человека нового типа. Это будет симулятор некоторых функций кардиореспираторной системы человека, включая потребление кислорода и выделение углекислого газа, а также реляцию дыхания в ответ на изменение содержания кислорода и углекислого газа. Симулятор будет использован вместо реального человека для имитации дыхания в целях предотвратить воздействие вредных факторов на человека, а также в целях верификации ряда параметров, определяемых с помощью разрабатываемого комплекса.

2. Теоретическая часть

Режим испытаний ИДА задается выбором вектора

$$X^{\text{mod}} = [n, V_d, K_d, F(n, t), W_{\text{CO}_2}(0),$$

где n – частота дыхания; V_d – глубина дыхания; K_d – коэффициент дыхания; $F(n, t)$ – вид пневмотахограммы; $W_{\text{CO}_2}(0)$ – поток подачи в симулятор дыхания диоксида углерода, имитирующего выделение человеком CO_2 .

Декомпозиция системы ИЛ-ИДА на подсистемы и их взаимодействия показаны на рис. 2.



Рис. 2. Структура системы управления «СД-ИДА»

Имитация потребления кислорода осуществляется путем сброса в атмосферу рассчитываемого объема газовой дыхательной смеси (ГДС) V_{RGM} с одновременной подачей азота V_{N_2} и диоксида углерода V_{CO_2} в тех количе-

ствах, которые удаляются при сбросе ГДС в атмосферу. Процесс функционирования системы разбивается на циклы. На каждом цикле коррекции необходимых объемов сброса ГДС и подачи CO_2 и N_2 осуществляется прогнозирование состояния системы на определенный интервал времени, соответствующий очередному вдоху. На основании заданного режима испытаний X^{mod} и измеренных значений температуры и концентраций вдыхаемых газов из ИДА $X^{\text{inh}} = [T^\circ, C_{\text{CO}_2}^{\text{inh}}, C_{\text{O}_2}^{\text{inh}}, C_{\text{N}_2}^{\text{inh}}]$ задающая подсистема формирует в функции времени заданные значения объемов сброса ГДС $V_{\text{RGM}}^{\text{set}}(t)$ и подачи газов $V_{\text{CO}_2}^{\text{set}}(t)$, $V_{\text{N}_2}^{\text{set}}(t)$ – $X^{\text{set}}(t) = [V_{\text{RGM}}^{\text{set}}(t), V_{\text{CO}_2}^{\text{set}}(t), V_{\text{N}_2}^{\text{set}}(t)]$ на очередной вдох в симулятор дыхания. На выдохе симулятор дыхания формирует газовую смесь объемом $V^{\text{exh}} = V_{\text{CO}_2}^{\text{exh}} + V_{\text{O}_2}^{\text{exh}} + V_{\text{N}_2}^{\text{exh}}$ и вектор $X^{\text{exh}} = [G^{\text{exh}}, T^\circ, p^{\text{exh}}, C_{\text{CO}_2}^{\text{exh}}, C_{\text{O}_2}^{\text{exh}}, C_{\text{N}_2}^{\text{exh}}]$, где $G^{\text{exh}} = \frac{d}{dt}V^{\text{exh}}$ – расход ГДС; T° – температура ГДС; p^{exh} – давление ГДС; $C_{\text{CO}_2}^{\text{exh}}, C_{\text{O}_2}^{\text{exh}}, C_{\text{N}_2}^{\text{exh}}$ – концентрации газов. Вектор X^{exh} – входной для процессов регенерации воздуха в ИДА.

На рисунке 3 показана структурная схема математической модели задающей подсистемы системы «СД-ИДА», которая определяется системой уравнений (1).

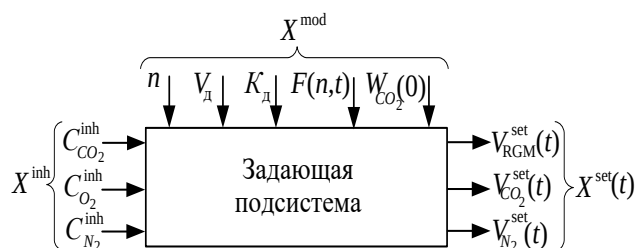


Рис. 3. Структурная схема модели задающей подсистемы

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_{\text{RGM}}^{\text{set}}(t)}{dt} &= W_{\text{RGM}} F(n, t), \quad V_{\text{RGM}}^{\text{set}}(t_{\text{нц}}) = 0; \\ \frac{dV_{\text{CO}_2}^{\text{set}}(t)}{dt} &= (W_{\text{CO}_2} + W_{\text{CO}_2}(0)) F(n, t), \quad V_{\text{CO}_2}^{\text{set}}(t_{\text{нц}}) = 0; \\ \frac{dV_{\text{N}_2}^{\text{set}}(t)}{dt} &= W_{\text{N}_2} F(n, t), \quad V_{\text{N}_2}^{\text{set}}(t_{\text{нц}}) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $W_{\text{RGM}} = W_{\text{CO}_2}(0) / (K_d C_{\text{O}_2}^{\text{inh}})$ – поток сброса ГДС на вдохе, $\text{дм}^3/\text{с}$; $W_{\text{CO}_2} = C_{\text{CO}_2}^{\text{inh}} W_{\text{RGM}}$ – поток дополнительной подачи CO_2 на вдохе из буферной емкости, $\text{дм}^3/\text{с}$; $W_{\text{N}_2} = (1 - C_{\text{O}_2}^{\text{inh}} - C_{\text{CO}_2}^{\text{inh}}) W_{\text{RGM}}$ – поток подачи N_2 на вдохе из буферной емкости, $\text{дм}^3/\text{с}$; $F(n, t)$ – функция, определяющая вид пневмотахограммы дыхания, $(\text{б}/\text{р})$; $t_{\text{нц}}$ – время начала очередного цикла вдоха-выдоха, с.

В результате решения системы уравнений (1) на интервале $t \in [t_{\text{нц}}, t_{\text{нц}} + t_{\text{вд}}]$, где $t_{\text{вд}}$ – время вдоха, получаем значения объемов сбрасываемых и подаваемых газов: $V_{\text{RGM}}^{\text{set}}(t)$, $V_{\text{CO}_2}^{\text{set}}(t)$, $V_{\text{N}_2}^{\text{set}}(t)$, которые используются подсистемами управления газообменом для определения управляющих воздействий на исполнительные механизмы.

В качестве примера на рис. 4 показана структурная схема математической модели подсистемы имитации потребления кислорода (ИПК).

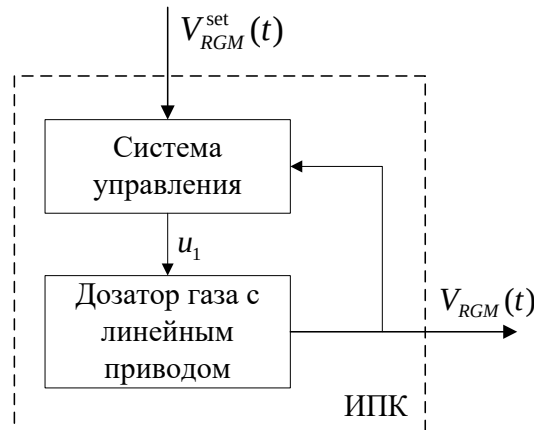


Рис. 4. Структурная схема модели подсистемы ИПК

Система управления ИПК по заданному объему сброса ГДС $V_{\text{RGM}}^{\text{set}}(t)$ вырабатывает управляющий сигнал u_1 на линейный привод дозатора газа, который удаляет в атмосферу заданный объем ГДС. Подсистемы подачи диоксида углерода и азота одновременно подают в симулятор дыхания CO_2 и N_2 в тех количествах, которые удаляются при сбросе ГДС в атмосферу. Динамика исполнительных механизмов (поршневые дозаторы газа с линейными приводами) описывается системами уравнений (2):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_i}{dt} &= S_{pi} \vartheta_i, \quad V_i(t_{\text{нц}}) = 0, \quad 0 \leq V_i \leq V_i^{\text{max}}; \\ \frac{d\vartheta_i}{dt} &= \frac{1}{T_{di}} (-\vartheta_i + k_{di}(t) \mu_{icon}), \\ \vartheta_i(t_{\text{нц}}) &= 0, \quad |\vartheta_i| \leq \vartheta_i^{\text{max}}; \\ \frac{d\mu_{icon}}{dt} &= u_i, \quad i = 1, 2, 3; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $V_1 = V_{\text{RGM}}(t)$ – объем ГДС, удаляемый из системы на фазе вдоха; $V_2 = V_{\text{CO}_2}(t)$, $V_3 = V_{\text{N}_2}(t)$ – объемы диоксида углерода и азота подаваемые в систему на фазе вдоха из буферной емкости; ϑ_1 , ϑ_2 , ϑ_3 – скорости движения штоков линейных приводов соответственно блоков имитации потребления

кислорода, подачи диоксида углерода и азота; μ_{1con} , μ_{2con} , μ_{3con} – управляющие сигналы в соответствующих каналах; u_1 , u_2 , u_3 – скорости изменения управляющих сигналов (управления); S_{p1} , S_{p2} , S_{p3} – площади поршней поршневых дозаторов ГДС, CO_2 и N_2 соответственно; $t_{\text{нц}}$ – начало цикла вдоха-выдоха; T_{di} , $k_{di}(t)$, ($i = 1, 2, 3$) – параметры моделей приводов (переменные коэффициенты).

Структурная схема математической модели симулятора дыхания показана на рис. 5.

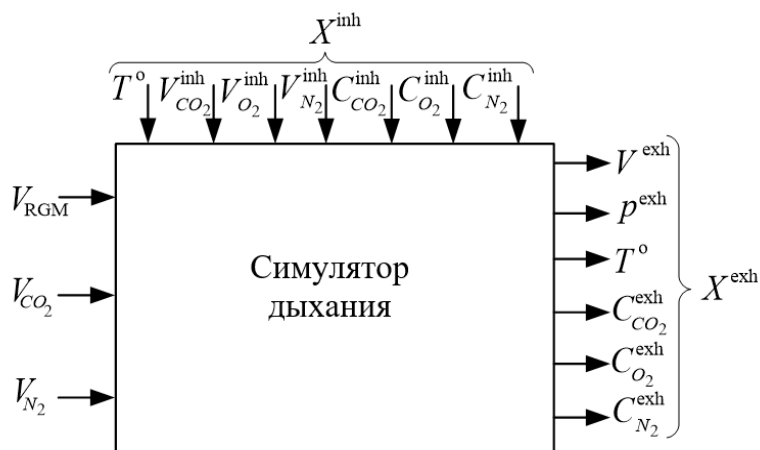


Рис. 5. Структурная схема модели симулятора дыхания

3. Экспериментальные исследования

На рисунке 6 показаны изменения концентраций газов O_2 и CO_2 на выходе из ИДА. При постоянном расходе ГДС $W_{\text{л}} = 30 \text{ дм}^3/\text{мин}$ и концентрациях газов на входе в ИДА: $C_{\text{CO}_2} = 0,042$, $C_{\text{O}_2} = 0,172$, $C_{\text{N}_2} = 0,787$.

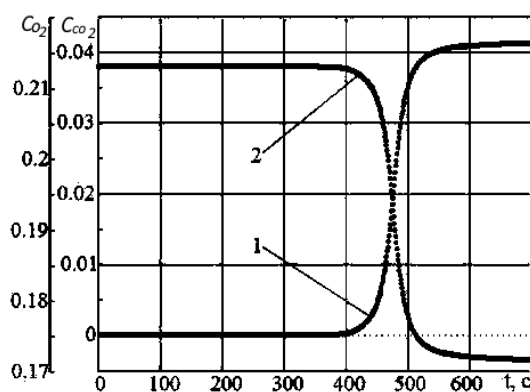


Рис. 6. Изменение концентраций газов на выходе ИДА:

1 – C_{CO_2} ; 2 – C_{O_2}

Приведены результаты имитационных исследований в системе ИЛ-ИДА изменения концентраций газов для разных режимов физической нагрузки человека [4] и пневмотахограмм дыхания. В качестве примера на рис. 7 и 8 показана

ны динамические характеристики изменения концентраций газов для режима № 6 соответственно для циклов вдоха и выдоха для синусоидальной пневмотахограммы дыхания.

Из анализа данных по приведенным графикам видно, что концентрация вдыхаемого кислорода на выходе из ИДА возрастает до определенного предела, а затем падает вследствие выработки своего ресурса регенеративным патроном. Из графиков рис. 7, 8 можно определить время защитного действия ИДА с исследуемым регенеративным патроном, например, для режима № 6 это время составляет примерно 530 с.

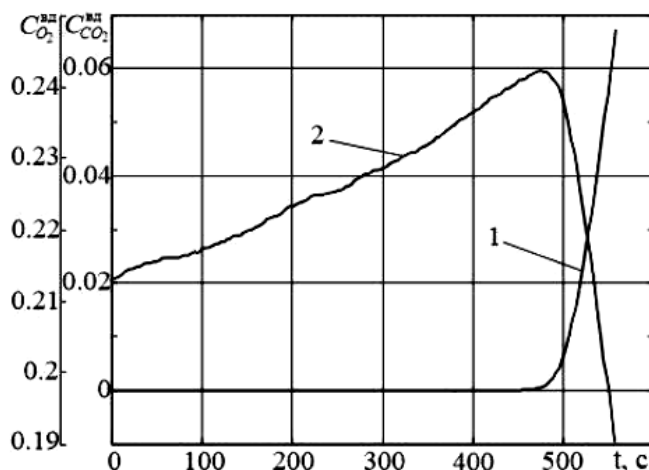


Рис. 7. Динамическая характеристика концентрации газов на входе

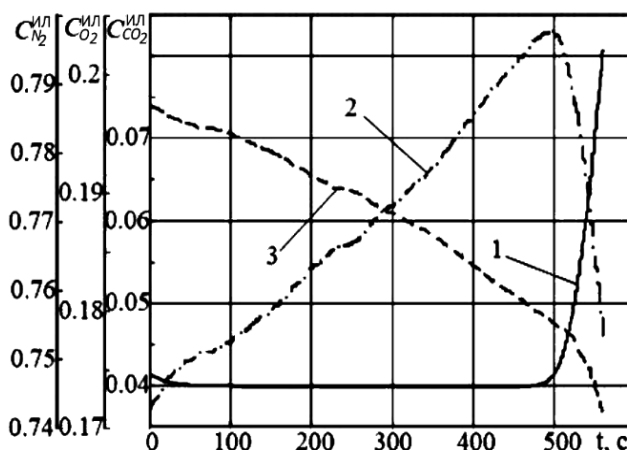


Рис. 8. Динамические характеристики концентраций газов на выдохе

4. Заключение

Результаты имитационных исследований работоспособности алгоритмов управления и идентификации и системы управления ИЛ-ИДА в целом показали высокую точность и устойчивость работы на всех дыхательных режимах и характеристики, количественно и качественно соответствующие реальным испытаниям ИДА.

Список использованных источников

1. Грачев, В. А. Средства индивидуальной защиты органов дыхания (СИЗОД) / В. А. Грачев. – 2-е изд. – М. : Центр Пропаганды, 2007. – 224 с.
2. Kyriazi N., Shubilla J. P. [2002]. Self-Contained Self-Rescuer Field Evaluation: Seventh-Phase Results. Pittsburgh, PA: U.S. Department of health and human services, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health, National Personal Protective Technology Laboratory, R1 9635.
3. Холдэн, Дж. С. Дыхание / Дж. С. Холдэн, Дж Г. Пристли. – М.-Л. : Гос. изд-во биологической и медицинской литературы, 1937. – 464 с.
4. ГОСТ 12.4.220–2001. ССБТ. Средства индивидуальной защиты органов дыхания. Аппараты изолирующие автономные с химически связанным кислородом (самоспасатели). Общие технические требования. Методы испытаний.
5. Kyriazi N. [2002]. Development of an Automated Breathing Metabolic Simulator. Pittsburgh, PA U.S. Department of the Interior, Bureau of Mines, 1C 9110.
6. Berger, A. J. Control of breathing / A. J. Berger // Textbook of respiratory physiology. – Philadelphia, 2000. – P. 179.
7. Гераськина, Ю. Г. Модель процесса дыхания живых организмов / Ю. Г. Гераськина // Интеллектуальные системы. – 2004. – Т. 8, Вып. 1-4. – С. 429 – 456.
8. Гудков, С. В. Совершенствование методики испытания изолирующих дыхательных аппаратов с химически связанным кислородом / С. В. Гудков, Д. С. Дворецкий, А. Ю. Хромов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2009. – Т. 15, № 3. – С. 589 – 597.
9. Сердечный, М. В. Симулятор дыхания для рабочих при проверке работоспособности респиратора / М. В. Сердечный, А. С. Помонарев // Журнал «Трибуна ученого», 2021. – 6 с.
10. Имитационная модель аппарата искусственной вентиляции легких / П. В. Камлач, Н. И. Куприянов, В. М. Бондарик и др. // Доклады БГУИР. – 2022. – Т. 21, № 1. – С. 104 – 108.
11. Bahar, Acay. Bandar Almohsen Modeling of pressure–volume controlled artificial respiration with local derivatives / Bahar, Acay, Mustafa Inc, Yu-Ming Chu // Advances in Difference Equations volume. – 2021. – 21 с.
12. Диденко, Н. С. Регенеративные респираторы для горноспасательных работ / Н. С. Диденко. – М. : Недра, 1984. – 168 с.
13. Химическая безопасность Российской Федерации / М. Ю. Комбарова, Е. И. Савельева, С. Г. Петунов и др. // Медицина экстремальных ситуаций. – 2018. – С. 383 – 397.
14. Камалетдинова, Г. Р. Автоматизированная система научных исследований средств защиты органов дыхания человека / Г. Р. Камалетдинова, М. П. Оневский, А. А. Третьяков // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2015. – Т. 21, № 4. – С. 592 – 597.

15. Новые технические решения в области разработки средств индивидуальной защиты органов дыхания военного назначения / С. В. Саркисов, А. А. Игнатъев, С. З. Черемисин, В. А. Валуцкий // Вопросы оборонной техники, 2017. – С. 96 – 103.

16. Проблемные вопросы совершенствования системы радиационной, химической и биологической защиты населения и территорий Российской Федерации / С. В. Горбунов, С. Н. Грязнов, В. П. Малышев, Г. С. Черных // ISSN 2224-8617. – 2014. – Т. 4, № 2(7). – С. 86 – 90.

17. Vodenicharov, V. Advancements in Adult and Neonatal Breathing Simulation Using the xPULM™ Electro-mechanical Lung Simulator / V. Vodenicharov, R. Pasteka // Current Directions in Biomedical Engineering. – 2023. – No. 9(2). – P. 27 – 30.

18. Nurzhan T. Duzbayeva. Using digital monitoring of respiratory functions in breathing simulators / Nurzhan T. Duzbayeva, Lyudmila A. Kozinaa, Yerbulat K. Makashev // The International Workshop on Digital Society: in the Eve of the 6th Information Revolution (DS 2023). – Almaty, Kazakhstan, 2023. – P. 365 – 368.

19. Using a breathing simulator to improve simulation-based education for noninvasive ventilation / D. Turner, G. Picton, E. Harrod, M. Bossy // Breathe. – 2021. – V. 17, No. 2. – 5 с.

20. Ехилевский С. Г., Моделирование дыхательного аппарата на химически связанном кислороде с кругомаятниковой схемой воздухопроводной части / С. Г. Ехилевский, О. В. Голубева, Е. П. Потапенко // Безопасность труда в промышленности. – 2021. – № 1. – С. 46 – 52.

УДК 629.3.083

А. А. Гусев

Межвидовой центр подготовки и боевого применения войск РЭБ
(учебный и испытательный), Тамбов, Россия
e-mail: nauchnajarota@yandex.ru

УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Аннотация. Исследуется проблема организации технического обслуживания сложных организационно-технических систем с использованием интеллектуальных технологий. Подробно изложены этапы и методы проведения разных типов техобслуживания (ТО-1, ТО-2, сезонное, регламентированное), рассмотрены механизмы автоматизации диагностирования и предложены подходы к улучшению точности диагностики с применением методов нечетких логических выводов. Реализация предлагаемой системы осуществлена средствами среды MATLAB.

Ключевые слова: техническое обслуживание, интеллектуальные технологии, диагностика, нечеткий логический вывод, автоматизация.

Последовательность мероприятий по техническому обслуживанию представлена этапами, изображенными на рис. 1.

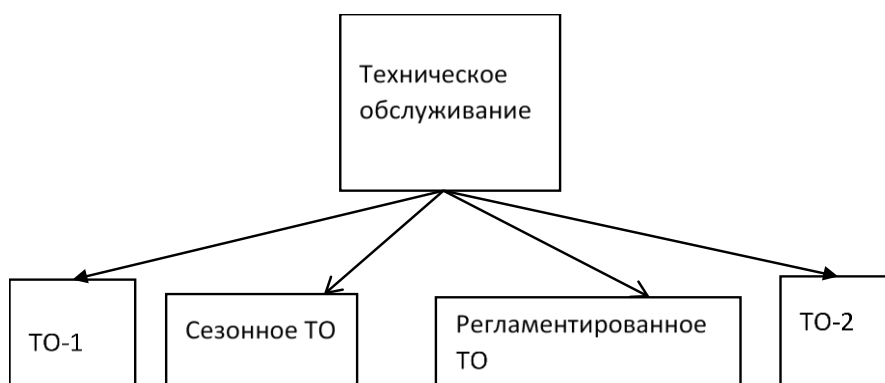


Рис. 1. Составляющие технического обслуживания

Техобслуживание по объему работ ТО-1 осуществляется преимущественно в парково-хозяйственные дни. В течение этих дней дополнительно выполняют мероприятия по подготовке и проверке учебно-материального фонда, оборудуют и улучшают состояние территории парков, хранилищ и зон обслуживания техники, контролируют исправность контрольного стендового оборудования и решают прочие задачи, связанные с поддержанием техники в рабочем состоянии.

Парково-хозяйственные дни организуют согласно заранее разработанному графику, утвержденному командованием воинской части. График составляется штабом части и направляется командирам подразделений и руководителям служб за четыре-пять суток до начала запланированных мероприятий. В документе обозначают конкретные даты месяца, когда подразделения выполняют техническое обслуживание по нормам ТО-1, а также указывают выделяемые ресурсы и привлекаемые силы из других подразделений части. Проведение ТО-1 строго ориентировано на обеспечение постоянного поддержания техники в готовности к применению. Руководители подразделений обязаны ежедневно контролировать возвращение техники в рабочее состояние после завершения рабочих смен и регулярно информировать командира части о техническом состоянии машин и уровне боеготовности подчиненных подразделений.

Планирование технического обслуживания второго уровня (ТО-2), сезонного и регламентированного техобслуживания основывается на годовом расходе ресурса, установленных интервалах между техосмотрами и межремонтных сроках службы техники.

В процессе выполнения ТО-2 осуществляются проверки и перезагрузка модулей памяти специальных вычислительных устройств, настройка программного обеспечения, диагностика технического состояния техники, организация ее эксплуатации и содержание с присвоением индивидуальной и совокупной оценки состоянию каждого агрегата.

Итоги технического обслуживания уровня ТО-2 оформляют специальным актом, содержащим оценку технического состояния каждого экземпляра техники, оценки подразделения и воинской части в целом за техническое состояние и качество эксплуатации.

В условиях боевых действий техническое обслуживание второго уровня, сезонное и регламентированное обслуживание выполняют согласно утвержденному плану обеспечения технического сопровождения боевых операций.

Сезонное техническое обслуживание предусматривает смену консервации, подготовку техники к зимнему и летнему сезонам эксплуатации, замену смазывающих материалов, топливных смесей и технологических жидкостей. Оно должно осуществляться исключительно после окончания полного цикла профилактических мероприятий, настройки и регулировки приборов и оборудования. Срок проведения указанных мероприятий устанавливает штаб старшего командования, учитывая климатические условия региона дислокации.

Регламентированное техническое обслуживание применяется для оборудования, отдельные элементы которого имеют ограниченный ресурс (предельно допустимую эксплуатацию). Его проводят силами технического персонала, при необходимости задействуя подразделения ремонта и обслуживания части либо специалистов ремонтно-восстановительных органов объединения и промышленных предприятий.

Во время регламентированного техобслуживания заменяют детали с истекшим сроком службы, проводят проверку электрических параметров с последующим доведением их до нормативных показателей, оценивают работоспособность узлов и агрегатов.

При осуществлении технического обслуживания комплексов определяют тип технического осмотра отдельных компонентов (аппаратуры, транспортных средств, энергетических установок, автоматизированных систем управления и связи, компьютерной техники), последовательность выполнения операций и действий, связанных с отключением, калибровкой и настройкой элементов. Проведение любых форм технического обслуживания не должно снижать установленную степень боевой готовности войсковых единиц.

Поддержание надлежащего технического состояния аппаратуры пунктов управления, средств информационно-технического сопряжения, автоматизированных систем управления и связи обеспечивается проведением проверок их основных характеристик (электропараметров) и функциональности путем подключения соответствующих периферийных устройств. В ходе такого обслуживания тестируют надежность работы управляющих и коммуникационных каналов, осуществляют мониторинг процессов обработки и передачи информации, оценивают деятельность операторов.

Перед началом выполнения работ в объеме специального обслуживания (СО) предварительно проводят необходимые операции, предусмотренные

объемом регулярного обслуживания первого (ТО-1) или второго (ТО-2) уровней согласно инструкции производителя конкретного изделия.

Если обнаруживается невозможность восстановления некоторых параметров (например, электрохарактеристик) до нормативного уровня существующими средствами регулировки, такое устройство исключается из дальнейшего обслуживания и отправляется на ремонт согласно установленным правилам.

Также отметим, что предпринимаются попытки более глубокой автоматизации процесса технического обслуживания во всех упомянутых выше этапах с помощью перспективных интеллектуальных систем [1].

Для реализации матричного подхода, в качестве примера была использована структурная схема автоматизированной станции помех (рис. 2).

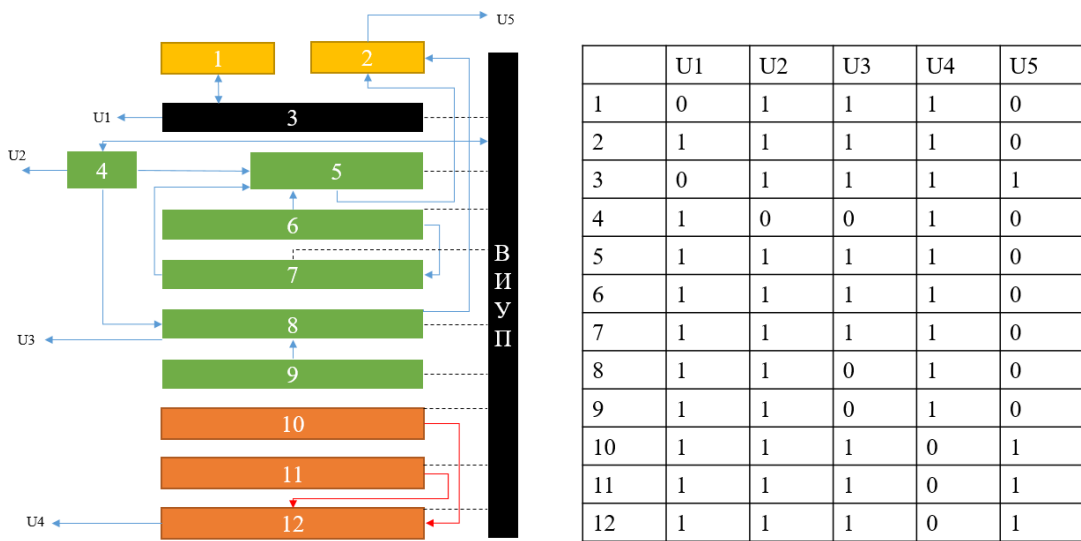


Рис. 2. Структурная схема и таблица истинности блока обработки, приемо-возбудителя и модуля управления

Рисунок 2 демонстрирует взаимосвязанные 12 блоков, формирующие обновленную таблицу истинности, где первый столбец соответствует основным компонентам, а столбцы со второго по шестой отражают значения выходного сигнала. Например, если откажет первый блок, сигнал сохранится лишь на первом и пятом выходах. Отказ третьего блока приведет к исчезновению сигнала только на третьем выходе, а поломка двенадцатого блока повлечет отсутствие сигнала только на четвертом выходе. На основе комбинаторного подхода был сформирован матричный метод поддержки и принятия решений, впоследствии интегрированный в алгоритм выявления и устранения дефектов автоматической системы поддержки [4]. Таблица истинности на рис. 3 служит исходными данными для проектирования системы анализа отказов, использующей механизм нечеткой логики.

Анализ матричной структуры позволил заключить, что возможна разработка системы, основанной на принципах нечеткой логики, служащей фундаментом для обнаружения неисправностей (рис. 4).

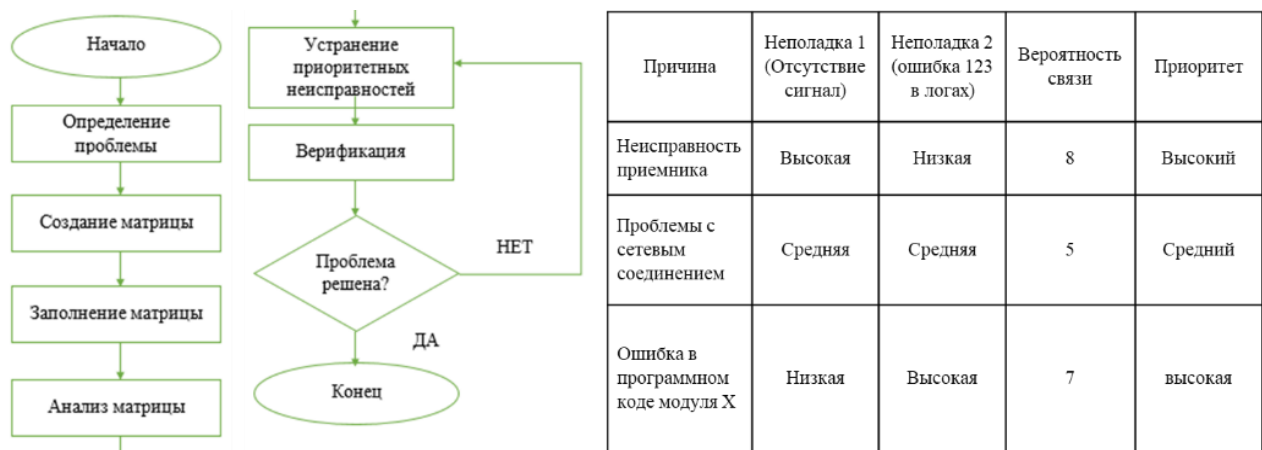


Рис. 3. Матричный подход

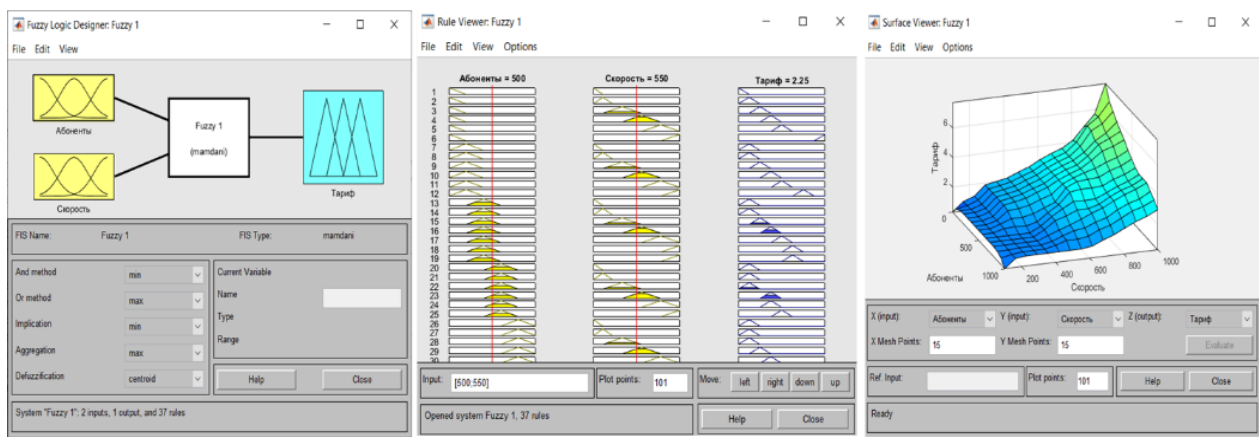


Рис. 4. Система логических правил на основе нечеткого логического вывода в среде MATLAB

Итак, интеллектуальные технологии обеспечивают автоматизацию процессов технического обслуживания и профилактики, повышают их точность и продуктивность. Поддержка принятия решений с помощью интеллектуальных подходов реализуется посредством специализированных информационных платформ, алгоритмов машинного обучения и инструментов искусственного интеллекта.

Список использованных источников

1. Учебно-методическое пособие по технической подготовке. – Тамбов, 2017.
2. Станция Р-934БМВ. Руководство по эксплуатации. Ч. 3. Техническое обслуживание. Текущий ремонт. Хранение. Транспортирование.
3. Катаранов, Б. А. Электроника / Б. А. Катаранов. – М. : МО РФ, 1999. – 291 с.
4. Тютюнник, В. М. Интеллектуальные информационные системы / В. М. Тютюнник, А. Д. Дубровин. – Тамбов : МИНЦ «Нобелистика», 2012. – 356 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ГРУЗОПОТОКОВ НА ЗАПАДНО-СИБИРСКОЙ ЖЕЛЕЗНОЙ ДОРОГЕ

Аннотация. Работа раскрывает проблематику железнодорожного планирования. Представлена формализация ключевых процессов, влияющих на функционирование железнодорожной сети. Описан принятый в РЖД план формирования поездов – стратегия обработки и ответа на запросы-уведомления, а также предложена альтернатива на основе прогностического контроля доступа.

Ключевые слова: железнодорожное планирование, теория расписания, прогностический контроль доступа.

1. Введение

На сегодняшний день железнодорожная сеть ОАО «Российские железные дороги» сталкивается с рядом инфраструктурных ограничений, снижающих ее пропускную способность и общую эффективность перевозочного процесса. По состоянию на 2018 год, протяженность участков с такими ограничениями составляла около 8,2 тыс. км, а при отсутствии модернизации этот показатель мог увеличиться до 23,5 тыс. км к 2025 году [1]. К основным проблемам относятся физический и моральный износ путевой инфраструктуры, недостаточная электрификация, устаревшие системы сигнализации и централизации, а также нехватка полосы движения для роста грузо- и пассажиропотоков.

Для преодоления указанных ограничений предусмотрены масштабные меры, включая реконструкцию и строительство новых железнодорожных линий, развитие Байкало-Амурской и Транссибирской магистралей, внедрение полигонной модели управления перевозками и создание Единой системы управления производственными процессами (ИСУЖТ). Полигонный подход позволяет оптимизировать движение поездов за счет разделения сети на функциональные зоны с четким распределением потоков – пассажирских и грузовых. ИСУЖТ, в свою очередь, формирует единую информационную среду, объединяющую данные о состоянии инфраструктуры, графиках движения и заявках на перевозки, что повышает оперативность принятия решений и уровень автоматизации процессов.

Особое внимание уделено переходу на отечественное программное обеспечение, что усиливает технологическую независимость и информационную безопасность. Планируется, что доля пользователей, использующих российское программное обеспечение, составит не менее 70% к 2025 году. Эти меры

направлены на обеспечение устойчивости, надежности и прогнозируемости железнодорожного транспорта, а также на создание современной цифровой экосистемы.

Целью настоящей работы является разработка и реализация системы моделирования и прогнозирования железнодорожного движения в условиях текущего состояния инфраструктуры, разработка альтернативного плана формирования поездов (ПФП) и сравнение с базовым ПФП в рамках реализованной системы.

2. Формализация железнодорожной сети

Представим железнодорожную сеть как граф

$$R_w(S, E),$$

где S – множество станций; E – множество путей, соединяющих станции.

На рисунке 1 представлен граф Западно-Сибирской железной дороги (ЗСЖД).

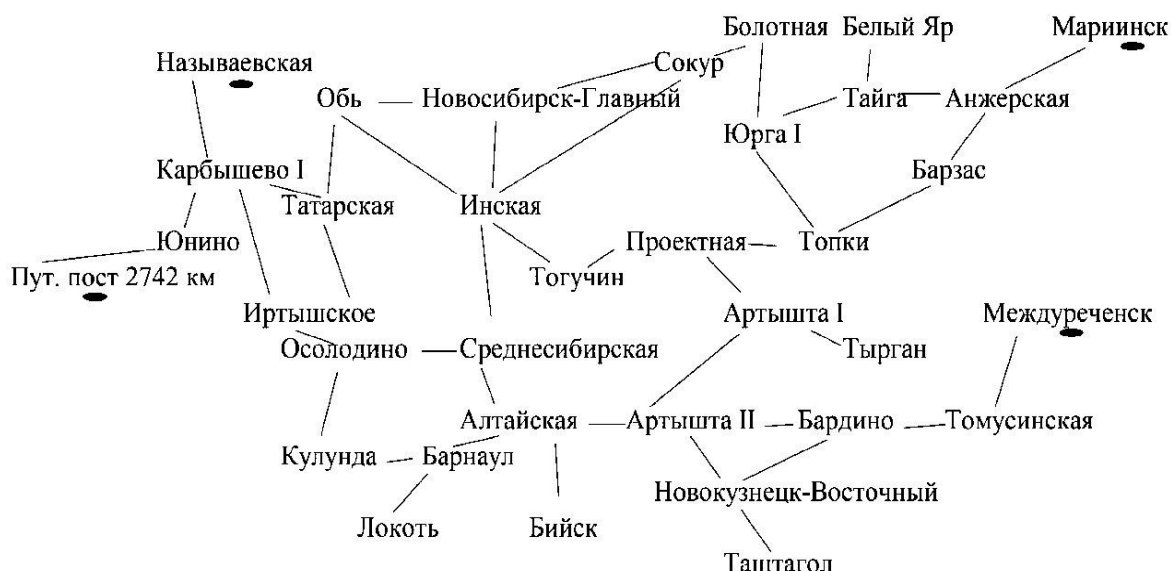


Рис. 1. Граф ЗСЖД

Связь между грузовыми операторами и РЖД осуществляется посредством запроса-уведомления, документа, хранящего информацию о группах вагонов, планируемых к отправке. Запрос-уведомление обозначим через r_i , где i – индекс запроса. Для каждого запроса-уведомления определены параметры:

- p_i – общее количество вагонов;
- $s_i^{start} \in S$ – станция отправления;
- $s_i^{end} \in S$ – станция назначения;
- τ_i^{start} – время отправления группы вагонов со станции s_i^{start} . Может быть в пределах трех суток с момента направления запроса-уведомления;
- h_i – вид отправки (повагонная, групповая или маршрутная).

Через $g_i \in G$ обозначим группу вагонов с индексом i из множества всех вагонов системы G . Для каждой i -й группы g_i определены параметры:

- $w(g_i)$ – количество вагонов в группе;
- $s_{end}(g_i) \in S$ – станция назначения;
- $t_{end}(g_i)$ – нормативное время доставки.

В каждый из рассматриваемых моментов t будем определять следующие характеристики группы:

- $s_{current}(t, g_i) \in S$ – станция текущего нахождения группы;
- $state(t, g_i)$ – состояние группы («ожидание», «движение», «манипуляция»);
- $T(t, g_i)$ – связанный с группой состав.

Группы находятся на станции и могут быть объединены в состав для перемещения. j -й состав из множества составов в системе T обозначим как $T_j \in T$. Для составов определены:

- $G_j(t) \subset G$ – множество групп, находящихся в составе;
- $W(t, T_j) = \sum_{g \in G_j} w(g)$ – количество вагонов в составе. По нормативам количество вагонов в составе не может быть меньше 55 или больше 75 вагонов;

- $s_{current}(t, T_j) \in S$ – текущая станция;
- $R(t, T_j) = [s_1, \dots, s_n]$ – маршрут состава;
- $state(t, T_j)$ – текущее состояние.

Для каждой станции $s \in S$ определено множество групп и составов, находящихся на ней:

$$\begin{aligned} G_s(t) &= \{g_i \in G \mid s_{current}(t, g_i) = s\}, \\ T_s(t) &= \{T_j \in T \mid s_{current}(t, T_j) = s\}. \end{aligned}$$

Для каждой группы g_i можно определить оптимальный маршрут от текущей станции $s_{current}(g_i)$ до станции назначения $s_{end}(g_i)$

$$R(g_i) = [s_1, \dots, s_k], s_1 = s_{current}(g_i), s_k = s_{end}(g_i).$$

Группа, только появившаяся в системе или выделенная из состава, считается освободившейся группой. Для освободившейся группы проводится проверка возможности отправки. Отправка осуществляется наискорейшим вариантом из возможных. На текущей станции определяются группы и составы, движущиеся в одном направлении:

$$\begin{aligned} G'(g_i) &= \{g_m \in G_s, s = s_{current}(g_i) \mid R(g_i) \cap R(g_m) \neq \emptyset\}, \\ T'(g_i) &= \{T_j \in T_s, s = s_{current}(g_i) \mid R(g_i) \cap R(T_j) \neq \emptyset\}. \end{aligned}$$

Далее принимается решение о прикреплении освободившейся группы к составу или формировании нового T_{new} , исходя из норматива о длине состава:

$$f_g(g_i) = \begin{cases} g_i \rightarrow T_j', T_j' \in T'(g_i), W(T_j') + w(g_i) < 75, \\ T_{new} = form(g_i + G'), W(G') + w(g_i) > 55, \\ \text{'ожидание', иначе.} \end{cases}$$

В случае, если не удалось отправить освободившуюся группу сразу, то она остается в ожидании. Дальнейшее ее перемещение будет связано с другой освободившейся на этой станции группой или проходящим составом.

Состав появляется в результате объединения одной или нескольких групп. Его маршрутом будет наибольший общий маршрут групп в составе, удовлетворяющих нормативу на размер состава.

После появления состав движется от станции к станции по своему маршруту, выполняя последовательность проверок и операций на каждой станции (рис. 2). Когда состав доходит до конечной станции своего маршрута, состав расформировывается и удаляется из системы.

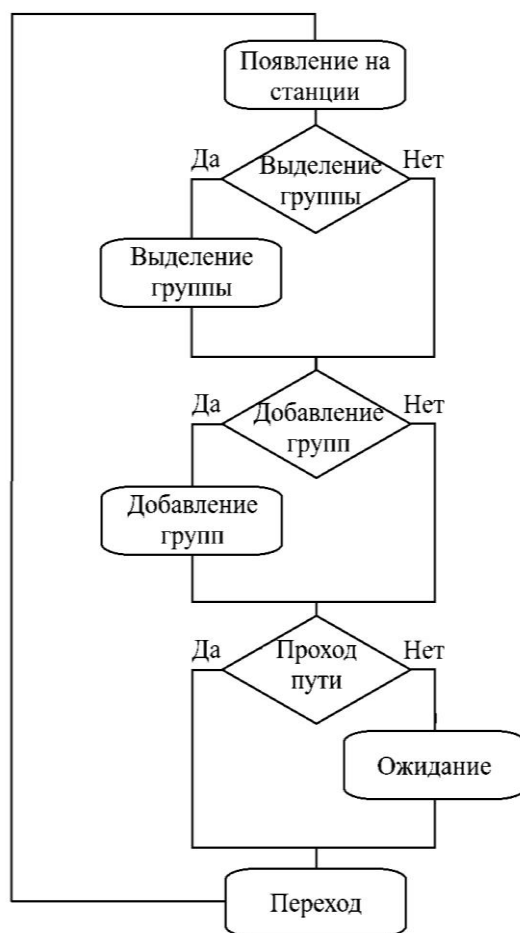


Рис. 2. Последовательность выполнения операций

3. План формирования поездов

В настоящий момент на обработку поступает порядка 5 запросов-уведомлений в минуту. Ответ на запрос-уведомление дается исходя из суточной нормы, установленной планом формирования поездов.

План формирования поездов создается на основе прогноза загруженности по направлениям, сделанного по статистике прошедших периодов. Он представляет из себя список направлений, каждый из элементов которого характеризуется:

- станцией отправления;
- станцией назначений;
- ожидаемой суточной нагрузкой;
- скоростью заполнения состава.

Такой подход показывает удовлетворительные показатели (5% отказов по запросам-уведомлениям; 5...7% нарушений нормативных сроков доставки). Но ПФП рассчитан на неизменный равномерный грузопоток. В случаях, когда объем грузов превышает объем, который возможно обработать, или когда направления часто изменяются, ПФП приводит к перегрузке железнодорожной сети или неэффективному ее использованию.

Как альтернативу ПФП, опирающемуся на текущее состояние системы и прошлый опыт, можно рассмотреть прогностический контроль доступа, который по текущему состоянию строит прогноз с учетом принятия текущего запроса [2].

В модели мы будем симулировать поступления запросов-уведомлений пакетами по 300 штук в час. Прогностический подход в таком случае (рис. 3) будет заключаться в:

- 1) копировании основной системы;
- 2) добавлении в копию всех групп по запросам-уведомлениям из текущего пакета;
- 3) запуске времени в копии;
- 4) фиксировании успешно выполненных запросов из пакета;
- 5) добавлении этих групп в основную систему.

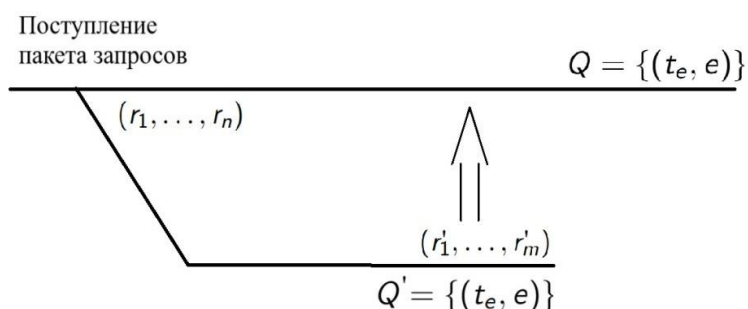


Рис. 3. Прогностический контроль доступа

4. Заключение

В данной работе было описано создание модели, симулирующей функционирование железной дороги, относительно отправки составов. Также описаны две стратегии обработки запросов-уведомлений: базовый ПФП, принятый на текущий момент в ОАО РЖД, и, альтернативный ему прогностический контроль доступа.

Первый осуществляет обработку запросов-уведомлений по текущему и прошедшим периодам, но оказывается неэффективным в случае быстро

меняющихся направлений грузовых потоков. Прогностический подход лишен этих недостатков, но требует значительно больших вычислительных мощностей и системы моделирования, отвечающей поведению реальной железнодорожной сети.

За предоставленные материалы, поддержку и помощь в написании статьи выражаю особую благодарность А. А. Лазареву и Е. Г. Мусатовой.

Список использованных источников

1. Долгосрочная программа развития ОАО «Российские железные дороги» до 2025 года [Электронный ресурс]. – М., 2019. – URL : <https://company.rzd.ru/ru/9353/page/105104?id=1359> (дата обращения: 20.06.2025).
2. Можаровский, И. С. Предсказательное моделирование массообменного технологического объекта с использованием алгоритма чередующихся условных математических ожиданий / И. С. Можаровский, С. А. Самотылова, А. Ю. Торгашов // Математическое моделирование. – 2020. – Т. 32, № 3. – С. 127 – 142.

УДК 681.5

Д. Г. Дмитриев

Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия

e-mail: 7ddg7@mail.ru

ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ ТЕРРИТОРИАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА БАЗЕ «ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ»

Аннотация. Рассмотрены подходы к построению системы мониторинга состояния оборудования на предприятиях с использованием технологий «промышленного Интернета вещей», а также проблемы, возникающие в процессах диагностики и обслуживания технического оборудования. Приведены используемые для построения системы технические и программные средства.

Ключевые слова: система мониторинга состояния оборудования, ПоТ («промышленный Интернет вещей»), MQTT, АРМ.

1. Введение

Одной из самых важнейших задач различных служб, обслуживающих АСУ ТП (автоматизированные системы управления технологическими процессами) предприятий является своевременное обнаружение, устранение и предотвращение аварийных ситуаций, что в свою очередь обеспечивает уменьшение простоев производства.

Предлагается использовать автоматизированную систему мониторинга оборудования, эффективность которой заключается в снижении времени на обнаружение и устранение, а также в предупреждении неполадок на производстве, а следовательно, уменьшении затрат, связанных с простоями предприятия и снижением выпуска некондиционной продукции.

2. Технологии «Интернета вещей»

«Интернет вещей» (IoT) – это информационная сеть физических объектов (датчиков, машин, автомобилей, зданий и других предметов), которая объединяет все эти объекты и позволяет им взаимодействовать друг с другом для достижения общих целей. Область применения «Интернета вещей» включает в себя среди прочего транспорт, здравоохранение, «умные дома» и производственную среду. В последнем случае обычно используется термин «промышленный Интернет вещей» (IIoT) или просто промышленный «Интернет вещей» [1].

Применение «Интернета вещей» на производстве позволяет уменьшить материальные затраты, связанные с техническим обслуживанием различного оборудования, энергетическими расходами и, как следствие, сократить время простоев, а также это позволит разгрузить информационную сеть предприятия.

Для того чтобы объединить различное оборудование в единую информационную сеть необходимо наличие определенных правил для их корректного взаимодействия. Такими правилами выступают протоколы обмена. Существует множество протоколов «Интернета вещей», одними из самых популярных являются: DDS, CoAP, XMPP, MQTT. Для построения системы использовался протокол MQTT.

MQTT (Message Queue Telemetry Transport) – осуществляет сбор данных от множества узлов и передачу на сервер. Основывается на модели издатель-подписчик с использованием промежуточного сервера – брокера (приоритезация сообщений, формирование очередей и др.). В качестве транспорта – TCP. На основе MQTT был сформирован специализированный протокол MQTT-SN для сенсорных сетей [2].

«Издателями» могут быть разные объекты, как простые (например, такие как, сенсоры, которые отправляют информацию без посредников на сервер брокера), так и более сложные устройства (например, программируемые реле, программируемые логические контроллеры (ПЛК) и др.). Структурная схема протокола MQTT представлена на рис. 1. На сервере брокера происходит распределение, сортировка, обработка, архивирование информации и отправка ее определенным «подписчикам». Сервер брокера может быть как локальным, так и находится в облаке онлайн.

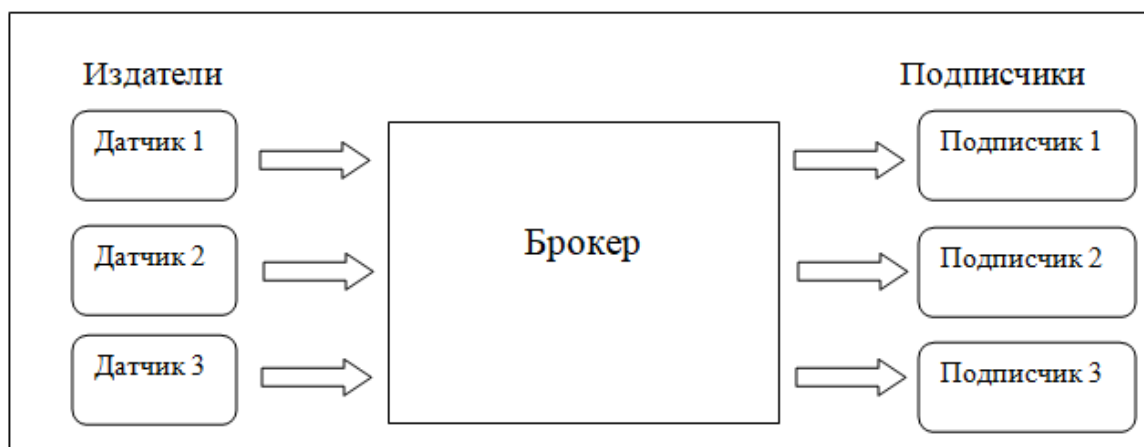


Рис. 1. Структурная схема протокола MQTT

3. Проблемы, возникающие в процессах диагностики и обслуживания технических объектов

В наше время на заводах присутствует большое количество разнородных локальных АСУ ТП, которые управляют разными участками технологических процессов в различных цехах. Эти локальные АСУ ТП не связаны информационно между собой, но физическая сетевая инфраструктура чаще всего присутствует. Разные службы (КИП (контрольно-измерительные приборы и автоматика), отдел главного метролога и др.) имеют необходимость целенаправленно получать информацию обо всех этих распределенных объектах. К примеру, службам КИП нужна информация о состоянии технических средств автоматизации; метрологам нужно знать о времени поверки приборов и их метрологические характеристики, а также об остаточном ресурсе оборудования; ремонтным службам – техническое состояние оборудования и время его наработки и т.д.

На рисунке 2 представлена блок-схема, демонстрирующая процесс обнаружения, анализа, поиска решения и устранения неполадки на производстве. Как видно из схемы, данный процесс занимает достаточно большое количество времени: пока неполадка обнаружится, пока информация передается вышестоящим инстанциям, проанализируется специалистами, затем будет разработан, согласован и утвержден план по ее ликвидации, а уже потом квалифицированные сотрудники приступят к устранению неполадки.

Таким образом, процесс устранения неисправности занимает большое количество времени, что может привести к простою производственной линии или даже всего предприятия, что приведет к материальным потерям. Этого можно было избежать или, как минимум, предупредить, используя технологии «Интернета вещей», например, создав автоматизированную систему диагностики неполадок оборудования. В свою очередь это позволит сократить время обнаружения неполадки или даже заранее предупредить о плановом обслуживании того или иного оборудования, своевременно оповестить необходимые

службы и специалистов, а следовательно, оперативно устранить неисправность или вовремя обслужить производственный узел. Блок-схема, на которой продемонстрировано применение системы диагностики неполадок оборудования на производстве с использованием «Интернета вещей», представлена на рис. 3.

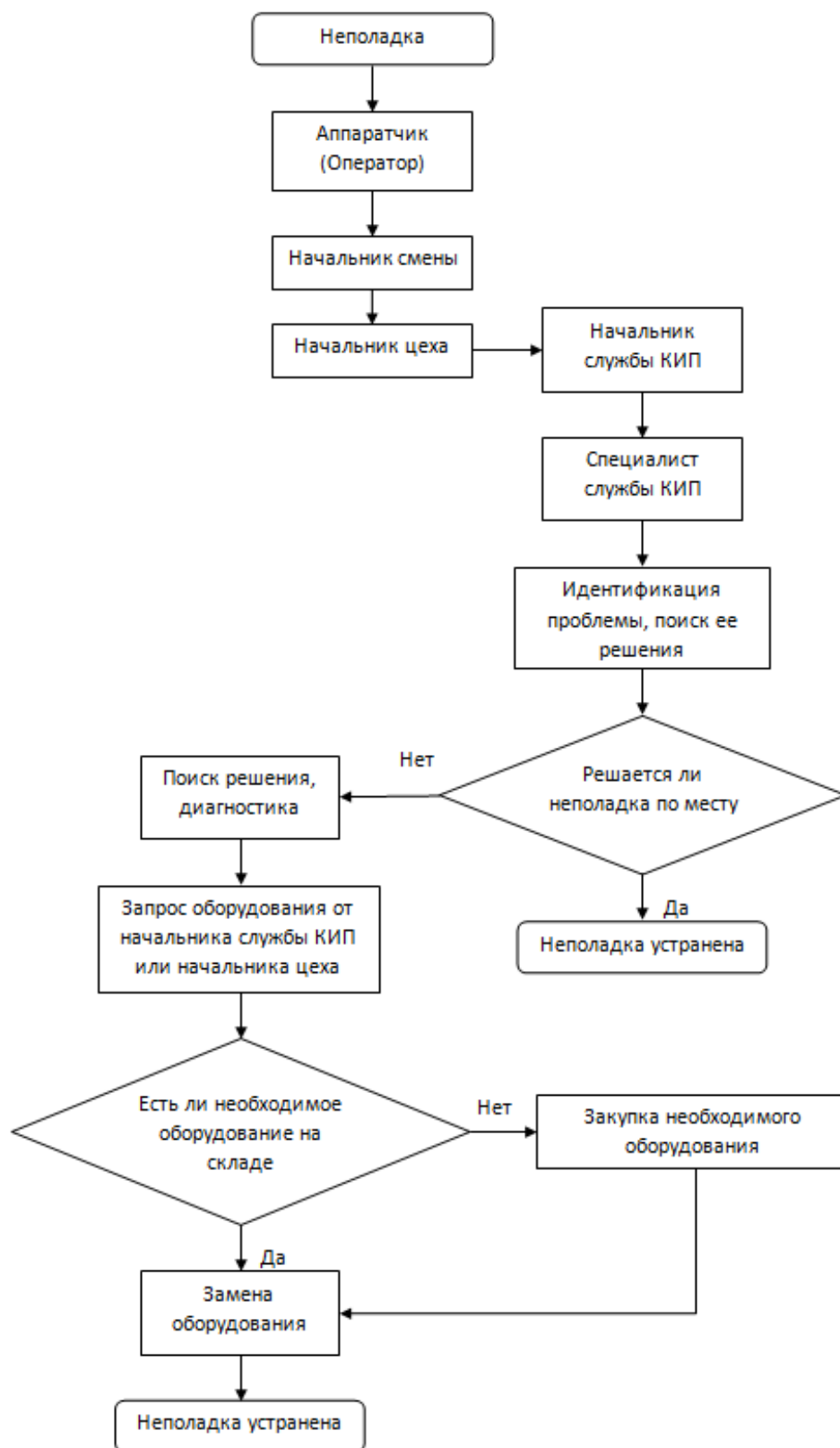


Рис. 2. Блок-схема процесса обнаружения и устранения неполадки на производстве

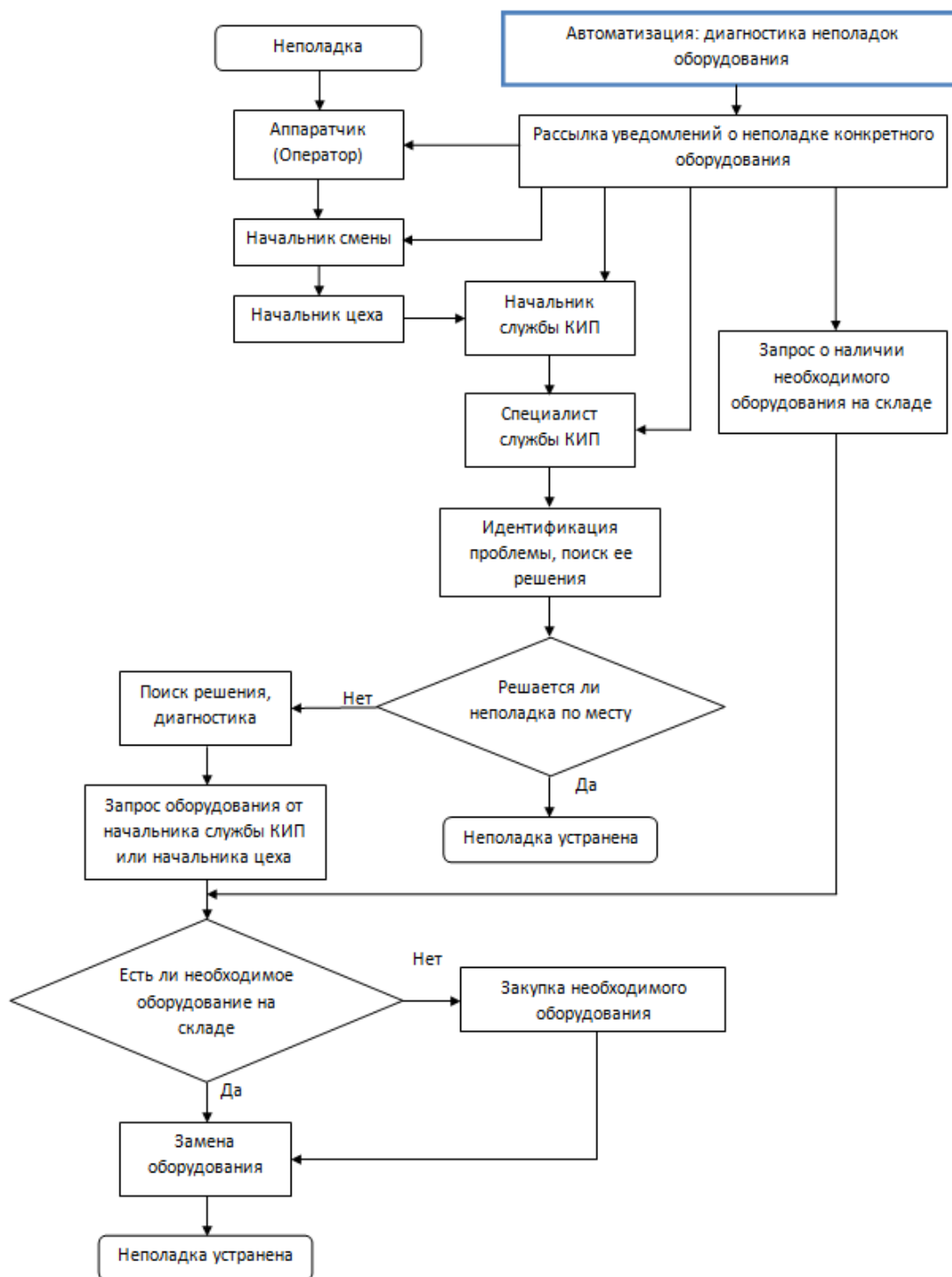


Рис. 3. Блок-схема процесса обнаружения и устранения неполадки на производстве с использованием системы диагностики неполадок оборудования

4. Подходы к построению системы мониторинга состояния оборудования

Решить проблемы предлагается путем построения программно-аппаратной системы мониторинга состояния оборудования территориально распределенными объектами.

Программная часть системы представляет собой два модуля MQTT и МДГС (модуль диагностики и генерации сообщений), которые встраиваются

в имеющиеся на предприятии программное обеспечение (ПО) контроллеров. Система мониторинга позволяет заинтересованным службам на расстоянии контролировать состояние работы оборудования, вовремя проводить регламентные работы, проводить планово-предупредительный ремонт и предотвращать аварийные ситуации. В основу предлагаемой системы положены технологии «Интернета вещей» (IoT). В отличие от других альтернативных решений, эта система имеет гибкое программное обеспечение, низкую себестоимость, надежность и высокую скорость передачи информации по открытому протоколу MQTT в системах с разнородными территориально распределенными объектами. Встраиваемые программные модули обеспечивают передачу информации с помощью протокола MQTT брокеру, который обрабатывает, сортирует, архивирует и отправляет информацию конкретным заинтересованным службам, подписанным на нужные им топики. При построении системы максимально используются существующие технические средства автоматизации и IT-инфраструктура производства. В системе используется спорадический тип опросов, что значительно разгружает сеть (данные об ошибках отправляются по мере их возникновения (контроллер выступает инициатором передачи), а не циклически передается как при периодическом опросе).

Функциональная схема предлагаемой системы мониторинга состояния оборудования территориально распределенными объектами представлена на рис. 4.

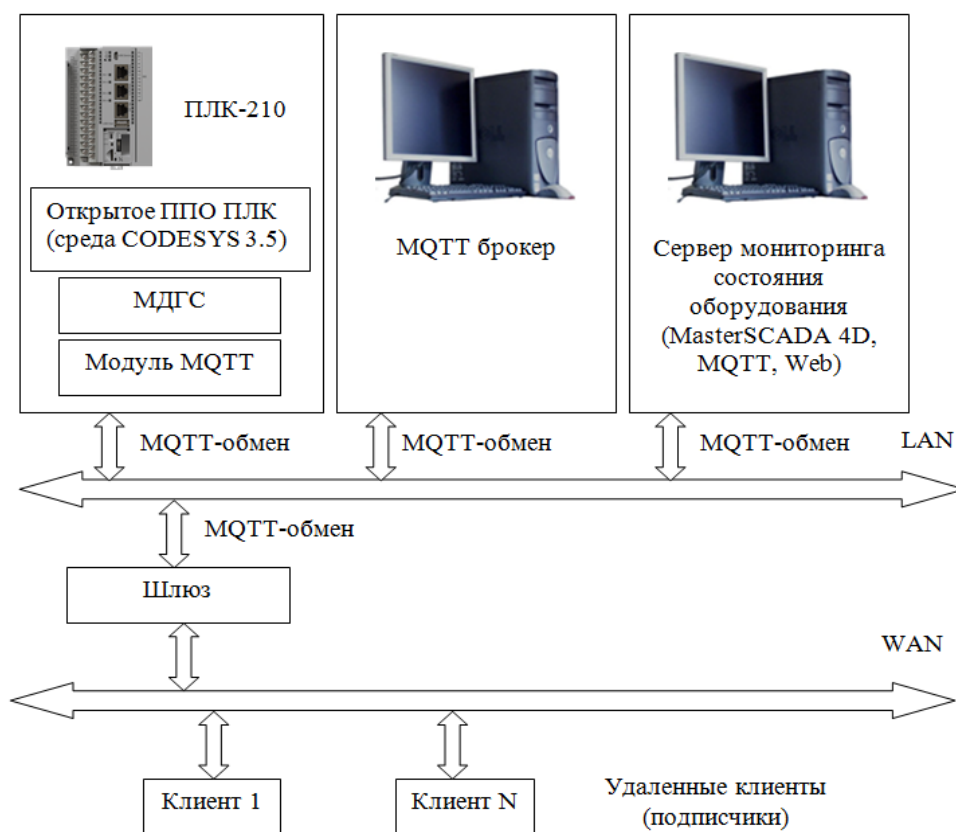


Рис. 4. Функциональная схема системы мониторинга состояния оборудования территориально распределенными объектами

В зависимости от имеющегося на производстве оборудования будут различаться и подходы к построению системы. Рассмотрим следующие ситуации:

1. Если на производстве используются контроллеры с открытым прикладным программным обеспечением (ППО), то для построения системы необходимо встроить в ПО контроллеров два программных модуля (МДГС и MQTT-модуль) для передачи необходимой информации. Функциональная схема данного подхода продемонстрирована на рис. 5.

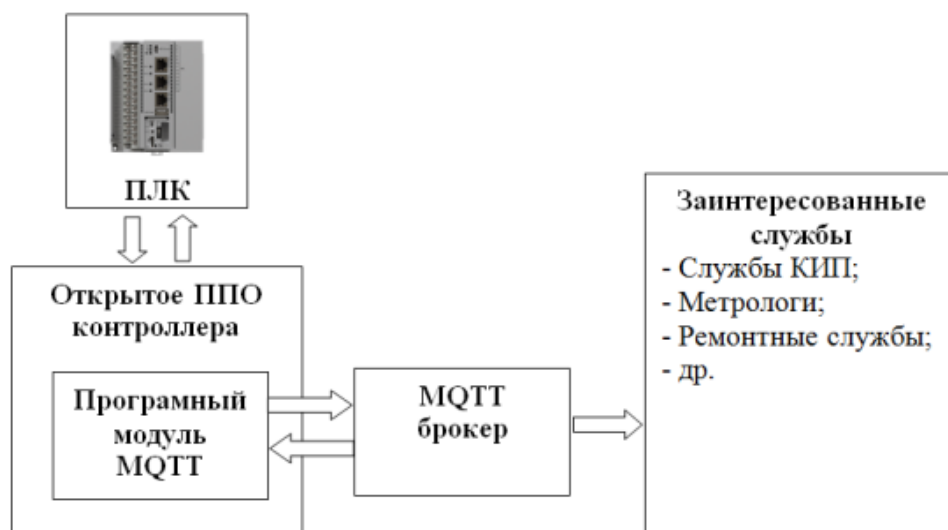


Рис. 5. Функциональная схема системы мониторинга при открытом ППО контроллера

2. Если ППО контроллеров закрытое, но имеются открытые протоколы связи (например, Modbus TCP/RTU), то в качестве связующего звена можно использовать интеграционный контроллер с встроенными в его ПО модулями (МДГС и MQTT-модуль). Этот интеграционный контроллер обеспечит сбор, обработку и отправку информации на сервер. Функциональная схема данного подхода продемонстрирована на рис. 6.

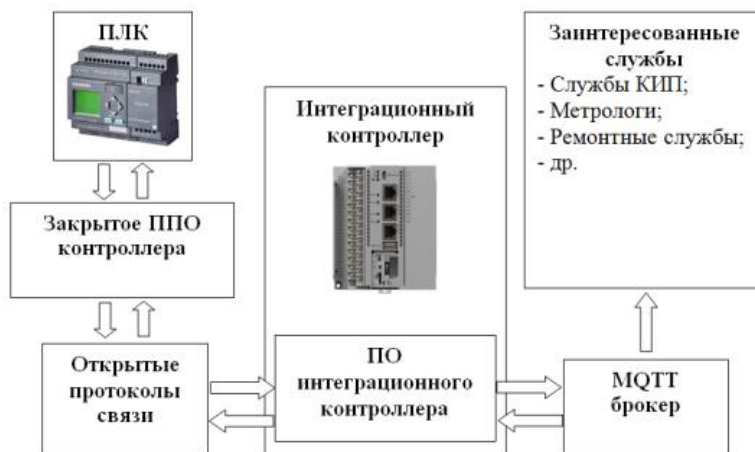


Рис. 6. Функциональная схема системы мониторинга при закрытом ППО контроллера и открытыми протоколами связи

3. Также может быть ситуация, когда на производстве установлена система управления на контроллерах с закрытым ППО и закрытыми протоколами связи. В этом случае необходимо создать систему на базе интеграционного контроллера (в ПО которого имеются МДГС и MQTT-модуль) и модулей ввода-вывода, подключенных поверх основной системы производства для обеспечения сбора, обработки и передачи информации. Функциональная схема данного подхода продемонстрирована на рис. 7.



Рис. 7. Функциональная схема системы мониторинга при закрытом ППО контроллера и закрытыми протоколами связи

Для контроля состояния технологического оборудования на предприятии используется человекомашинный интерфейс (автоматизированное рабочее место (АРМ) оператора), разработанный в программной среде MasterSCADA 4D. Пример внешнего вида интерфейса представлен на рис. 8.

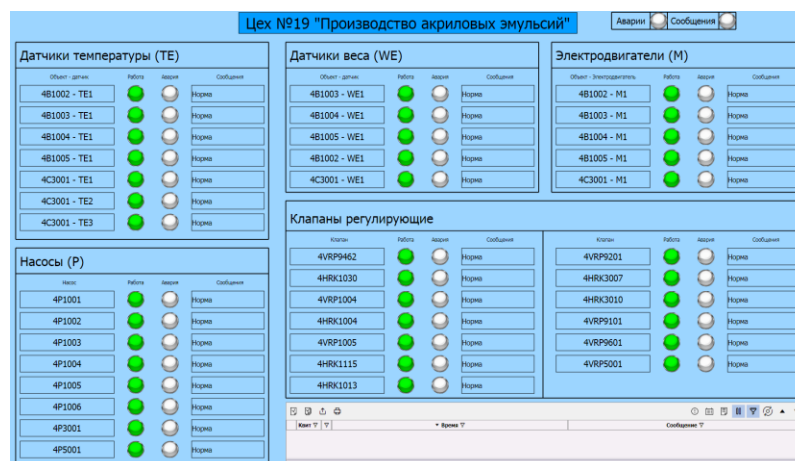


Рис. 8. Пример внешнего вида интерфейса для мониторинга состояния оборудования в программной среде MasterSCADA 4D

5. Заключение

Таким образом, благодаря предлагаемой автоматизированной системе мониторинга состояния территориально распределенного оборудования на предприятиях повышается контроль состояния технологических узлов и агрегатов, систем управления и производственных линий, что в свою очередь позволяет уменьшить количество аварийных ситуаций, а также своевременно проводить планово-предупредительное обслуживание и ремонт технологического оборудования. Тем самым улучшается качество производимой продукции, уменьшается время простоя производства, и, как следствие, повышается количество выпускаемого продукта предприятием.

Список использованных источников

1. Андреев, Ю. С. Промышленный интернет вещей / Ю. С. Андреев, С. Д. Третьяков – СПб. : Университет ИТМО, 2019. – 54 с.
2. Новости Интернета вещей [Электронный ресурс] : информационный раздел сайта. – URL : <https://iot.ru/wiki/protokoly-iot>

УДК 681.523.25

Л. Ю. Дуда

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: liya.duda0@gmail.com

РАЗРАБОТКА МИКРОСТРУЙНОГО УСТРОЙСТВА СИНХРОНИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ 4-РАЗРЯДНОГО СЧЕТЧИКА В ИНТЕГРАЛЬНОМ ИСПОЛНЕНИИ

Аннотация. Представлены результаты разработки устройства синхронизации, принципиальные схемы 4-разрядного счетчика, созданного на основе счетного триггера, а также экспериментального стенда для исследования передаточных характеристик устройства синхронизации. Созданы компьютерные модели реле и 4-разрядного счетчика, входящих в состав микроструйного устройства синхронизации.

Ключевые слова: счетный триггер, счетчик, микроструйная система управления, передаточные характеристики.

1. Введение

Элементы и устройства дискретной микрофлюидики предназначены для создания устойчивых к электромагнитным и радиационным воздействиям систем управления. Работа дискретной микрофлюидики основана на взаимодействии дискретных сигналов, логические уровни которых выражаются

в величине давления жидкости или газа. При этом взаимодействие с электронными каналами управления осуществляется при помощи пневмоэлектрических преобразователей [1, 2]. Одними из ключевых компонентов микроструйных систем управления являются устройства синхронизации, при помощи которых обеспечивается возможность выполнения операций алгоритмов управления в заданные моменты времени. Такие устройства имеют перспективы применения в особо важных областях, включая авиацию, космическую технику и робототехнику, где требуется высокая надежность. В данной статье рассматривается разработка микроструйного устройства синхронизации на основе 4-разрядного счетчика в интегральном исполнении, который состоит из каскадно-соединенных усовершенствованных микроструйных счетных триггеров [3]. Элементы выполнены в интегральном исполнении, что обеспечивает их технологичность и эффективность.

2. Принципиальная схема устройства синхронизации

Разработана принципиальная схема микроструйного устройства синхронизации (рис. 1), включающая семикаскадный микроструйный генератор и два микроструйных счетчика с коэффициентом деления частоты $k = 16$. При подаче рабочего вещества в каналы питания триггеров генератора, из-за конструктивных особенностей, триггер ТЗ имеет наименьшую продолжительность переходного процесса и поэтому принимает одно из двух возможных устойчивых состояний раньше, чем триггеры Т1, Т2. Таким образом, состояние ТЗ определяет состояние элементов Т1, Т2 модулей А1-А3: происходит последовательное переключение всех триггеров в устойчивое состояние, соответствующее текущему состоянию выходов ТЗ. Когда сигнал с последнего каскада генератора достигает ТЗ и переключает его в противоположное состояние, начинается второй полупериод работы генератора – процесс циклически повторяется. Сигнал с выходов генератора, работающих в противофазе, поступает на микроструйные счетчики, состояния выходов которых изменяется при поступлении очередного тактового импульса на счетный вход. Каждый счетчик включает четыре счетных триггера, переключение которых осуществляется по заднему фронту тактового импульса. Счетные триггеры состоят из следующих элементов: два элемента памяти – триггеры, состояние выходов которых остается неизменным при отсутствии сигналов на входах управления (реализована функция памяти); три логических пассивных элемента, реализующих операцию конъюнкции; одно реле с одним прямым и одним инверсным выходами.

3. Компьютерные модели устройства синхронизации

В целях конструктивной реализации принципиальной схемы, представленной на рис. 1, разработаны компьютерные модели основных элементов и узлов устройства синхронизации. Так, на рис. 2 приведена 3D-модель микро-

струйного семикаскадного генератора с минимизированной длиной межкаскадных связей и шириной канала питания 1 мм. Межкаскадные связи выполнены при помощи совмещения координат входных и выходных отверстий; таким образом, длина этих связей равна толщине межкаскадных коммутационных плат – 0,2 мм. Исключением являются связи последнего и первого каскадов, которые выполнены при помощи элементов объемного монтажа (трубок).

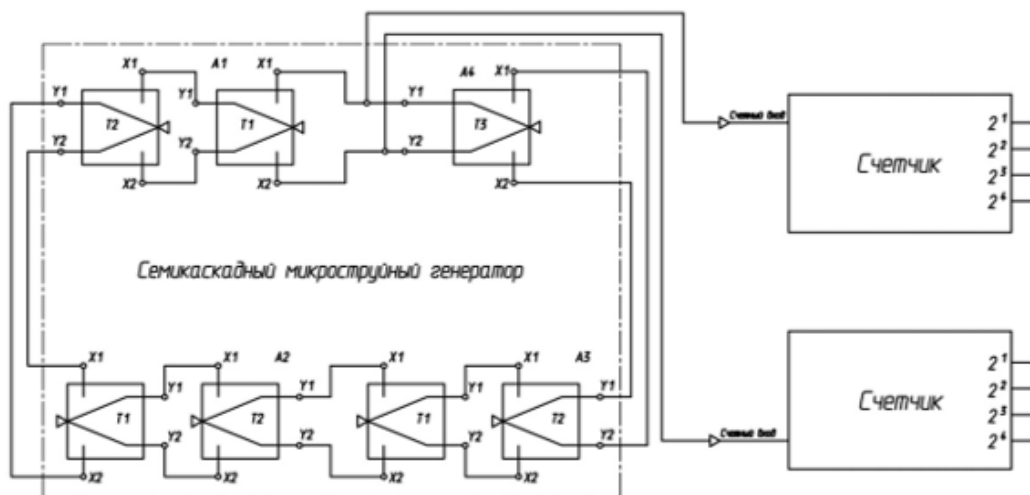


Рис. 1. Принципиальная схема микроструйного устройства синхронизации

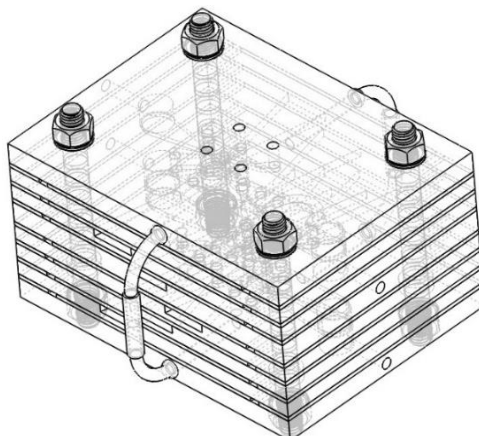


Рис. 2. 3D-модель микроструйного семикаскадного генератора

На рисунке 3 представлена 3D-модель микроструйного реле У1 счетного триггера. Конструкция реле разработана на основе результатов компьютерного моделирования газодинамических процессов [3], в результате которого определено энергетически эффективное соотношение входного и выходного сигналов. На входах реле установлены пассивные элементы ИЛИ, что повышает защиту реле от самопроизвольного переключения при отраженной волне.

На основе реле, представленного на рис. 3, разработана 3D-модель счетного триггера (см. рис. 4). Усовершенствованное реле и минимизированная емкость коммутационных каналов счетного триггера обеспечивают его повышенное быстродействие и расширяют рабочие диапазоны давления питания и амплитуды счетного импульса.

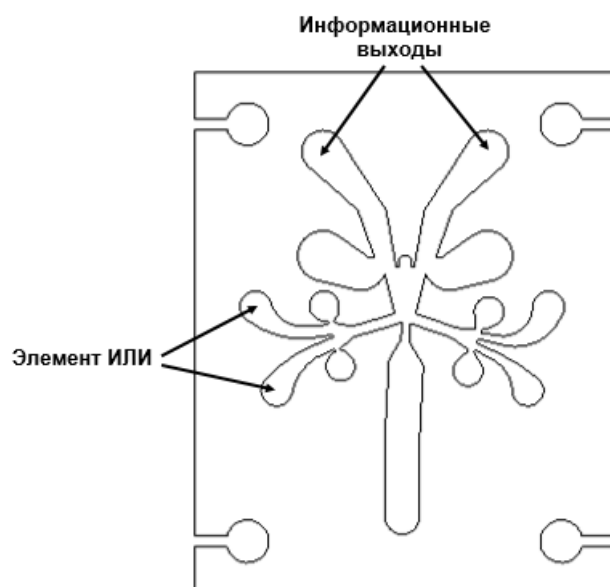


Рис. 3. 3D-модель микроструйного реле

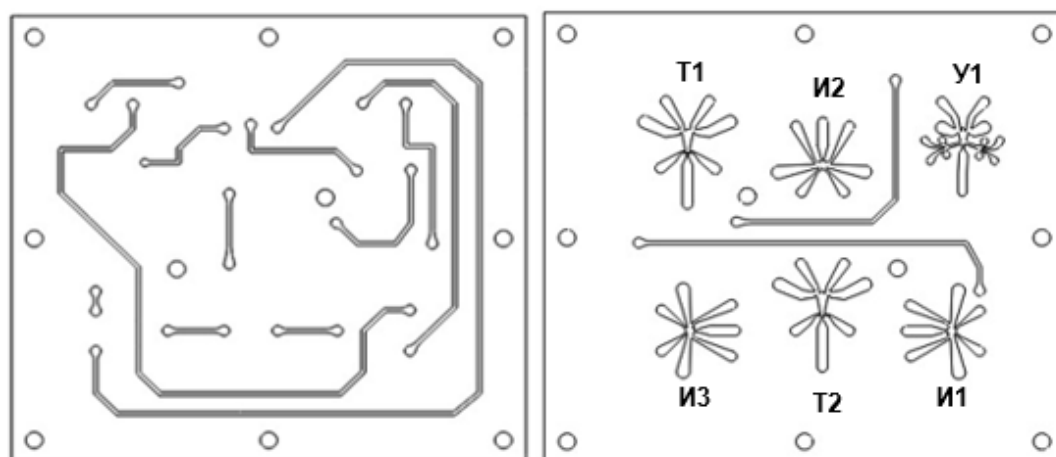


Рис. 4. 3D-модель микроструйного счетного триггера

4. Разработка микроструйного 4-разрядного счетчика

На базе счетного триггера создана принципиальная схема 4-разрядного микроструйного счетчика (рис. 5).

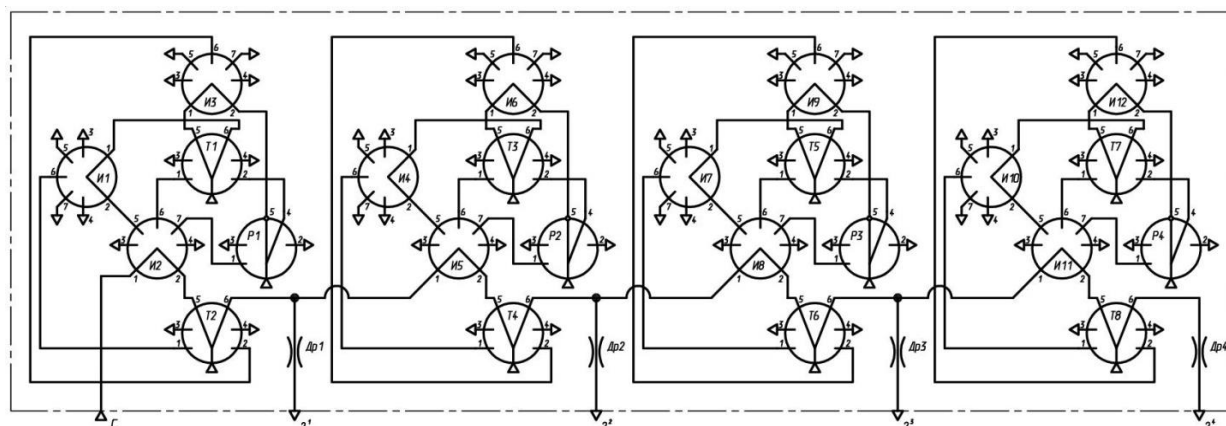


Рис. 5. Принципиальная схема 4-разрядного счетчика

Счетчик включает четыре последовательно соединенных счетных триггера, каждый из которых обеспечивает деление частоты счетного импульса на два. Для реализации схемы в виде устройства разработана 3D-модель счетчика (рис. 6), включающая каскады триггеров и межкаскадные платы. В модели учтены все конструктивные улучшения, внесенные в счетный триггер, что гарантирует высокую надежность и эффективность работы счетчика в составе микроструйных систем.

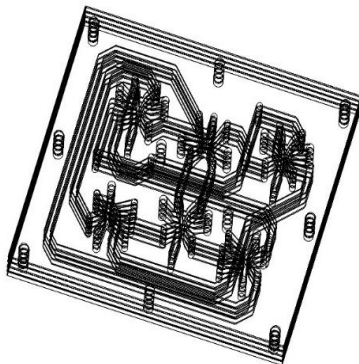


Рис. 6. 3D-модель микроструйного 4-разрядного счетчика

5. Разработка экспериментального стенда

Для определения передаточных характеристик счетчика разработан экспериментальный стенд, включающий тактовый семикаскадный генератор и два четырехразрядных счетчика в интегральном исполнении (см. рис. 6). Принципиальная схема стенда представлена на рис. 7. Стенд обеспечивает возможность анализа выходного сигнала с любого из четырех разрядов при помощи коммутации клапанов. Блок питания стенда оснащен системой фильтрации и регулировкой давления параметров питающего потока. Контроль давления осуществляется с помощью манометра, обеспечивающего стабильность работы устройства синхронизации.

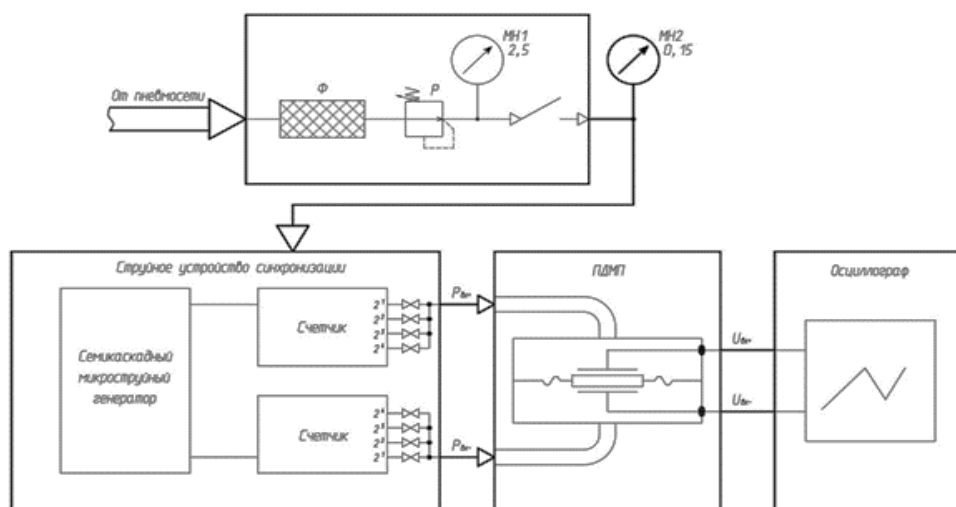


Рис. 7. Принципиальная схема экспериментального стенда

Измерение параметров пневмоимпульсов реализовано при помощи пьезоэлектрического датчика мембранного типа и осциллографа. Датчик состоит из металлического корпуса, внутренняя полость которого разделена на две части мембраной с дисковым пьезокерамическим элементом. В каждую полуполость в противофазе поступают пневматические импульсы, вызывая колебания мембраны. Далее механические колебания преобразуются в электрические при помощи пьезокерамического элемента. Форма и частота электрических импульсов регистрируются осциллографом, что позволяет анализировать динамические характеристики системы с высокой точностью.

6. Заключение

Таким образом, в результате проведенных исследований разработана принципиальная схема микроструйного устройства синхронизации, построенного на основе 4-разрядного счетчика в интегральном исполнении. Ключевым элементом счетчика является микроструйный счетный триггер, усовершенствованный по сравнению с образцом [4] в части уменьшения емкости коммутационных каналов и оптимизации геометрического профиля реле. Созданы 3D-модели счетного триггера и 4-разрядного счетчика. Для исследования передаточных характеристик микроструйного устройства синхронизации разработана принципиальная схема экспериментального стенда. В будущих работах планируется усовершенствование принципиальной схемы устройства синхронизации в части расширения диапазона значений коэффициента деления частоты тактового генератора, а также создание физической модели устройства синхронизации и ее экспериментальные исследования.

Список использованных источников

1. Балабанов, А. В. Методика экспериментального исследования пьезоэлектрических датчиков мембранного типа / А. В. Балабанов, Д. А. Бобылев, В. В. Ивасюта // Датчики и системы. – 2023. – № 6. – С. 19 – 24.
2. Balabanov, A. V. Research of Free Oscillations of Membranes by Means of Microfluidic Pulses / A. V. Balabanov, A. A. Mamontova, A. A. Sukhorukov // Proceedings of 7th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT 2023). – Astrakhan, Russian Federation : IEEE, 2023. – P. 1 – 4.
3. Kalibabchuk, M. P. Development of Microfluidic Amplifier with Preset Output Signal / M. P. Kalibabchuk // Proceedings of 7th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT 2023). – Astrakhan : IEEE, 2023. – С. 10347052 (1-3).
4. Балабанов, А. В. Разработка микроструйного счетного триггера / А. В. Балабанов, Л. Ю. Дуда, А. О. Соколов // Датчики и Системы. – 2024. – № 5. – С. 47 – 51.

АВТОНОМНАЯ АКТИВНАЯ СИСТЕМА ЛОКАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ДЛЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ ВЫСОТНЫХ ПЛАТФОРМ

Аннотация. Решается задача автоматической стабилизации положения телекоммуникационных высотных платформ в воздушном пространстве при внешних воздействиях. Предложена автономная система локальной навигации, отличительной особенностью которой является работа в активном режиме, что значительно повышает точность определения координат и помехоустойчивость системы.

Ключевые слова: телекоммуникационная высотная платформа, локальная навигационная система (ЛНС), активная радиолокация, амплитудно-разностный метод.

1. Введение

Интенсивное развитие мобильных электронных устройств и информационных систем приводит к активному росту телекоммуникационных сетей, и в частности, беспроводных сетей связи [1]. Плотная сетка частот и сильная загруженность L, S, C диапазонов, соответствующих наиболее распространенным стандартам связи, являются причинами низкой скорости передачи и повышенной электромагнитной зашумленности в плотно населенных районах городов [2]. Вместе с тем проблема «последней мили» в беспроводных инфокоммуникационных сетях решается установкой базовых станций нового поколения, обладающих большей полосой частот, пропускной способностью и емкостью, однако уменьшенной зоной покрытия [3], приводящей к необходимости близкого размещения станций.

Решить данную проблему призваны привязные высотные платформы [4], представляющие собой беспилотные летательные аппараты, оснащенные ретрансляционной и телекоммуникационной аппаратурой на борту и соединенные с наземной станцией гибким кабель-тросом, обеспечивающим электропитание и высокоскоростной помехозащищенный оптический канал связи. В отличие от автономных БПЛА, такие системы обладают неограниченным временем полета, лучшей помехозащищенностью, а также повышенной полезной летной массой. Они позволяют разворачивать временные базовые станции или инфокоммуникационные узлы, которые при необходимости легко могут быть перенесены без значительного изменения существующей инфраструктуры [4, 5].

Неотъемлемым условием работы таких платформ является наличие устойчивой обратной связи, отслеживающей и корректирующей положение

высотной платформы в воздушном пространстве ввиду действия внешних дестабилизирующих факторов, таких как ветер, птицы и турбулентность. В силу высокой плотности застройки и значительного уровня электромагнитных помех применение глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) не всегда возможно [5], в связи с чем перспективными представляются автономные навигационные системы.

Существующие полуактивные радиолокационные системы для достижения высоких характеристик точности и обнаружения используют сверхширокополосные зондирующие сигналы, не совместимые с современными высокоскоростными стандартами связи. В связи с этим перспективными являются автономные активные системы локальной навигации для телекоммуникационных высотных платформ.

2. Постановка задачи

Задачей данной работы является разработка активной системы локальной навигации для привязных телекоммуникационных высотных платформ. Основным требованием к такой системе является высокое быстродействие, обеспечивающее сопровождение телекоммуникационной платформы при больших скоростях перемещения. В основе определения угловых координат лежит амплитудно-разностный метод, обеспечивающий лучшую точность и простоту в сравнении с методом измерения фазовой задержки (временем прихода сигнала) и дальномерными методами [6].

3. Амплитудно-разностный метод пеленга

Амплитудно-разностный метод позволяет определять угловые координаты смещения телекоммуникационной платформы относительно равносигнального направления. На платформе размещен изотропный источник электромагнитного излучения, а внешняя среда считается однородной без потерь. Траектории распространения волн в таком случае можно считать прямолинейными, а волновой фронт в дальней зоне – плоским. Тогда задача пеленгации сводится к определению направления прихода излучения в двух ортогональных независимых плоскостях азимута и места. В дальнейшем будем рассматривать лишь одну из них (рис. 1). Здесь две идентичные антенны A и B с узкими диаграммами направленности (ДН) развернуты на угол 2Ψ . Направление, перпендикулярное базе и проходящее через точку O , называется равносигнальным. При нахождении источника на этом направлении фронт волны попадает на симметричные участки ДН антенн, что приводит к возбуждению в них равных ЭДС.

Если высотная платформа смещается на угол φ , фронт волны попадает на более крутой участок ДН одной из антенн, возбуждая в ней большую ЭДС, вследствие чего разность сигналов $(A-B)$ меняет свой знак. Таким образом, работа системы заключается в измерении разности ЭДС антенн и повороте

антенной базы для ее компенсации, что обеспечивает точное определение направления на источник излучения.

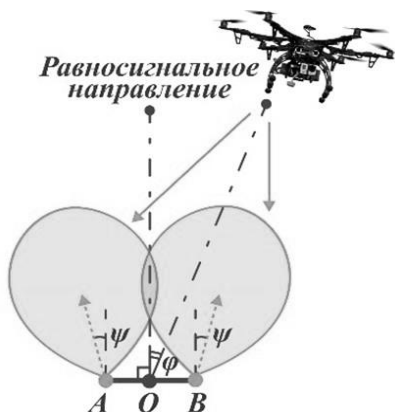


Рис. 1. Амплитудно-разностный метод пеленга в одной из плоскостей

4. Структура радиолокационного маяка

В соответствии с описанным методом предложена структурная схема радиолокационного маяка для пеленга направления прихода излучения на плоскости (рис. 2). Маяк представляет собой систему из двух идентичных направленных антенн A, B , закрепленных на подвижном основании, способном вращаться в плоскости антенн посредством мотора M . Выходы антенн коаксиальными линиями соединены с полосовыми фильтрами ПФ1-2, обеспечивающими частотную селекцию принятого сигнала. Далее мощность сигнала повышается широкополосными СВЧ-усилителями У1-2, позволяющими системе обнаруживать цели на расстоянии до нескольких километров. После чего в каждом из каналов выделяется огибающая сигнала блоком логарифмических детекторов Д1-2. Во избежание накопления ошибки слежения, а также обеспечения астатизма системы продетектированные сигналы поступают на интегрирующие фильтры Ф1-2, после чего вычитаются в дискриминаторе Дис и поступают по петле обратной связи на мотор M , поворачивающий подвижное основание с антенной системой до тех пор, пока угловая ошибка не достигнет нуля. Таким образом происходит автоматическое слежение за угловым направлением прихода излучения на плоскости.

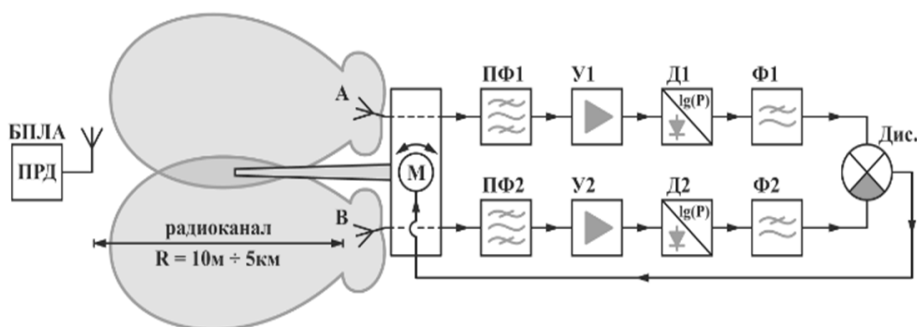


Рис. 2. Структурная схема радиолокационной системы для слежения за направлением прихода излучения на плоскости

Для перестройки по частоте и дальности сканирования проводится предварительная настройка блоков ПФ и У. Как будет показано далее от их параметров зависит полоса частот работы системы и ее потенциальная дальность. Выходными данными системы является угол отклонения объекта в каждой из плоскостей (азимута и места) относительно выбранной локальной системы координат.

5. Расчет потенциальной дальности системы

Динамический диапазон системы определяет ту область пространства, внутри которой система способна обнаруживать и сопровождать привязную высотную телекоммуникационную платформу с заданной вероятностью ошибки слежения. Верхняя граница этого диапазона определяется мощностью источника излучения, внешними шумами и собственной чувствительностью системы. Для ее оценки рассмотрим структурную схему радиоканала, представленную на рис. 3. На привязной телекоммуникационной высотной платформе установлен передатчик с мощностью излучения $P_{\text{ПРД}} = 7$ дБмВт и изотропной антенной ($G_{\text{ПРД}} = 1$). В качестве приемника выступает один из четырех идентичных каналов РЛС. Антенна канала Ant характеризуется коэффициентом усиления $G_{\text{ПРМ}} = 15$ дБи и шумовой температурой $T_A = 120$ К. После нее следует блок, объединяющий полосовой фильтр BPF и входной фидер антенны с параметрами полосы $\text{П}_\phi = 10$ МГц и вносимого в ней ослабления $L_\phi = 1/K_\phi = 0,1$ дБ. Далее следуют СВЧ-предусилитель LNA и основной усилитель Amp с коэффициентами усиления $K_{\text{прес}} = 15$ дБ, $K_y = 30$ дБ и шума $K_{\text{ш.прес}} = 0,6$ дБ, $K_{\text{ш.у}} = 1,6$ дБ соответственно. Оконечным устройством тракта высокой частоты является логарифмический детектор Det с динамическим диапазоном $P_{\text{дет.мах}} - P_{\text{дет.мин}} = 70$ дБ, формирующий на своем выходе низкочастотные сигналы в диапазоне уровней $[U_{\text{с.мин}}, U_{\text{с.мах}}]$. Расчет будем проводить на длине волны S -диапазона $\lambda_0 = 10$ см.

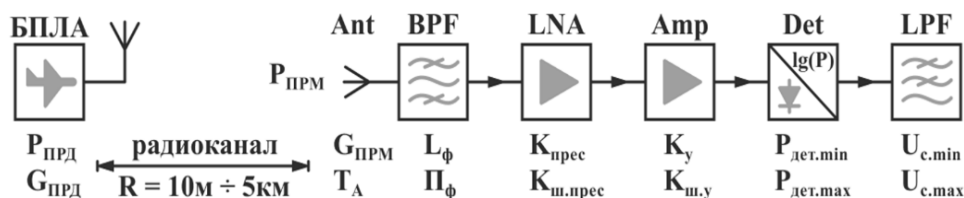


Рис. 3. Структурная схема радиоканала

Для определения мощности принятого антенной РЛС сигнала воспользуемся основным уравнением радиолинии прямой видимости

$$P_{\text{ПРМ}} = \frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} \lambda_0^2}{16\pi^2 R_{\text{ПРД}}^2}.$$

Тогда мощность, возбуждаемая в приемной антенне при расстоянии до привязной высотной платформы 70 м, 1 км, 3 км и 5 км, составит:

$$\begin{aligned}P_{\text{ПРМ.70 м}} &= -57,8 \text{ дБмВт}; \\P_{\text{ПРМ.1 км}} &= -80,9 \text{ дБмВт}; \\P_{\text{ПРМ.3 км}} &= -90,4 \text{ дБмВт}; \\P_{\text{ПРМ.5 км}} &= -94,8 \text{ дБмВт}.\end{aligned}$$

Для оценки собственных тепловых шумов РЛС будем рассматривать каждый из ее каналов как систему каскадно соединенных шумящих четырех-полосников. Тогда суммарный коэффициент шума блока высокой частоты составит:

$$K_{\text{ш.БВЧ}} = K_{\text{ш.ф}} + \frac{K_{\text{ш.прес}} - 1}{K_{\text{ф}}} + \frac{K_{\text{ш.у}} - 1}{K_{\text{ф}}K_{\text{прес}}} = 1,494,$$

где коэффициент шума фидера определим как

$$K_{\text{ш.ф}} = 1 + \frac{T_{\text{ф}}}{T_0}(L_{\text{ф}} - 1) = 1,023,$$

Суммарную шумовую температуру приемного устройства найдем как сумму шумовых температур БВЧ и антенны:

$$T_{\text{ш.РПУ}} = T_0(K_{\text{ш.БВЧ}} - 1) + T_A = 264,6 \text{ К}.$$

Мощность собственных тепловых шумов на входе фидера найдем по формуле Джонсона–Найквиста:

$$P_{\text{ш}} = k_0 T_{\text{ш.РПУ}} \Pi_{\text{ф}} = -104,4 \text{ дБмВт}.$$

Тогда отношение сигнал/шум на входе логарифмического детектора в силу линейности предшествующих блоков будет определяться как

$$q = \sqrt{\frac{P_{\text{ПРМ}}}{P_{\text{ш}}}},$$

и для различных дальностей составит:

$$\begin{aligned}q_{70 \text{ м}} &= 213, \\q_{1 \text{ км}} &= 14,9, \\q_{3 \text{ км}} &= 4,97, \\q_{5 \text{ км}} &= 2,98.\end{aligned}$$

Нижняя граница динамического диапазона зависит от пиковой мощности источника излучения и максимального уровня входного сигнала используемых логарифмических детекторов. При $P_{\text{дет.мах}} = 0 \text{ дБмВт}$ минимальное расстояние до цели составит $R_{\text{ПРД.мин}} \approx 16 \text{ м}$. Таким образом предложенная система способна обнаруживать и сопровождать высотные телекоммуникационные платформы на расстояниях от 16 м до нескольких километров.

6. Заключение

В данной статье предложена автономная система локальной навигации для телекоммуникационных высотных платформ, отличительной особенностью которой является функционирование в узкополосном активном режиме, благодаря чему достигается высокая совместимость с различным оборудованием беспроводной широкополосной радиосвязи и вещания. Проведен расчет приемного устройства, а также дана оценка потенциальной дальности обнаружения системы. Показана возможная техническая реализация радиопеленгатора такой системы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-29-00926.

Список использованных источников

1. Advancements in Wireless Communication Technology: A Comprehensive Analysis of 4G to 7G Systems / Jawdat Alkasassbeh, Farouq Al-Taweel, Tareq Alawneh, Aws Al-Qaisi, Yahia Makableh, Tareq El-Mezieni // Journal of Wireless Mobile Networks. – 2024. – V. 15. – P. 19.
2. Maier, M. The Art of 6G (TAO 6G): how to wire Society 5.0 / M. Maier, A. Ebrahimzadeh, A. Beniiche, S. Rostami // Journal of Optical Communications and Networking. – 2022. – V. 14. – No. 2. – P. A101 – A112.
3. Andreas, K. Sustainability and new technologies: last-mile delivery in the context of smart cities / K. Andreas // Sustainability. – 2024. – No. 16. – P. 8037.
4. Вишневский, В. М. Методы и алгоритмы проектирования и реализации привязных высотных беспилотных телекоммуникационных платформ / В. М. Вишневский // Труды 13 Всерос. совещания по проблемам управления (ВСПУ XIII, Москва, 2019). – М. : ИПУ РАН, 2019. – С. 40 – 42.
5. Vishnevsky, V. M. Physical foundation of hybrid navigation system for tethered high-altitude unmanned platforms / V. M. Vishnevsky, K. A. Vytovtov, E. A. Barabanova // International Conference on Information, Control, and Communication Technologies. – 2022.
6. Сайбель, А. Г. Основы радиолокации : учебник для втузов / А. Г. Сайбель. – М. : Сов. радио, 1961. – 384 с.

Д. А. Иванов, И. Г. Рыжов

Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, Москва, Россия

e-mail: vvalex@mail.ru,

Е. В. Емельянов, А. А. Стрельцов

АО «Автодор-Эксплуатация», Москва, Россия

АНАЛИЗ КРИТЕРИЕВ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЛОЖНОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация. Объектом исследования является сложная техническая система. Приведены результаты системного исследования пригодности критериев оценки эффективности сложной технической системы в состоянии их подготовки или уже находящихся на технической эксплуатации. Определены основные критерии, которым придается больший приоритет в процессе совершенствования сложной технической системы. Обосновано состояние, при котором оценка эффективности объекта системы мобильной связи, как совокупности сложных инженерных и технических систем, должна проводиться на всех стадиях их жизненного цикла, с приоритезацией этапов создания (проектирования) и совершенствования подсистем и элементов объекта сложной технической системы.

Ключевые слова: сложная техническая система, критерий эффективности, мобильная сеть связи, оценка эффективности, управление.

1. Введение

К сложной технической системе, состоящей из множества взаимосвязанных элементов, требующих постоянного обновления и оптимизации для обеспечения высокой надежности и эффективности, можно отнести современные системы мобильной сети связи. Совершенствование сложной технической системы при модернизации и расширении инфраструктуры ее объектов на примере системы мобильной связи – это процесс, обусловленный актуальными вызовами цифровой трансформации, ростом объемов передаваемых данных и изменяющимися требованиями пользователей.

Изменения в условиях современных рыночных, экономических и технологических условиях привели к резкому увеличению рисков возникновения, критичности характера и масштабов последствий актуальных угроз на системы мобильной сети связи, а также критическому росту факторов риска безопасности и устойчивого функционирования объектов критической инфраструктуры военного, энергетического и промышленного назначения.

В первую очередь это связано как с образованием на постсоветском пространстве новых государств с различным политическим, религиозным и организационным устройством, так и с изменением внешнеполитических приоритетов и стратегий развития существующих государств, резким ростом характера

и масштаба внутреннего и международного терроризма, преобразованием форм и методов действий организованной преступности с развитием и повышением доступности к информационным технологиям, и все это в условиях развития экономической и социальной напряженности внутригосударственной и межгосударственной. Поддержание системы мобильной сети связи в работоспособном состоянии требует постоянного мониторинга и оперативного устранения неисправностей, а также модернизации отдельных элементов системы с учетом новых технологических стандартов на основании совокупности технически сложных инженерных, программных и технологических решений, обеспечивающих бесперебойную связь и передачу данных [1 – 3].

Система мобильной сети связи представляет собой комплекс технически сложных инженерных, технологических, архитектурно-планировочных и конструктивных систем и элементов, позволяющих безопасно и эффективно осуществлять предусмотренный технологический процесс. Согласно отчетам ведущих операторов мобильной связи, значительная часть существующей инфраструктуры требует модернизации для соответствия современным требованиям по скорости и надежности соединения [4]. Повышение эффективности мобильных сетей включает как аппаратные улучшения (развертывание новых станций, увеличение мощности передатчиков), так и программные методы оптимизации, такие как динамическое управление частотным спектром и интеллектуальное прогнозирование нагрузки на сеть.

Ключевыми уязвимостями, формирующими недостатки системы мобильной сети связи как технически сложной системы, выявленными при анализе предметной области, являются следующие обстоятельства:

- большой объем предметной базы, выраженный в высоком количестве необходимых для расчета параметров и факторов (эффект от устранения морального и физического износа);
- низкий уровень объективности и достоверности при принятии решений о продлении сроков эксплуатации, и, как следствие, накопленный эффект от систематического продления сроков эксплуатации;
- отсутствие достоверных методик и связанная с этим сложность точного определения коэффициента изменения срока службы и степени износа систем и элементов, осложняемая неравномерностью и непрогнозируемостью степени износа.

Таким образом, эффективное развитие и модернизация мобильных сетей связи – это комплексный процесс, включающий обновление аппаратных компонентов, совершенствование алгоритмов управления и анализ эксплуатационных характеристик системы для обеспечения стабильной и качественной связи в условиях быстрорастущего объема передаваемых данных.

При проектировании объекта сложной технической системы на основании подготовленных исходных данных разрабатывается совокупность проек-

ных решений, определяющих как структуру системы в целом, так и конфигурацию каждой ее подсистемы. В результате формируется множество вариантов технических решений, которые подлежат оценке по таким параметрам, как сроки реализации, эксплуатационные характеристики, надежность.

В настоящее время процесс выбора и утверждения структуры объекта сложной технической системы и ее подсистем осуществляется на основе субъективных оценок специалистов, принимающих решения, и экспертов, что во многом зависит от их опыта и специфики проекта. Автоматизация данного процесса затруднена по ряду причин, основной из которых является отсутствие эффективных алгоритмов поддержки принятия решений при выборе проектных решений и структуры системы. Системный анализ состояния проектируемого объекта позволил выявить противоречие между субъективными предпочтениями разработчиков и требованиями заказчика, разрешение которого возможно путем организации и автоматизации процесса поддержки принятия решений на этапе проектирования.

2. Проектирование сложной технической системы на примере мобильной сети связи

Проектирование мобильной сети связи является сложным процессом, включающим разработку взаимосвязанных технических решений. Важной особенностью является необходимость планирования и модернизации инфраструктуры параллельно с ростом нагрузки на сеть. Это требует комплексного подхода, включающего предварительные инженерные изыскания, анализ нормативных требований и разработку технической документации.

Анализ процесса проектирования объектов цифровой инфраструктуры показывает, что исходными данными являются:

1. Нормативные и технические требования, включающие законодательные акты, отраслевые стандарты и регламенты технического регулирования.
2. Параметры технического задания, учитывающие особенности зонирования, градостроительные ограничения и анализ уязвимости сети.
3. Результаты инженерных изысканий, такие как геодезические, геологические, гидрогеологические и экологические исследования, влияющие на расположение базовых станций.

Анализ составляющих процесса проектирования ОЦИ, представленный на рис. 1, и требований основных нормативно-правовых документов показал, что исходными данными для проектирования ОЦИ и систем критериев оценки для него как подсистемы являются [3 – 7].

На основе этих данных разрабатываются функциональные, технологические и архитектурные решения, определяющие структуру сети. Однако высокая вариативность проектных решений, связанных с выбором оборудования, топологии сети и методов управления трафиком, затрудняет принятие оптимального решения.



Рис. 1. Общее состояние объекта исследования

В настоящее время процесс выбора структуры сети во многом зависит от опыта проектировщиков и операционных требований. Автоматизация этого процесса затруднена из-за отсутствия единой системы критериев оценки эффективности. Разрозненность нормативных требований и различие в подходах к проектированию приводят к необходимости разработки системного метода анализа, который позволит учитывать все ключевые параметры: *сроки внедрения, стоимость развертывания и качество предоставляемых услуг*.

Таким образом, создание мобильной сети требует интегрированного подхода к проектированию, включающего анализ текущих потребностей, учет нормативных ограничений и использование автоматизированных систем поддержки принятия решений для оптимизации процесса.

3. Многоуровневая система критериев оценки объектов инфраструктуры мобильной связи в задачах поддержки принятия решений

В условиях реализации Национального проекта «Цифровая экономика Российской Федерации», ориентированного на обеспечение технологического суверенитета и формирование устойчивой информационно-коммуникационной инфраструктуры, возрастает необходимость разработки многоуровневых моделей оценки эффективности проектных и эксплуатационных решений в системах мобильной связи, способных учитывать сложную архитектуру современных сетей, особенности территориального распределения объектов и разнообразие эксплуатационных режимов [8]. Поскольку функционирование мобильных сетей осуществляется в условиях динамично меняющихся параметров трафика, неоднородной инфраструктурной обеспеченности и высокой зависимости от импортной компонентной базы, в рамках поддержки принятия решений целесообразно использовать дифференцированную систему критериев, формируемую по уровням – от системных объектов до отдельных функциональных элементов. При этом каждый уровень включает собственный перечень параметров, характеризующих сроки реализации, совокупную стоимость мероприя-

тий, эксплуатационные затраты, уровень качества обслуживания, надежность, устойчивость к помехам, возможность автономной работы, гибкость системы при изменении нагрузки и устойчивость функционирования в зонах с особыми условиями распространения радиосигнала. Особое значение в текущих условиях приобретает контроль за степенью импортозамещения, наличием отечественных аналогов, возможностью использования типовых или дефицитных решений, а также совместимостью с ранее внедренными системами, что полностью соответствует целям формирования технологического лидерства Российской Федерации в условиях внешнеэкономических ограничений [9].

Для обработки и агрегирования многокритериальной информации предлагается использовать математические модели, основанные на методах анализа иерархий, взвешенных экспертных оценок и многокритериальной оптимизации, позволяющих обеспечить принятие обоснованных проектных решений на всех стадиях жизненного цикла объектов инфраструктуры, включая проектирование, закупку, внедрение, модернизацию и эксплуатацию систем связи. Формализованное выделение критериев и их структурирование по уровням способствует не только стандартизации процедур оценки, но и формированию цифровых моделей инфраструктуры с возможностью автоматизации выбора решений в рамках ведомственных и корпоративных систем управления сетями связи, что актуализировано в рамках государственной стратегии технологического развития до 2030 года [10]. В результате исследования сформирована иерархическая система критериев, позволяющая:

- 1) при фиксированных затратах повысить качество связи и сократить сроки модернизации;
- 2) при неизменном качестве сети снизить затраты и ускорить внедрение новых технологий;
- 3) при заданных сроках реализации минимизировать затраты и повысить качество работы сети.

Разработанная система критериев (рис. 2) позволяет оценивать эффективность мобильной сети, учитывая взаимосвязь ее элементов. Она помогает оптимизировать затраты, улучшить технические параметры и сократить сроки модернизации.

Проведенный анализ позволяет утверждать, что разработка унифицированных многоуровневых систем критериев оценки, сопряженных с интеграцией современных математических методов обработки данных, является необходимым условием повышения эффективности эксплуатации больших распределенных систем связи и одним из инструментов достижения целей техногенного лидерства Российской Федерации в области цифровых технологий, отмеченных в докладе о состоянии и перспективах развития критической информационной инфраструктуры страны [11].

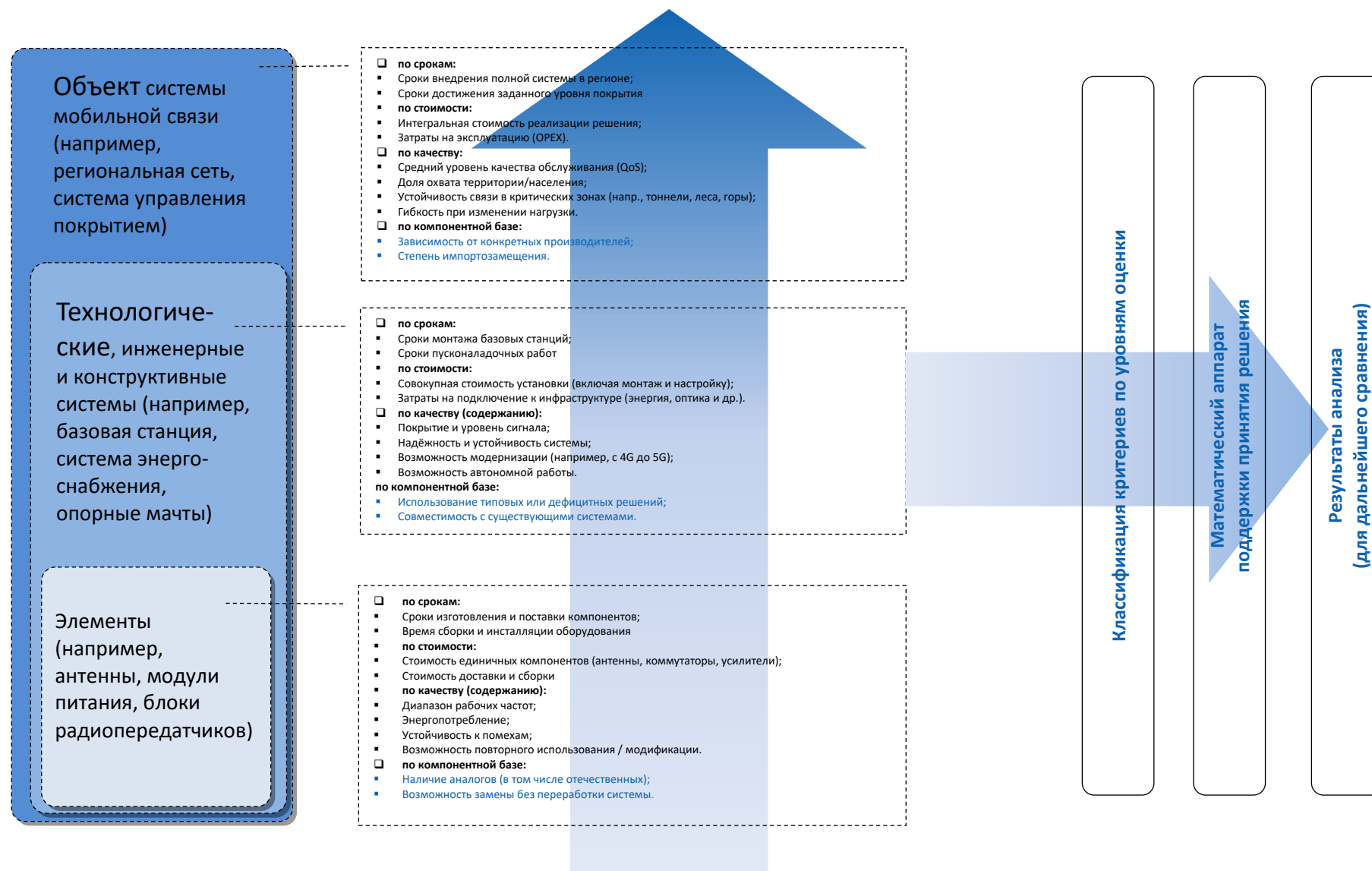


Рис. 2. Критерии оценки

Список использованных источников

1. Методические рекомендации Госкорпорации «Росатом» «Методические рекомендации по оценке эффективности систем физической защиты ядерных объектов». – Госкорпорация «Росатом», 2015. – С. 9 – 42.
2. Государственный доклад «О состоянии защиты населения и территорий Российской Федерации от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2021 году», ФГБВОУ ВО «Академия гражданской защиты МЧС России», 2022.
3. Математическая модель управления качеством информационного процесса в эрготехнических системах / А. Н.Талах, В. В. Алексеев, А. О. Жуков, и др. // Инженерная физика. – 2018. – № 2. – С. 25 – 30.
4. Алексеев, В. В. Современное состояние и перспективы развития автоматизированных средств управления состоянием сложных технических систем / В. В. Алексеев, Е. В. Емельянов, А. А. Стрельцов // НТС «Известия».
5. Об утверждении Правил физической защиты ядерных материалов, ядерных установок и пунктов хранения ядерных материалов : постановление Правительства РФ от 19 июля 2007 г. № 456. Правительство Российской Федерации, 2007. – С. 24 – 31.
6. Методические рекомендации Госкорпорации «Росатом» «Методические рекомендации по концептуальному проектированию систем физической защиты». – Госкорпорация «Росатом», 2015. – С. 10 – 17.
7. Методические рекомендации Госкорпорации «Росатом» «Методические рекомендации по категорированию предметов физической защиты и ядерных объектов». – Госкорпорация «Росатом», 2015. – С. 8 – 14.
8. Карташов, А. А. Методологические подходы к управлению развитием инфраструктуры мобильной связи в рамках цифровой экономики / А. А. Карташов, С. И. Богомолов // Управление большими системами. – 2021. – № 79. – С. 95 – 108.
9. Логинов, П. В. Анализ тенденций импортозамещения в телекоммуникационной отрасли России / П. В. Логинов, С. А. Чирков // Информационные технологии и телекоммуникации. – 2022. – Т. 10, № 3. – С. 12 – 23.
10. Гушин, В. С. Стратегия технологического развития России: цели, задачи и механизмы реализации / В. С. Гушин, И. А. Овчинников // Экономические науки. – 2023. – № 2. – С. 44 – 57.
11. Доклад о состоянии и перспективах развития критической информационной инфраструктуры Российской Федерации. – М. : Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций РФ, 2022. – 98 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СЕРВЕРА К ВОЗДЕЙСТВИЮ КИБЕРАТАК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ СМО ВМАР/М/1/Н

Аннотация. Предложен подход к анализу устойчивости объектов критической информационной инфраструктуры с использованием модели системы массового обслуживания с коррелированным входным потоком ВМАР/М/1/Н в случае скачкообразно изменяющейся интенсивности обслуживания. Для оценки устойчивости сервера предлагается исследовать его характеристики производительности до и после кибератак в переходном режиме. Предложена аналитическая модель, полученная с использованием метода матрицы преобразования вероятностей.

Ключевые слова: система массового обслуживания (СМО), граф, интенсивность обслуживания, вектор вероятности.

1. Введение

В последние годы участились случаи воздействия кибератак на объекты критической информационной инфраструктуры (КИИ). В этой связи обеспечение устойчивости объектов КИИ, к которым относят информационные системы, автоматизированные системы и телекоммуникационные сети, от которых зависит функционирование основных сфер жизнедеятельности граждан и государства, имеет большое стратегическое значение в области безопасности и жизни общества.

Для математического описания множества задач, связанных с расчетом характеристик производительности систем телекоммуникаций и распределенных вычислительных систем, в том числе, если они обеспечивают работу объектов критической информационной инфраструктуры, применяется теория массового обслуживания [1].

Анализ научной литературы показал, что большинство работ по изучению характеристик производительности моделей систем массового обслуживания (СМО) направлены на изучение поведения системы в стационарном режиме, когда вероятности состояний системы не зависят от времени [2 – 5]. Однако с развитием высокоскоростных оптических систем обработки информации и систем связи 5G/6G для более точной оценки характеристик производительности системы необходимо учитывать ее поведение в нестационарном режиме. Такой режим работы возникает, например, при перезагрузке коммутационного оборудования, при включении и выключении базовой станции, при переключении оборудования с основного канала на резервный, в случаях неисправности оборудования, а также при воздействии кибератак на объекты информационной

инфраструктуры, другими словами, в случаях, связанных с внезапным изменением информационного потока или интенсивности его обслуживания.

Таким образом, одной из важнейших задач является исследование переходных режимов сложных СМО с коррелированными потоками и скачкообразными изменениями интенсивности обслуживания для повышения устойчивости объектов информационной инфраструктуры.

2. Постановка задачи

Рассматривается функционирование сервера при воздействии кибератак типа «Распределенный отказ в обслуживании» или DDoS-атак (от англ. Distributed Denial of Service) с использованием модели СМО с коррелированными потоками типа ВМАР/М/1/Н и скачкообразным изменением интенсивности обслуживания, вызванным воздействием кибератаки. Исследуются характеристики производительности сервера, такие как вероятность потерь и пропускная способность до и после атаки. На основе данных характеристик делается вывод об устойчивости сервера.

3. Построение графа состояний и системы уравнений Колмогорова

Граф переходов системы ВМАР/М/1/Н показан на рис. 1. Согласно графу, система ВМАР/М/1/Н будет находиться в одном из $L = M(N + 2)$ состояний $S_0, S_1, \dots, S_{N+1}$, которые обозначают макросостояния системы. Переходы между макросостояниями соответствуют либо поступлению нового пакета, либо обслуживанию пакета из буфера. Таким образом система находится в макросостоянии S_0 , если в ней нет пакетов, т.е. сервер простаивает, и буфер пуст. Система находится в макросостоянии S_1 , если сервер обрабатывает один пакет, при этом буфер пуст. Система находится в макросостоянии S_N , если сервер обрабатывает один пакет, в то время как в буфере находятся еще $N - 1$ пакетов. Система находится в макросостоянии S_{N+1} , если сервер занят, в буфере находятся N пакетов, и следующий входящий пакет будет отброшен. Каждое из вышеперечисленных макросостояний $S_m, m = 0, \dots, N + 1$ соответствует M дополнительным микросостояниям $S_0^{(k)} \dots S_{M-1}^{(k)}$, которые определяют процесс передачи группы из k пакетов. Изменение состояния системы $S_0^{(k)} \dots S_{M-1}^{(k)}$ может произойти в результате одного из $M-1$ переходов управляющего процесса, описывающих процесс передачи одного из видов передаваемых данных.

Считается, что приход пакетов описывается неприводимой цепью Маркова $v_t, t \geq 0$ с непрерывным временем и пространством состояний $0, 1, \dots, M - 1$ [1]. Время пребывания цепи $v_t, t \geq 0$ в определенном состоянии имеет экспоненциальное распределение. С вероятностью $p^{(k)}(v, v')$ ($k = 1, \dots, K$) процесс $v_t, t \geq 0$ переходит в состояние, при котором генерируется пакет,

а с вероятностью $p^{(0)}(v, v')$ генерации пакета не происходит. Предполагается, что без генерации пакета переход в то же состояние невозможен, т.е. $p^{(0)}(v, v') = 0$. Также предполагается, что вероятности $p^{(k)}(v, v')$, $k = \overline{0, K}$ удовлетворяют условию нормализации по формуле (1)

$$\sum_{\substack{v'=0 \\ v' \neq v}}^{M-1} p^{(0)}(v, v') + \sum_{k=1}^K \sum_{v'=0}^{M-1} p^{(k)}(v, v') = 1, v = \overline{0, M-1}. \quad (1)$$

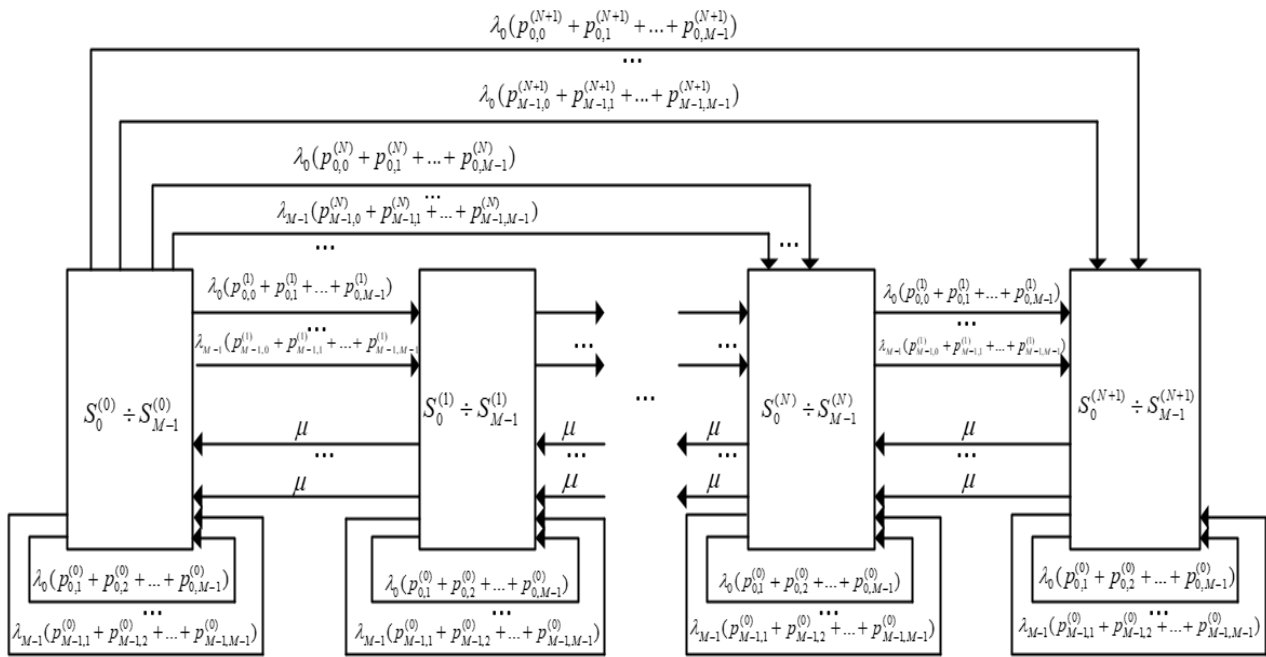


Рис. 1. Граф состояний СМО ВМАР/М/1/Ν

Таким образом поток описывается матрицами типа (2) и (3), где $i = 1, \dots, K$, а граф (рис. 1) описывается системой (4) с учетом (5)

$$D_0 = \begin{pmatrix} -\lambda_0 & \lambda_0 p_{0,1}^{(0)} & \dots & \lambda_0 p_{0,M-1}^{(0)} \\ \lambda_1 p_{1,0}^{(0)} & -\lambda_1 & \dots & \lambda_1 p_{1,M-1}^{(0)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{M-1} p_{M-1,0}^{(0)} & \lambda_{M-1} p_{M-1,0}^{(0)} & \dots & -\lambda_{M-1} \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$$D_i = \begin{pmatrix} -\lambda_0 & \lambda_0 p_{0,1}^{(i)} & \dots & \lambda_0 p_{0,M-1}^{(i)} \\ \lambda_1 p_{1,0}^{(i)} & -\lambda_1 & \dots & \lambda_1 p_{1,M-1}^{(i)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{M-1} p_{M-1,0}^{(i)} & \lambda_{M-1} p_{M-1,0}^{(i)} & \dots & -\lambda_{M-1} \end{pmatrix}; \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \overrightarrow{P(t)} = \mathbf{A} \overrightarrow{P(t)}; \quad (4)$$

$$\text{где } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} D_{00}^T & \mu I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ D_1^T & D_{01}^T - \mu I & \mu I & \dots & 0 & 0 \\ D_2^T & D_1^T & D_{02}^T - \mu I & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ D_{k-1}^T & D_{k-2}^T & D_{k-3}^T & \dots & D_{0(k-1)}^T - \mu I & \mu I \\ D_k^T & D_{k-1}^T & D_{k-2}^T & \dots & D_1^T & D_{0k}^T - \mu I \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$\vec{P}(t)$ – это вектор вероятностей состояний системы; $\mathbf{A}$ – это матрица коэффициентов системы дифференциальных уравнений Колмогорова (4); μ – это интенсивность обслуживания поступающих пакетов информации; I – это единичная матрица; $D_{00}^T - D_{0k}^T$ – матрицы, полученные из D_{00}^T с учетом определения группового потока *ВМАР* и графа состояний.

Для решения (4) используется метод матрицы преобразования вероятностей, которая связывает между собой вероятности состояний системы в заданный момент времени с вероятностью состояний системы в начальный момент времени [6]. В случае, если интенсивность обслуживания меняется скачком в определенные моменты времени, матрица преобразования вероятностей вычисляется как произведение матриц на соответствующих интервалах [7]. По значениям вероятностей состояний можно найти зависимость производительности сервера от времени, а значит вычислить его устойчивость при воздействии кибератак.

4. Численные результаты

Пусть *ВМАР* описывает три типа трафика с интенсивностями $\lambda_0 = 4111$ пакетов/с, $\lambda_1 = 1034$ пакетов/с и $\lambda_2 = 2232$ пакетов/с, т.е. для $M = 3$, а в момент времени $t = 20$ мс на сервер воздействует кибератака, которая приводит к снижению интенсивности обслуживания от $\mu_1 = 4011$ пакетов/с до $\mu_2 = 1014$ пакетов/с. В момент времени $t = 40$ мс сервер частично восстанавливается после кибератаки таким образом, что его интенсивность обслуживания возрастает до $\mu_3 = 2220$ пакетов/с. В момент времени $t = 60$ мс происходит полное восстановление системы до исходной интенсивности $\mu_4 = 4011$ пакетов/с. Матрицы вероятностей $p^{(0)}, p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}$ и $p^{(4)}$ заданы следующим образом:

$$\mathbf{P}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & p_{01}^{(0)} & p_{02}^{(0)} \\ p_{10}^{(0)} & 0 & p_{12}^{(0)} \\ p_{20}^{(0)} & p_{21}^{(0)} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0.15 & 0.15 \\ 0.15 & 0 & 0.15 \\ 0.15 & 0.15 & 0 \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$\mathbf{P}^{(1)} = \begin{pmatrix} p_{00}^{(1)} & p_{01}^{(1)} & p_{02}^{(1)} \\ p_{10}^{(1)} & p_{11}^{(1)} & p_{12}^{(1)} \\ p_{20}^{(1)} & p_{21}^{(1)} & p_{22}^{(1)} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0.03 & 0.03 & 0.03 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.35 & 0.35 & 0.35 \end{pmatrix}; \quad (7)$$

$$\mathbf{P}^{(2)} = \begin{pmatrix} p_{00}^{(2)} & p_{01}^{(2)} & p_{02}^{(2)} \\ p_{10}^{(2)} & p_{11}^{(2)} & p_{12}^{(2)} \\ p_{20}^{(2)} & p_{21}^{(2)} & p_{22}^{(2)} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0.03 & 0.03 & 0.03 \\ 0.21 & 0.21 & 0.21 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{pmatrix}; \quad (8)$$

$$\mathbf{P}^{(3)} = \begin{pmatrix} p_{00}^{(3)} & p_{01}^{(3)} & p_{02}^{(3)} \\ p_{10}^{(3)} & p_{11}^{(3)} & p_{12}^{(3)} \\ p_{20}^{(3)} & p_{21}^{(3)} & p_{22}^{(3)} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{pmatrix}; \quad (9)$$

$$\mathbf{P}^{(4)} = \begin{pmatrix} p_{00}^{(4)} & p_{01}^{(4)} & p_{02}^{(4)} \\ p_{10}^{(4)} & p_{11}^{(4)} & p_{12}^{(4)} \\ p_{20}^{(4)} & p_{21}^{(4)} & p_{22}^{(4)} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

На рисунке 2 представлен график изменения вероятности потерь пакетов $p_{\text{пот}}(t) = p_{13}(t) + p_{14}(t) + p_{15}(t)$, где $p_{13}(t)$ – вероятность потерь при передаче первого типа трафика, $p_{14}(t)$ – второго типа трафика, $p_{15}(t)$ – третьего типа трафика.

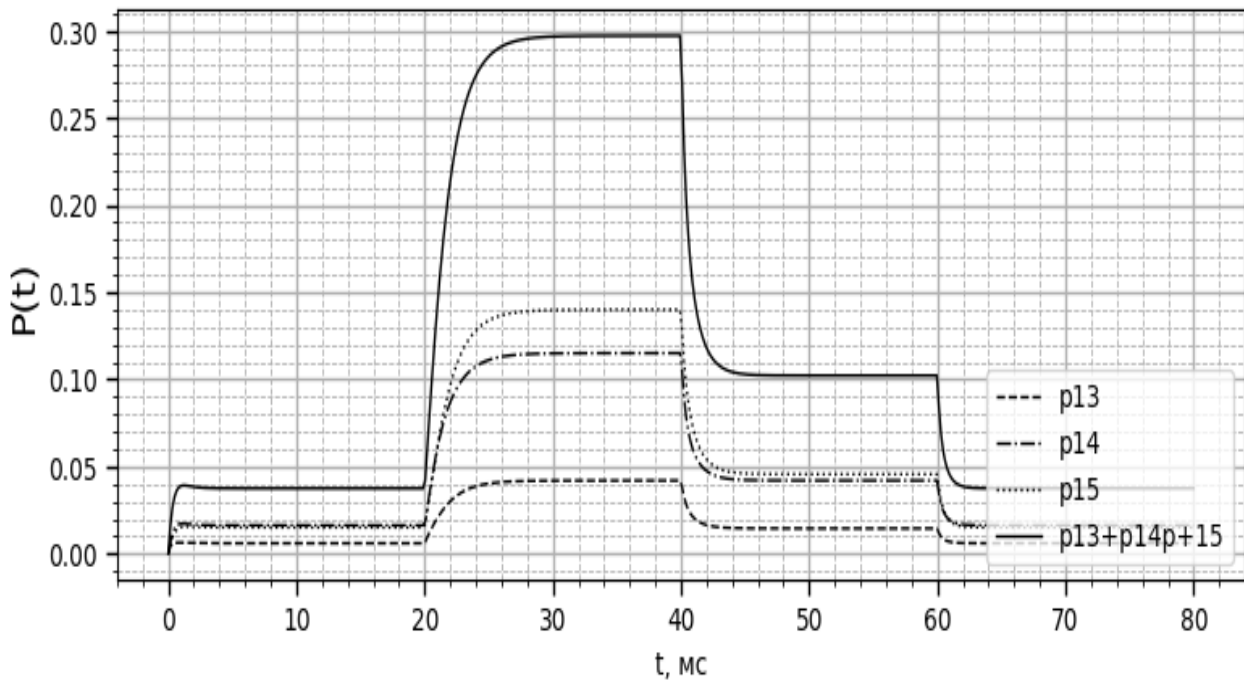


Рис. 2. График векторов вероятности p_{13} , p_{14} , p_{15} и их суммы для СМО $ВМАР/M/1/N$

На рисунке 3 представлен график изменения производительности сервера $A(t)$, вычисленной по формуле (11), где $\lambda_{\text{ср}}$ – средняя интенсивность [1]

$$A(t) = (1 - p_{\text{пот}}(t))\lambda_{\text{ср}}. \quad (11)$$

Из графика, представленного на рис. 4, можно сделать вывод, что при воздействии кибератаки на сервер в момент времени $t = 20$ мс его производительность полностью восстановится примерно через 44 мс.

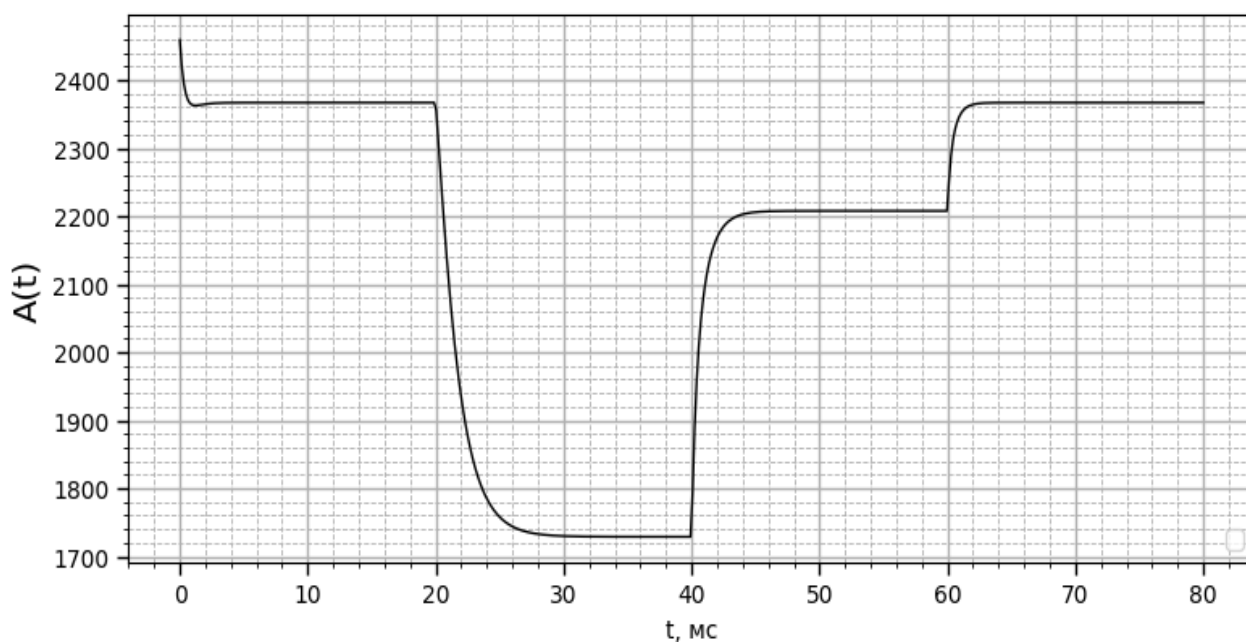


Рис. 3. График производительности для СМО ВМАР/М/1/Н

4. Заключение

В данной статье проведено исследование устойчивости объектов критической информационной инфраструктуры с использованием модели СМО ВМАР/М/1/Н в переходном режиме. Разработана аналитическая модель для исследования нестационарных характеристик производительности объектов информационной инфраструктуры, подверженных кибератакам типа DDoS-атаки, которые приводят к скачкообразному изменению интенсивности обслуживания. Проведены численные эксперименты с использованием разработанной модели и сделаны выводы об устойчивости исследуемого объекта информационной инфраструктуры при воздействии кибератак.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда, № 25-29-00926.

Список использованных источников

1. Вишневский, В. М. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях / В. М. Вишневский, А. Н. Дудин, В. И. Клименок. – М. : Рекламно-издательский центр «ТЕХНОСФЕРА». – 564 с.
2. Скалярно-векторный рекуррентный алгоритм нахождения стационарных вероятностей в гетерогенной системе $M/(M_1, M_2)/(N_1, N_2)/\infty/\text{FIFO}$ / А. А. Назаров, А. В. Рындин, Е. А. Пакулова и др. // Управление большими системами: сб. тр. – 2022. – № 98. – С. 5 – 21.
3. Retrial tandem queueing system with correlated arrivals / V. Vishnevsky, V. Klimenok, O. Semenova, and Minh Cong Dang // AIMS Mathematics. – 2025. – V. 10, No. 5. – P. 10650 – 10674.

4. Maslov, Alexander. Accurate Approximation for Resource Queuing Systems with Losses and Signals / Alexander Maslov, Eduard Sopin and Konstantin Samouylov // Mathematics. – 2025. – V. 13, No. 619.

5. Дудина, О. С. Аналитическое моделирование систем с электронной очередью / О. С. Дудина // Журн. Белорус. гос. ун-та. Матем. Инф. – 2024. – Т. 2. – С. 40 – 53.

6. Analysis of an MAP/M/1/N queue with periodic and non-periodic piecewise constant input rate / В. М. Вишневский, К. А. Вытовтов, Е. А. Барабанова, О. В. Семенова // Mathematics. – 2022. – V. 10, No. 10. – URL : <https://www.mdpi.com/2227-7390/10/10/1684>.

7. Transient behavior of the MAP/M/1/N queueing system / В. М. Вишневский, К. А. Вытовтов, Е. А. Барабанова, О. В. Семенова // Mathematics. – 2021. – V. 9, No. 20. – P. 2559.

УДК 681.523.25

М. П. Калибабчук

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: mryazanova1@mail.ru

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ОСНОВНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МИКРОСТРУЙНОГО РЕЛЕ ДЛЯ ЧЕТЫРЕХРАЗЯДНОГО ПНЕВМАТИЧЕСКОГО СЧЕТЧИКА

Аннотация. Предложена методика исследования микроструйного реле для четырехразрядного пневматического счетчика на основе средств компьютерного моделирования. Разработана модель микроструйного реле, при помощи которой проведен вычислительный эксперимент по исследованию рабочего процесса в целях определения его основных функциональных характеристик. Определены давления управления при заданном давлении питания, скорости рабочего вещества в канале питания.

Ключевые слова: микроструйное реле, давление управления, давление питания, четырехразрядный пневматический счетчик.

1. Введение

Элементы и устройства дискретной микрофлюидики используются для построения высокоточных измерительных систем и систем управления критическими объектами, работающими в условиях электромагнитных полей большой мощности, высоких уровней радиации и температур [1, 2]. Пневматический (микроструйный) счетчик является одним из наиболее широко распространенных устройств дискретной микрофлюидики; на его основе могут быть построены логические схемы управления и устройства их синхронизации (делители частоты тактового генератора). При разработке микроструйных счет-

чиков, в частности, должна быть решена задача согласования их составных элементов по уровню входных и выходных сигналов. Указанную задачу целесообразно решать при помощи средств компьютерного моделирования и специально разработанного методического обеспечения. В этой связи в работе предложена методика исследования функциональных характеристик микроструйных информационных сигналов при помощи компьютерных моделей.

2. Описание модели

Микроструйное реле имеет два устойчивых состояния и работает в режиме логического переключения («0»/»1»). Управление переключением логических состояний реле осуществляется при помощи канала управления.

Конструкция реле представлена на рис. 1. Реле состоит из асимметричного входного канала (канала питания), выходных и атмосферных каналов, каналов управления и рабочей камеры.

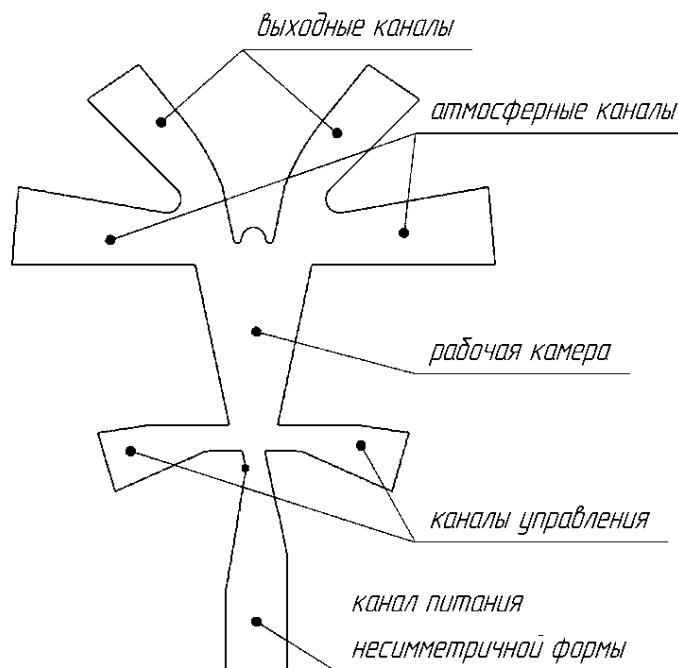


Рис. 1. Микроструйное реле

При нулевых значениях давления в каналах управления струя будет «прилипать» к левой стенке рабочей камеры. На рисунке 2 представлена эпюра скорости рабочего вещества при нулевых значениях давления в каналах управления.

Переключение струи в другое положение можно осуществить левым каналом управления. На рисунке 3 представлена эпюра скорости рабочего вещества при включении канала управления.

Исходные данные для моделирования приведены в табл. 1. В качестве рабочего вещества используется воздух.

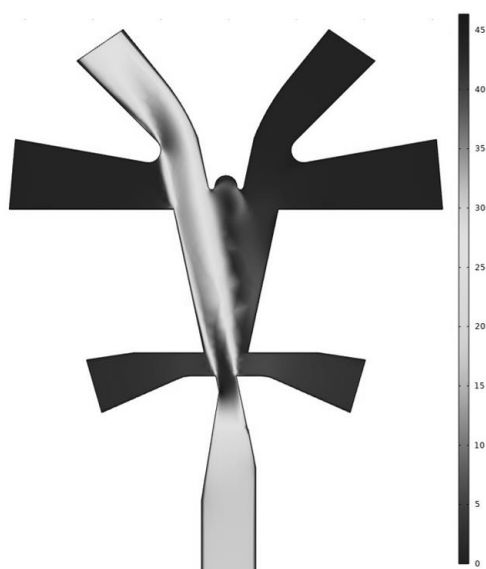


Рис. 2. Эпюра скорости рабочего вещества в микроструйном реле при нулевых значениях давления в каналах управления

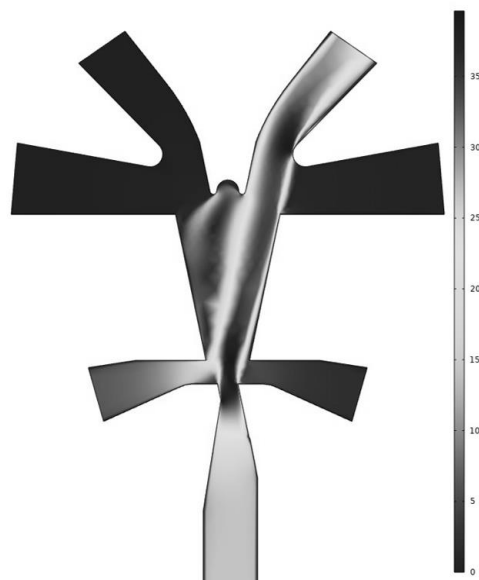


Рис. 3. Эпюра скорости рабочего вещества в микроструйном реле при включении канала управления

1. Исходные данные для моделирования

Параметр	Значение
Давление питания, Па	var
Давление на выходе атмосферных каналов и выходных каналов, Па	0
Давление на входе правого канала управления, Па	0

3. Результаты моделирования

В процессе выполнения компьютерного моделирования рабочего процесса в реле были определены минимальные давления переключения струи в противоположное состояние при различных значениях давления на канале питания. Данный параметр является ключевым для обеспечения надежного срабатывания реле без ложных переключений.

Результаты моделирования рабочего вещества в микроструйном реле представлены в табл. 2.

2. Результаты моделирования

Давление на входе канала питания, Па	Давление переключения, Па	Скорость в канале питания, м/с
10	3	4
100	30	12
1000	400	40
10 000	4000	140

4. Заключение

В результате проведенных исследований построена компьютерная модель микроструйного реле. При помощи созданной компьютерной модели проведен вычислительный эксперимент по определению основных функциональных характеристик микроструйного реле. Определены давления переключения струи при различных значениях давления на входном канале, определены значения скорости в канале питания при данных значениях давления. Полученные результаты обеспечивают возможность определения уровня и мощности информационных входных и выходных сигналов микроструйного реле для построения четырехразрядного пневматического счетчика, а также счетчиков более высокой разрядности.

Список использованных источников

1. Касимов, А. М. Вопросы разработки и реализации разнородной системы управления летательным аппаратом / А. М. Касимов, Э. М. Мамедли, Л. И. Мельников // Датчики и системы. – 2012. – № 5. – С. 2 – 6.
2. Касимов, А. М. Перспективы применения струйной техники в повышении безопасности СУ критическими объектами / А. М. Касимов, А. И. Попов // Проблемы управления безопасностью сложных систем : тр. 25 Междунар. конф. (Москва, 2017). – М. : РГГУ, 2017. – С. 570 – 572.

УДК 621.391

А. А. Крыгин, С. М. Тарасова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: tarasova_sofia_m@mail.ru

СНИЖЕНИЕ РАЗМЕРНОСТИ ЗАДАЧИ ПОИСКА КРИТИЧЕСКИХ ВЕРШИН ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СЕТЕЙ

Аннотация. Рассматривается задача поиска критических узлов в энергетической сети, входящей в состав гетерогенной сети, объединяющей энергетическую и информационную инфраструктуры. Для снижения вычислительной сложности задачи линейного программирования предлагается предварительная классификация вершин на критические и некритические по графовым характеристикам. Оптимальными признаками для этого являются «коэффициент близости» для критических и «промежуточная центральность» для некритических вершин, что позволяет уменьшить размерность задачи и ускорить ее решение.

Ключевые слова: критические вершины, устойчивость гетерогенных сетей, характеристики вершин.

1. Введение

В современных условиях развития цифровых технологий и интеграции различных инфраструктур особое значение приобретает исследование гетерогенных сетей, объединяющих энергетическую и информационную инфраструктуру.

туры (рис. 1). В таких системах устойчивость и надежность энергетической сети играют ключевую роль, поскольку сбои в энергетической инфраструктуре могут привести к серьезным последствиям для функционирования всей гетерогенной системы. Анализ критических узлов энергетической сети позволяет не только повысить уровень защиты энергетических объектов, но и обеспечить эффективное взаимодействие с информационной составляющей гетерогенной сети, что важно для комплексного управления и мониторинга критической инфраструктуры.

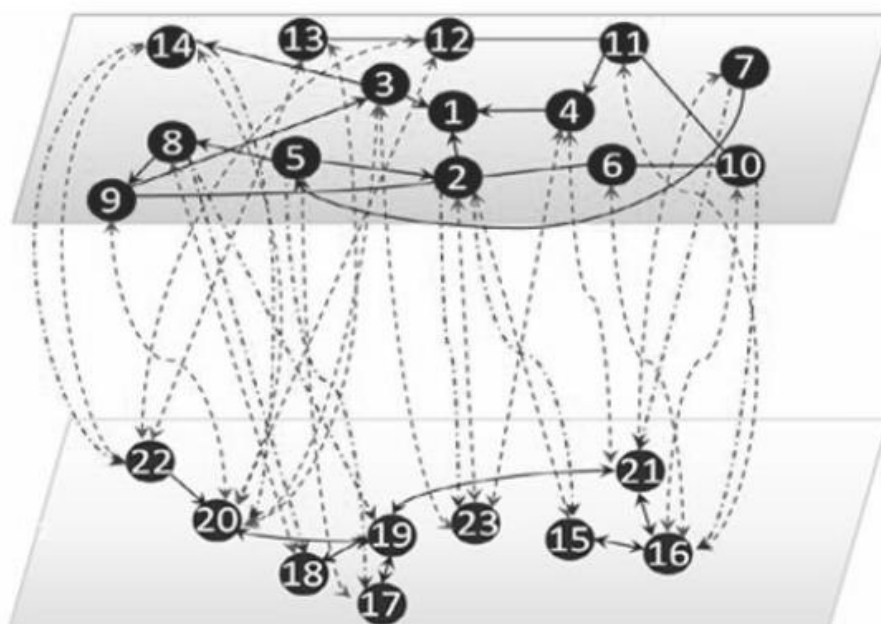


Рис. 1. Взаимосвязь объектов инженерных инфраструктур

Критические вершины сети – подмножество вершин заданной мощности, при удалении которых сети будет нанесен максимальный ущерб. Пусть заданы связный, неориентированный граф без петель и кратных ребер $G(V, E)$, $|V| = n, |E| = m$, количество удаляемых вершин q и мера ущерба $D(G): G \rightarrow \mathbb{R}$. Обозначим W – подмножество V , $|W| \leq q$ и G_W – подграф графа G , получившийся путем удаления вершин подмножества W и инцидентных им ребер. Тогда требуется найти такое подмножество W' : $\max_{W'} D(G_{W'})$ или $W': \min_{W'} D(G_{W'})$, в зависимости от функции $D(G)$ [2]. В такой постановке мера ущерба, как правило, опирается на количество связных пар вершин.

В [5] установлено, что задача поиска критических узлов является NP-полной. На данный момент единственным практически применимым способом получения точного оптимального решения этой задачи является ее сведение к задаче линейного программирования. Помимо полного перебора, другие точные методы, включая алгоритмы на графах и сетях, не известны. Кроме того, в [4] доказано, что даже приближенное решение, достаточно близкое к оптимальному, относится к классу NP-трудных задач.

Для определения критических узлов в графах большой размерности или для сокращения времени решения задачи применяются эвристические методы, позволяющие находить решения, близкие к точным. В [3] представлен обзор нескольких десятков методов, применяемых для решения задачи выявления критических узлов в различных вариантах постановки.

Постановка задачи в терминологии линейного программирования выглядит следующим образом [6]:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i,j \in V} u_{i,j}, \\ u_{i,j} + v_i + v_j \geq 1, \forall (i,j) \in E, \\ u_{i,j} + u_{j,w} - u_{w,i} \leq 1, \forall (i,j,w) \in V, \\ u_{i,j} - u_{j,w} + u_{w,i} \leq 1, \forall (i,j,w) \in V, \\ -u_{i,j} + u_{j,w} + u_{w,i} \leq 1, \forall (i,j,w) \in V, \\ \sum_{i \in V} v_i \leq q, \end{aligned}$$

где $u_{i,j}$ – переменная, показывающая, связаны ли вершины i и j . $u_{i,j} = 0$, если вершины i и j не связаны, $u_{i,j} = 1$, если вершины i и j связаны; v_i – переменная, показывающая будет ли вершина i в оптимальном решении удалена из графа. $v_i = 0$, если вершина i не удаляется из графа, $v_i = 1$, если вершина i удаляется из графа.

Из-за большой размерности задачи решение имеет высокую вычислительную сложность. Поэтому предлагается уменьшить размерность с помощью добавления ограничений вида $v_i = 0$ или $v_i = 1$. В таком случае, необходимо определить две характеристики, значения которых позволят заранее отнести вершину к подмножеству критических или наоборот, к подмножеству некритических узлов.

2. Основная часть

Для точной постановки задачи поиска критических вершин в энергетической сети, входящей в состав гетерогенной сети, связывающей энергетическую и информационную инфраструктуры, потребовалось решить ряд важных подзадач [1], включая

- определение класса графов, на которых будет проводиться исследование;
- установление количества критических вершин q ;
- оценку доли решений задачи;
- анализ мощности подмножеств вершин, которые почти всегда являются критическими или, наоборот, почти никогда не являются таковыми;

- разработку оптимального алгоритма подбора характеристик;
- выбор оптимальной пары характеристик для эффективного выделения критических узлов.

Поскольку оптимальная пара характеристик может различаться для графов различных типов инженерных сетей, важно было определить конкретный класс графов для исследования. Будем считать, что в графе есть теоретическая возможность снизить размерность задачи линейного программирования (ЛП), если существуют вершины, которые почти всегда являются критическими, и вершины, которые почти никогда не являются критическими. Следовательно, есть вершины, относительная частота появления в решениях которых близка к 0 или 1. В качестве исследуемого класса были выбраны около 20 графов магистральных электрических сетей государств СНГ с числом узлов от 30 до 60.

Так как оптимальная пара характеристик может меняться в зависимости от различных диапазонов значений q , при которых решается задача ЛП, необходимо было выбрать конкретный диапазон. После рассмотрения различных государственных программ, было установлено, что достаточно ограничиться рассмотрением наборов критических вершин, число которых не превышает одной пятой от общего числа вершин.

Задачу ЛП, полученную в результате добавления ограничений к исходной задаче ЛП, будем называть сокращенной. В таком случае некоторые решения исходной задачи не будут найдены. Долей решений будем называть отношение числа найденных решений в сокращенной задаче линейного программирования к числу решений в исходной задаче. Было определено, что допустимо сокращать размерность задачи до тех пор, пока число найденных решений в сокращенной задаче превышает половину всех решений исходной задачи. В таком случае гарантируется, что если одновременно будут повреждены q_0 узлов, то эти узлы не будут являться решением задачи ЛП.

Обозначим за $A, |A| = a$ подмножество вершин, которые почти всегда являются критическими, а за $B, |B| = b$ подмножество вершин, которые почти всегда являются некритическими. Были найдены следующие ограничения: мощность подмножества вершин, которые почти всегда являются критическими, не превышает величину $a = q - 2\lfloor q/4 \rfloor - 1$; мощность подмножества вершин, которые почти всегда являются некритическими, не превышает величину $b = n - q$.

Предположим, что для заданного графа и параметра q есть две пары характеристик. Необходимо было определить, с помощью какой пары сокращенная задача ЛП будет решена быстрее. Оказалось, что количество переменных и ограничений в задаче ЛП при добавлении ограничений вида $v_i = 1$ сокращаются больше, чем при добавлении ограничений вида $v_i = 0$. Поэтому стоит выбрать ту пару характеристик, в результате применения которой будет

добавлено больше ограничений для вершин, почти всегда являющихся критическими.

Для поиска критических вершин была выбрана характеристика «коэффициент близости», а для некритических вершин – «промежуточная центральность».

3. Заключение

В этой работе определен класс графов, для которых теоретически доказана возможность существования оптимальных характеристик; определено количество критических вершин $q = n/5$, где n – мощность множества вершин в графе; получена оценка для доли решений, равная 0,5; разработан оптимальный алгоритм подбора характеристик и найдена оптимальная пара характеристик: «коэффициент близости» и «промежуточная центральность».

Список использованных источников

1. Крыгин, А. А. Снижение размерности задачи нахождения критических узлов сети / А. А. Крыгин, С. М. Тарасова // УБС. – 2024. – № 111. – С. 118 – 146.
2. On New Approaches of Assessing Network Vulnerability: Hardness and Approximation / T. N. Dinh, Y. Xuan, M. T. Thai, et al. // IEEE ACM Trans. on Networking. – 2012. – V. 20(2). – P. 609 – 619.
3. Efficient methods for the distance-based critical node detection problem in complex networks / U.A. Glory, A. Arulselvan, K. Akartunali, et al. // Computers and Operations Research. – 2021. – V. 131. – P. 108 – 121.
4. Munikoti, S. Scalable graph neural network-based framework for identifying critical nodes and links in complex networks / S. Munikoti, L. Das, B. Natarajan // Neurocomputing. – 2023. – V. 422. – P. 211 – 221.
5. Salemi H., Solving the Distance-Based Critical Node Problem / H. Salemi, A. Buchanan // INFORMS Journal on Computing. – 2022. – V. 34(3). – P. 1309 – 1326.
6. On the Discovery of Critical Links and Nodes for Assessing Network Vulnerability / Y. Shen, N. P. Nguyen, Y. Xuan, et al. // IEEE/ACM Trans. on Networking.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАТФОРМ МОДЕЛИРОВАНИЯ БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ «УМНОГО ДОМА»

Аннотация. В данной работе представлено исследование современных программных платформ, предназначенных для имитационного моделирования беспроводных сенсорных сетей (БСС) в контексте проектирования систем управления «Умного дома». Обоснована актуальность применения методов имитационного моделирования при разработке экономических, отказоустойчивых и масштабируемых систем сбора и передачи данных. Представлен сравнительный анализ функциональных возможностей таких программных инструментов, как Cisco Packet Tracer, Simul8 и AnyLogic, с точки зрения их применимости к задачам моделирования БСС. Полученные результаты могут быть использованы при выборе программного обеспечения для научных исследований, образовательных задач и практической реализации систем дистанционного мониторинга и автоматизированного управления в рамках концепции IoT.

Ключевые слова: беспроводные сенсорные сети, имитационное моделирование, Cisco Packet Tracer, AnyLogic, Simul8, Internet of Things (IoT), «Умный дом», системы управления, маршрутизация, энергоэффективность.

1. Введение

XXI век считается эпохой цифровизации, внедрения компьютерных технологий и искусственного интеллекта в повседневную жизнь общества. С развитием компьютерных технологий появились такие термины, как сквозные технологии, искусственный интеллект, большие данные, беспроводные сенсорные сети, «Интернет вещей», блокчейн, кибербезопасность и т.д. С каждым годом популяризация вышеперечисленных технологий увеличивается, исследования в этих областях приводят к мировым исследованиям, что характерно для революционного прогресса, в котором главенствует принцип технологического слияния, которое происходит за счет внедрения беспроводных сенсорных сетей, а в частности, концепции «Интернета вещей», с помощью которой происходит внедрение «умных вещей» во все сферы общества.

Для лучшего понимания приведем примеры «умных вещей»:

«Умные вещи» – устройства, передающие информацию с помощью беспроводных сенсорных сетей на базовую станцию или владельцу на телефон, например «умные розетки», кондиционеры, датчики слежения, датчики загазованности и т.д.

«Умные дома» – сеть зданий, подключенных к Интернету, которые могут иметь дистанционное управление через беспроводные устройства.

Медицинские устройства – датчики, отслеживающие показатели человеческого организма и передающие данные на устройство врача.

«Умные города» – использование «Интернета вещей» для управления городской инфраструктурой, обеспечения энергоэффективности, управления отходами и обеспечения безопасности, а также для мониторинга оптимизации производственных процессов.

Сельское хозяйство – датчики на полях могут собирать данные о почвенной влажности, температуре и других факторах, помогая фермерам оптимизировать процессы посева и управления урожаем.

Энергетика – сети энергоснабжения могут использовать IoT для мониторинга и управления расходом энергии, оптимизации сетей и внедрения систем «умных» счетчиков.

Эти примеры демонстрируют, как «интернет-вещи» проникают в различные области жизни и бизнеса, улучшая их эффективность, безопасность и уровень сервиса.

«Интернет вещей» описывает сеть физических объектов, встроенных в датчики и программные обеспечения, для обмена данными между собой через сеть Интернет. Таким устройством может быть как элементарное бытовое устройство, так и глобальные промышленные объекты. «Интернет-вещи» выступают индикатором, с помощью которого можно выявить слабые стороны производства и повысить эффективность использования имеющихся ресурсов. «Интернет-вещи» в современном мире внедрены в каждый дом, давая определение «Умным вещам». Можно выявить следующее: это устройства, взаимодействующие между собой посредством беспроводных технологий и без вмешательства человека.

Статистика данных по запросу «Интернет вещей» из известных научных библиотек не уменьшается с годами, а только увеличивается, что характеризует популярность технологии и ее применение в различных областях (рис. 1).

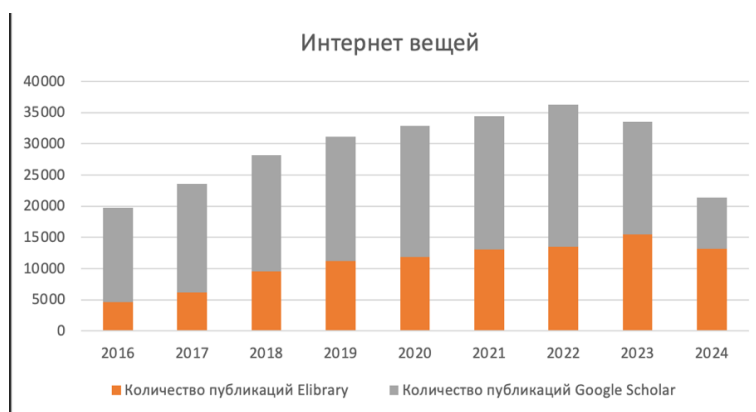


Рис. 1. Число публикаций в базах цитирования по ключевому словосочетанию «Интернет вещей»

Применение «интернет-вещей» в промышленности повышает производительность и оптимизирует ресурсы, основные направления: сбор данных, мониторинг состояния, оптимизация и планирование процессов, отслеживание местоположения в режиме реального времени и составление показательной аналитики.

В промышленности «Интернет вещей» обладает такими же качествами, как и в частном использовании, производит сбор данных и управляет процессами в режиме реального времени, не используя человеческие ресурсы. Применение «Интернета вещей» многозадачно, любой предмет, имеющий функцию включения и выключения, может быть подключен к этой технологии, распространяя свое воздействие на системы уличного освещения, медицинские устройства, системы водоснабжения и отопления и др., управление которых может производиться с телефона, смарт-часов или ПК.

В данной статье рассматриваются результаты анализа наиболее популярных программных продуктов для моделирования беспроводных сенсорных сетей, которые можно применить к задачам проектирования системы «Умного дома».

2. Математическая постановка задачи

Для проведения моделирования необходимо определить ключевые параметры эффективности сети:

F – показатель общей эффективности маршрута, отображающий значение целевой функции;

D – время средней задержки данных между узлами;

E – показатель энергопотребления всего маршрута или узла;

R – показатель надежности передачи данных

α, β, γ – коэффициенты, определяющие приоритет каждого из показателей

Целевая функция отображена в формуле (1)

$$F = \alpha D + \beta E + \gamma(1 - R). \quad (1)$$

Расшифровка формулы представлена ниже.

Задержка D определяется как суммарное время прохождения пакета, через все этапы:

$$D = D_{\text{обработка}} + D_{\text{очередь}} + D_{\text{передача}} + D_{\text{распространение}}. \quad (2)$$

Энергопотребление E – определяется как сумма энергозатрат на выполнение операций сбора, обработки и передачи данных:

$$E = E_{\text{сбор}} + E_{\text{обработка}} + E_{\text{передача}}. \quad (3)$$

Надежность R – определяется как отношение доставленных пакетов к общему числу отправленных:

$$R = \frac{N_{\text{успешных}}}{N_{\text{всего}}}. \quad (4)$$

Задача оптимизации заключается в минимизации целевой функции с ограничением ресурсов сети:

$$\min F = \alpha D + \beta E + \gamma(1 - R). \quad (5)$$

При условиях:

$$E_i \leq E_{\max}, \quad \forall_i \in U;$$

$$D_j \leq D_{\max}, \quad \forall_j \in U$$

$$R_k \geq R_{\min}, \quad \forall_k \in U,$$

где U – узлы; P – маршруты; C – соединения; $E_{\max}, D_{\max}, R_{\min}$ – значения по энергопотреблению, задержке и надежности.

Представим модель беспроводной сенсорной сети в виде графа

$$G = (V, E), \quad (6)$$

где V – множество вершин, соответствующее сенсорным узлам; E – множество ребер, соответствующее каналам связи между узлами.

Каждый узел $v_i \in V$ имеет следующие характеристики:

x_i, y_j – координаты устройства в двумерном пространстве;

E_i – уровень оставшейся энергии;

r_i – радиус действия узла;

Z – статус антенны (активный / неактивный).

Между двумя узлами v_i и v_j существует связь $e_{ij} \in E$, если выполняется условие

$$\|v_i - v_j\| \leq r_i, \quad (7)$$

где $\|v_i - v_j\|$ – евклидово расстояние между узлами.

Задача моделирования заключается в нахождении оптимального маршрута доставки данных от произвольного сенсорного узла до базовой станции (управляющего устройства) для решения задачи применяются алгоритмы поиска кратчайших путей (например, модифицированный алгоритм Дейкстры) с учетом динамически изменяемых метрик.

3. Анализ программных платформ моделирования БСС

Основным методом исследования беспроводных сенсорных сетей будут являться имитационные модели, проведем обзор имеющихся решений. Под имитационным моделированием понимается метод исследования систем, основанной по образцу реальной системы, но реализованной в компьютерной среде.

На основании анализа информационных источников лидером в области производства программных и технических решений для организации симуляций БСС является CISCO.

CISCO Packet Tracer – симулятор, отображающий работу реальных сетевых устройств и их окружения, позволяя пользователям создавать компьютерные сети, в том числе с помощью облачных хранилищ, что позволяет создавать модели со сложными компьютерными сетями и проводить исследования.

GNS3 – среда моделирования компьютерных сетей, использующих сетевое оборудование, функционирующее на базе процессоров с архитектурой MIPS. Среда моделирования GNS3 позволяет проводить анализ трафика, генерируемого всеми сетевыми устройствами модели на всех интерфейсах.

Netsim – это среда моделирования сетей, которая предоставляет инструменты для создания, анализа и тестирования беспроводных сенсорных сетей. Среда используется для исследования и разработки новых протоколов, алгоритмов и технологий в области беспроводных сенсорных сетей.

OMNeT++ – это среда моделирования и симуляции, разработанная для моделирования сетей различных типов, включая БСС. Широко используется для моделирования и симуляции сетей коммуникационных систем, а также создания и анализа различных сценариев сетевого взаимодействия и оценивания их производительности и эффективности.

На основании анализа информационных источников лидером в области производства программных и технических решений для организации симуляций БСС является CISCO. Для проведения эксперимента, были выбраны 3 программы CISCO Packet Tracer, Simul8, AnyLogic.

Сравнительный анализ платформ проведен по следующим показателям:

1. Сравнительный анализ платформ

Задача/программа	CISCO	AnyLogic	Simul8
Проектирование задачи	14 дн.	10 дн.	7 дн.
Ввод формул	Функция отсутствует	3 дн.	Функция отсутствует
Визуализация	Встроенная	Встроенная	–
Программирование	Функция отсутствует	4 дн. Использование заложенных в ПО базовых команд	Функция отсутствует

Самой энергоемкой из программ выявлена программа AnyLogic ее временной хронометраж составил 17 дней, также данная программа имеет наивысший показатель по проектированию имитационной модели, доступна функция написания формул, имеется возможность написания программного кода с использованием базовых команд.

На втором месте по энергозатратам выявлена программа CISCO, ее временной хронометраж составил 14 дней. У нее средний показатель по проектированию имитационной модели, отсутствует функция написания формул, отсутствует возможность написания программного кода с использованием базовых команд.

На первом месте Simul8, ее временной хронометраж составил минимальное количество – 7 дней, но при этом отсутствуют функции ввода формул и возможность написания программного кода с использованием базовых команд.

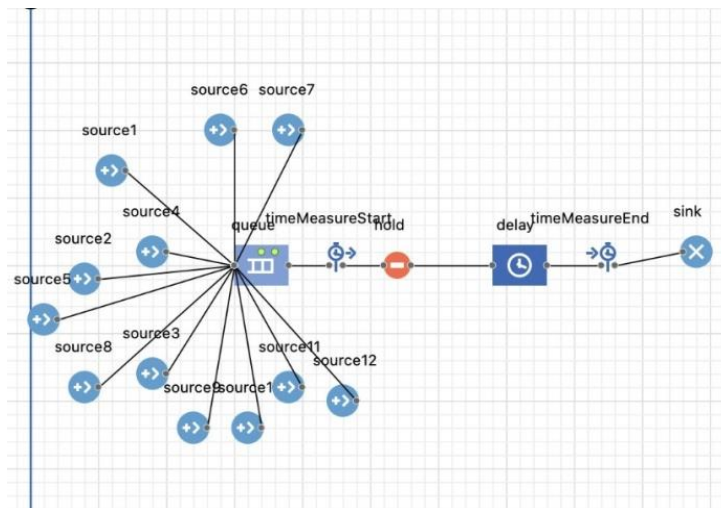


Рис. 2. Имитационная модель «Умный дом» в программе AnyLogic

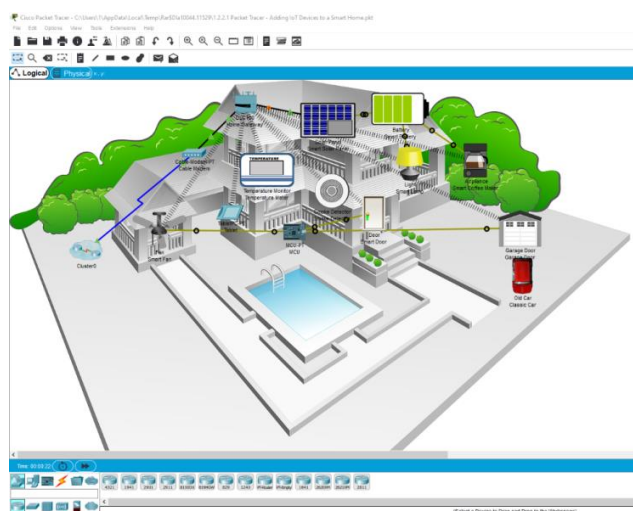


Рис. 3. Имитационная модель «Умный дом» в программе «CISCO»

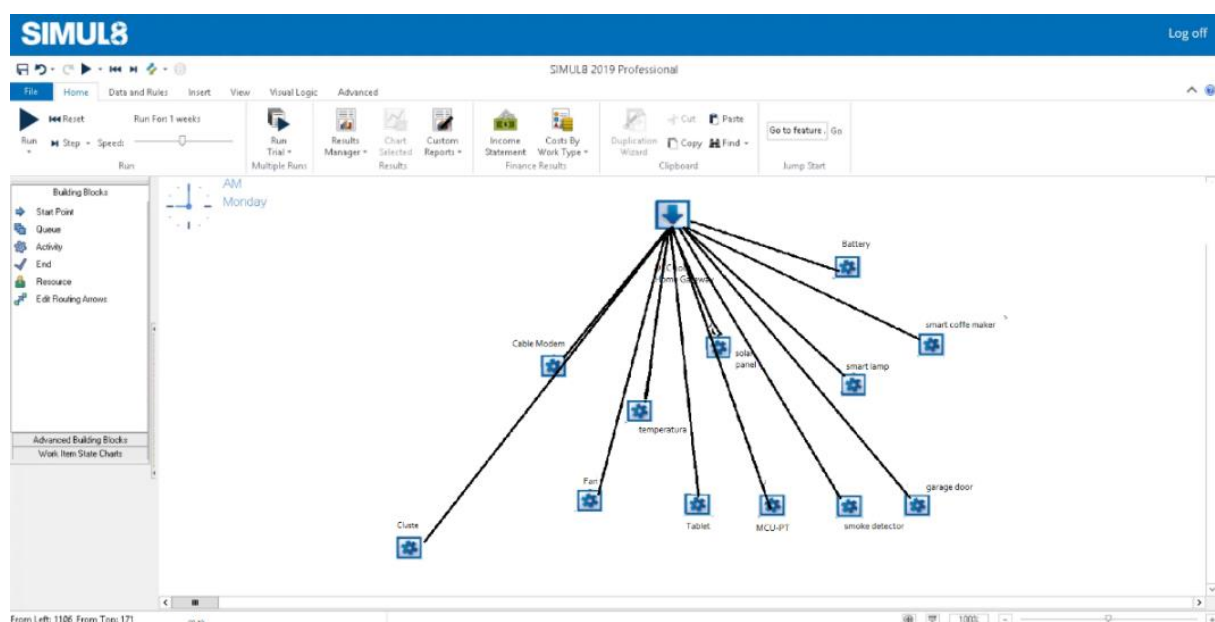


Рис. 4. Имитационная модель «Умный дом» в программе «Simul8»

Таким образом, на основании проведенного эксперимента мы можем сказать, что построение имитационных моделей в программе Simul8 является наиболее эффективным с учетом временного хронометража, но, если рассматривать программу с наибольшим функционалом, возможностью построения графиков и способностью внесения изменений в программный код, что добавляет функциональности программе, тут стоит отдать предпочтение программному продукту от компании AnyLogic.

4. Заключение

В рамках данной работы было проведено исследование современных программных платформ, предназначенных для моделирования беспроводных сенсорных сетей (БСС), с акцентом на их применимость при проектировании систем управления «Умного дома». Рассмотрены ключевые аспекты развития цифровых технологий и «Интернета вещей» (IoT), обусловивших актуальность разработки экономичных, отказоустойчивых и масштабируемых систем сбора и передачи данных.

Анализ показал, что моделирование БСС является важным этапом на пути к созданию надежных и эффективных систем. Использование имитационных моделей позволяет оценить такие параметры, как энергоэффективность, задержка передачи данных, надежность и масштабируемость, без необходимости создания дорогостоящих физических прототипов.

Выбор программной платформы зависит от целей исследования, уровня подготовки пользователя и требований к моделируемой системе. Дальнейшие исследования могут быть направлены на практическое применение одной из выбранных платформ для реализации конкретного сценария системы «Умного дома» с последующей оценкой ее производительности и оптимизации.

Список использованных источников

1. Аникеева, А. Е. Беспроводные сенсорные сети / А. Е. Аникеева, М. Е. Аникеева. – М. : Информационные технологии и когнитивная электросвязь. – 2022. – С. 152 – 159.
2. Баринев, О. В. Анализ программного обеспечения для имитационного моделирования компьютерных сетей / О. В. Баринев. – М. : Инновации в науке и практике, 2018. – С. 96 – 102.
3. Габов, А. В. Цифровые платформы / А. В. Габов. – М. : Вестник, 2021. – С. 13 – 82.
4. Карпунин, А. А. Понятие и основные характеристики технологических платформ в России / А. А. Карпунин. – М. : Вестник, 2018. – С. 188 – 192.
5. Рязанова, А. А. Цифровые платформы: интегративный потенциал, основные понятия и свойства / А. А. Рязанова. – М. : Вестник, 2020. – С. 26 – 36.

6. Киселева, Е. А. Обзор программных средств для обучения специалистов в области сетевых технологий / Е. А. Киселева. – М. : Постулат, 2020. – С. 20.
7. Алгоритмическое проектирование беспроводных сенсорных сетей / К. А. Муравьев, И. О. Алябьев, Д. С. Синютина, А. И. Шушуев. – М. : Надежность и качество, 2020. – С. 122 – 134.
8. Муравьев, К. А. Цифровая платформа, как новое правовое явление / К. А. Муравьев, А. В. Габов. – М. : Вестник, 2022. – С. 46 – 50.
9. Ордабаева, Г. Проектирование и моделирование виртуальной локальной сети с использованием CISCO Packet Tracer / Г. Ордабаева, Г. И. Джсупбекова. – М. : Вестник Нан Рк, 2019. – С. 6 – 14.
10. Романов, С. Ф. Исследование беспроводных сенсорных сетей / С. Ф. Романов, Н. В. Илехметкин. – 2023. – С. 53 – 57.
11. Стрельников, И. А. Методические рекомендации. Изучение протоколов маршрутизации сети в CISCO packet tracer / И. А. Стрельников. – 2018. – 503 с.
12. Тарасова, Е. А. Сравнительный анализ средств моделирования локальных вычислительных сетей / Е. А. Тарасова. – 2017. – С. 708 – 715
13. Татарникова, Т. М. Алгоритм энергоэффективного взаимодействия узлов беспроводной сенсорной сети / Т. М. Татарникова, Ф. Бимбетов, Е. В. Горина. – 2020. – С. 55 – 61.
14. Якимов, И. М. Имитационное моделирование компьютерной сети в системе CISCO packet tracer / И. М. Якимов, А. П. Кирпичников, К. Д. Валова. – М. : Вестник, 2019. – С. 145 – 149.
15. Sivagaminathan, V. Dynamic Communication Protocol modelling for Intrusion traces using CISCO Packet Tracer integration with Wireshark / V. Sivagaminathan, M. Sharma. – М. : Design Engineering, 2021. – P. 4583 – 4599.
16. Тарасова, Е. А. Сравнительный анализ средств моделирования локальных вычислительных сетей / Е. А. Тарасова // Форум молодых ученых. – 2017. – № 10(14). – С. 708 – 715.
17. Киселева, Е. А. Обзор программных средств для обучения специалистов в области сетевых технологий / Е. А. Киселева // Постулат. – 2020. – № 8(58). – С. 20.
18. Имитационное моделирование компьютерной сети в системе Cisco Packet Tracer / И. М. Якимов, А. П. Кирпичников, К. Д. Валова, В. Н. Анишкина // Вестник Технологического университета. – 2019. – Т. 22, № 8. – С. 145 – 149.
19. Construction of Cisco Virtual Lab Platform / Zh. Gang, Y. Jian, He. Xiaomin, Zh. Qinling // International Journal of Education and Management Engineering. – 2011. – P. 47 – 52.
20. Sivagaminathan, V. Dynamic Communication Protocol modelling for Intrusion traces using CISCO Packet Tracer integration with Wireshark / V. Sivagaminathan, M. Sharma // Design Engineering. – 2021. – P. 4583 – 4599.

МОДЕЛИ ОПИСАНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИМПУЛЬСНЫХ УСТРОЙСТВ В СИСТЕМЕ «СТРУЯ-БД»

Аннотация. На примере микроструйного измерителя расхода, построенного на основе семикаскадного генератора, разработаны модели описания передаточных характеристик импульсных устройств в специализированной программной системе СТРУЯ-БД [1, 2]. В целях расширения класса решаемых задач в системе СТРУЯ-БД получены экспериментальные передаточные характеристики и аналитические соотношения, устанавливающие функциональную зависимость между дифференциальным давлением и частотой выходного сигнала семикаскадного генератора для гелия и углекислого газа.

Ключевые слова: микроструйный генератор, расходомер, передаточные характеристики, аналитическая зависимость, специализированное приложение.

1. Введение

Микроструйные устройства, известные своей прочностью и устойчивостью к неблагоприятным факторам, таким как радиация и низкие температуры, широко используются в таких отраслях, как авиация, атомная энергетика и др. Способность создавать резервные источники питания, предотвращающие аварии, вызванные электронными сбоями, делает их особенно ценными. Работа этих устройств основана на прецизионном контроле взаимодействия потоков газа или жидкости.

Данное исследование посвящено семикаскадному микроструйному генератору, который является важным элементом для создания различных микроструйных систем. Подробное изучение его характеристик необходимо для разработки и расчета параметров устройств, которыми он управляет.

В настоящей работе проведены экспериментальные исследования передаточных характеристик микроструйного генератора с использованием различных рабочих веществ, а также получены их аналитические модели для последующей доработки специализированного приложения (СП) для автоматизации определения характеристик.

2. Результаты работы

Семикаскадный микроструйный генератор является первичным преобразователем расхода. С его помощью происходит преобразование величины объема газа, прошедшего через расходомер за единицу времени, в частоту пневматических импульсов на выходе генератора. [3, 4]. На базе данного объекта исследования была разработана принципиальная схема стенда (рис. 1).

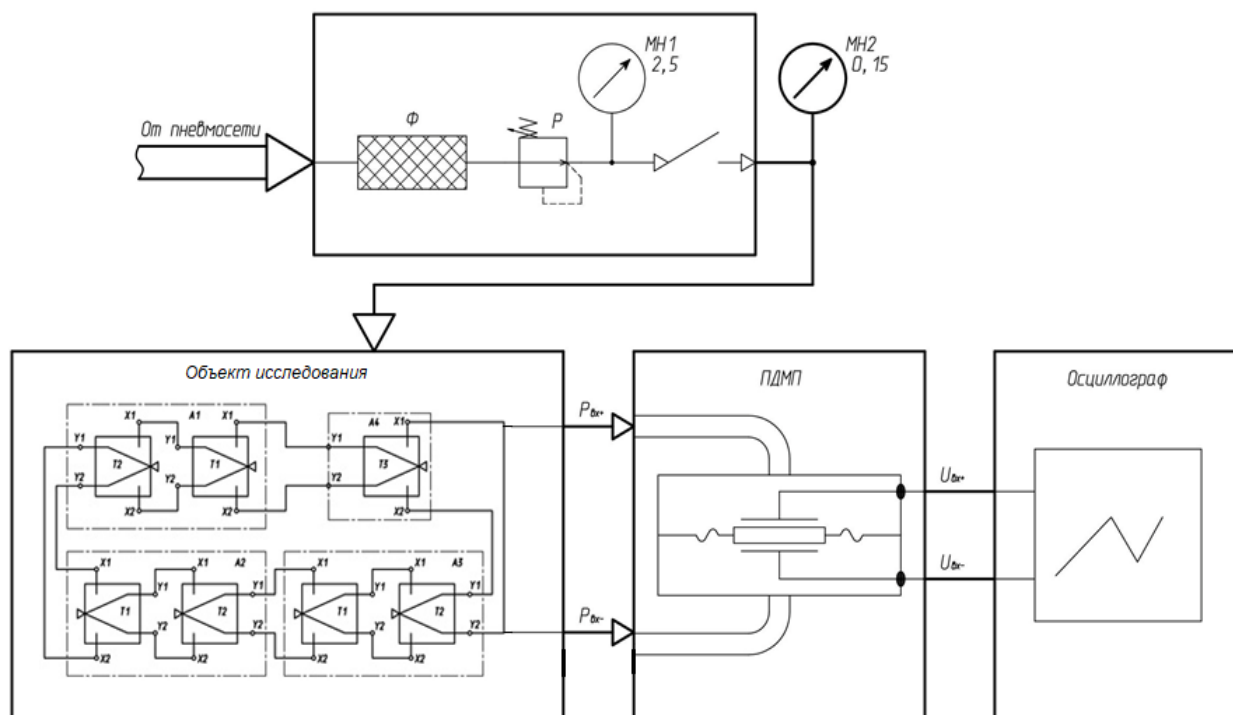


Рис. 1. Структурная схема научно-исследовательского стенда

После разработки принципиальной схемы был собран стенд, который включает в себя источник питания, манометр, сам объект исследования, пьезоэлектрический преобразователь мембранного типа и осциллограф. На рисунке 2 представлен внешний вид стенда.



Рис. 2. Научно-исследовательский стенд

С помощью научно-исследовательского стенда были получены частотные характеристики для двух рабочих веществ: двуокиси углерода и гелия. Далее полученные данные были обработаны в Excel, в результате чего были получены экспериментальные зависимости частоты генератора от перепада давления. На рисунке 3 представлены экспериментальные зависимости генератора при использовании углекислого газа и гелия, а также продемонстрировано сравнение полученных характеристик с характеристиками работы генератора с использованием воздуха.

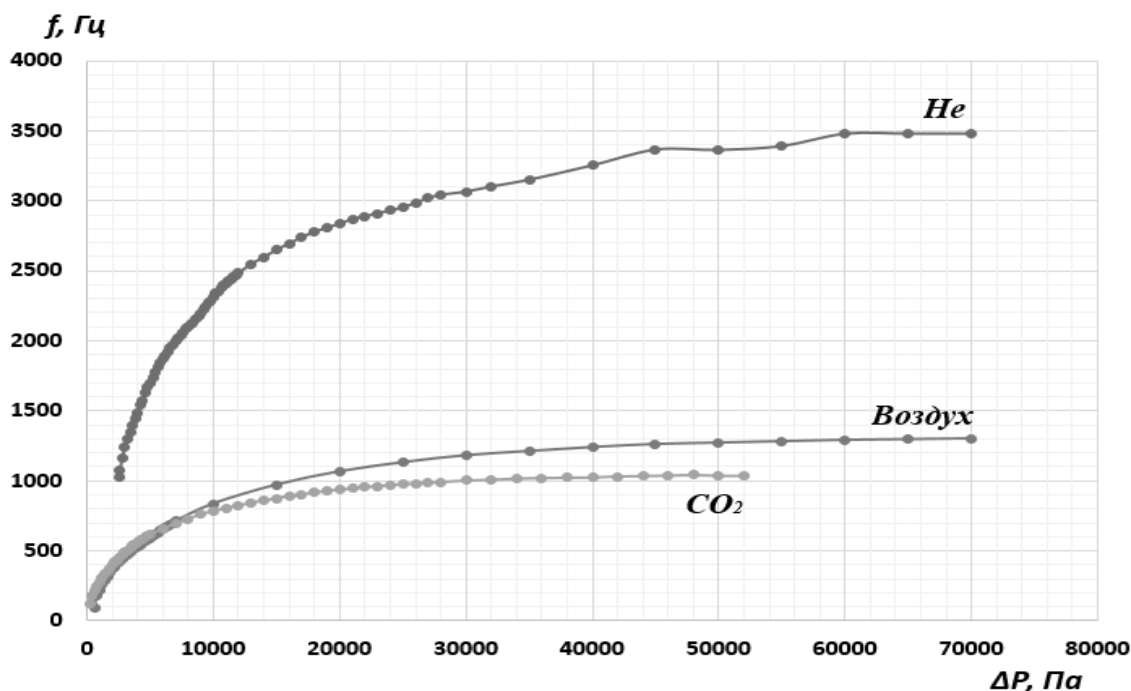


Рис. 3. Экспериментальные зависимости частоты выходного сигнала от перепада давления для воздуха, двуокиси углерода и гелия

По данной экспериментальной зависимости видно, что частота выходного сигнала зависит от плотности. Так как плотность гелия меньше плотности воздуха, то диапазон частот для данного рабочего вещества больше, чем для воздуха. Плотность углекислого газа больше плотности воздуха, поэтому его диапазон выходных частот меньше, чем у воздуха.

На основе полученной аналитической модели воздуха (1) были получены аналитические зависимости частотного выходного сигнала от перепада воздуха для углекислого газа и гелия

$$f = f_{max} \left(1 - \frac{e^{-\frac{\Delta P}{\Delta P_a}} + e^{-\frac{\Delta P}{\Delta P_b}}}{2} \right), \quad (1)$$

где f – частота выходного сигнала, Гц; f_{max} – максимальная частота, Гц; ΔP – перепад давления для определенной точки, Па; ΔP_a – перепад давления в точке a , Па; ΔP_b – перепад давления в точке b , Па.

На рисунке 4 продемонстрированы экспериментальные и расчетные зависимости частоты от перепада давления для двуокиси углерода.

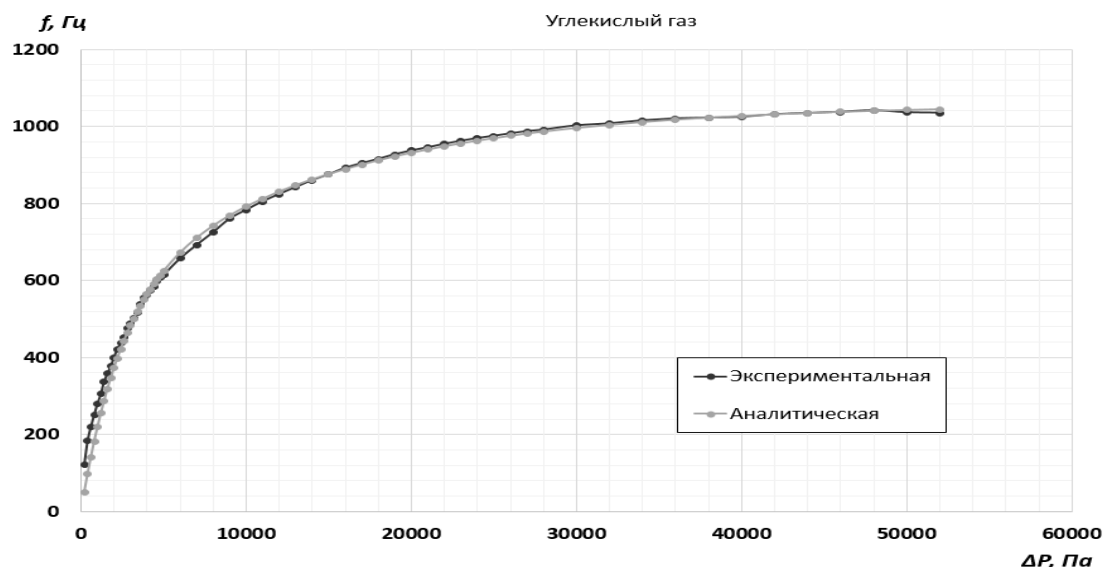


Рис. 4. Экспериментальная и расчетная зависимость частоты выходного сигнала от перепада давления для углекислого газа

По результатам построения аналитической зависимости для двуокиси углерода были выявлены следующие зависимости для определения коэффициентов ΔP_a и ΔP_b из формулы (1)

$$\Delta P_a(\text{CO}_2) = \frac{\Delta P_a(\text{возд.})\rho(\text{возд.})}{\rho(\text{CO}_2)} ; \Delta P_b(\text{CO}_2) = \frac{\Delta P_b(\text{возд.})\rho(\text{возд.})}{\rho(\text{CO}_2)}.$$

На рисунке 5 продемонстрированы экспериментальные и расчетные зависимости частоты от перепада давления для гелия.

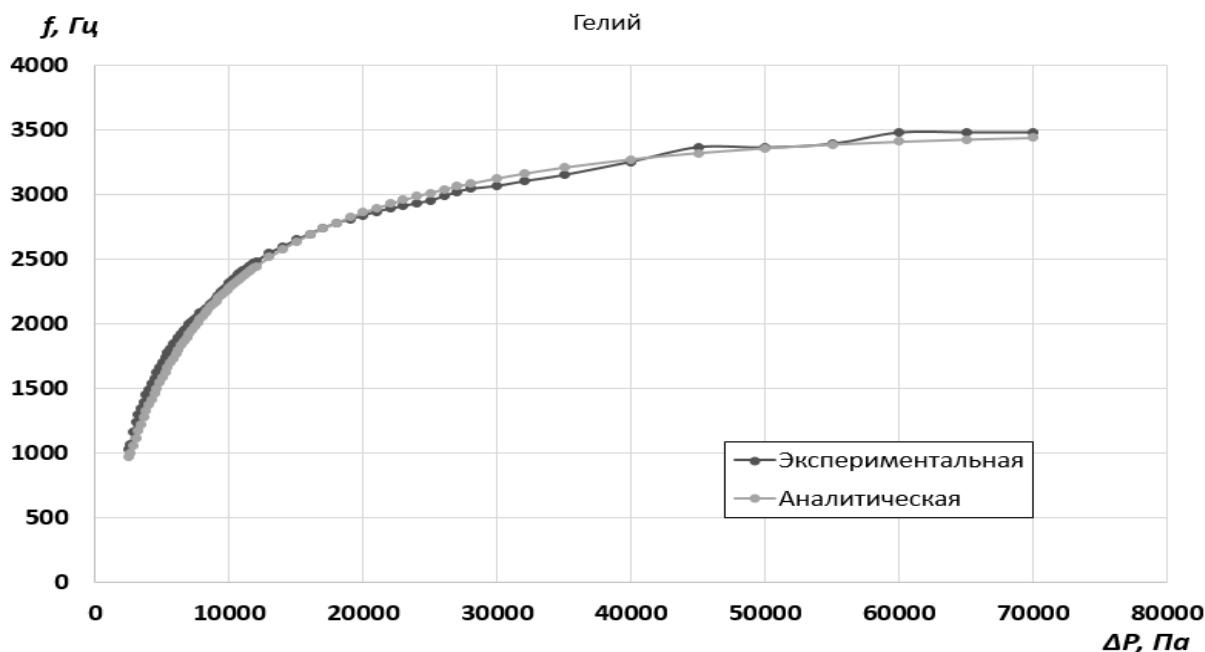


Рис. 5. Экспериментальная и расчетная зависимость частоты выходного сигнала от перепада давления для гелия

По результатам построения аналитической зависимости для гелия были выявлены следующие зависимости для определения коэффициентов ΔP_a и ΔP_b из формулы (1):

$$\Delta P_a(He) = \Delta P_a(\text{возд.}); \Delta P_b(He) = \Delta P_b(\text{возд.}).$$

По результатам проделанной работы была разработана модель описания передаточных характеристик по давлению, которая включает в себя 7 модулей, продемонстрированных на рис. 6.

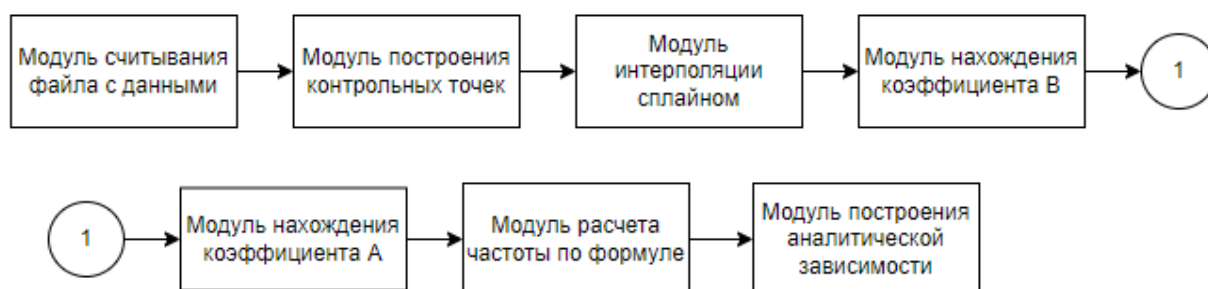


Рис. 6. Модель описания передаточных характеристик по давлению

Помимо полученной модели описания по давлению, была разработана модель описания передаточных характеристик по расходу, включающая в себя 6 модулей, которые можно увидеть на рис. 7.

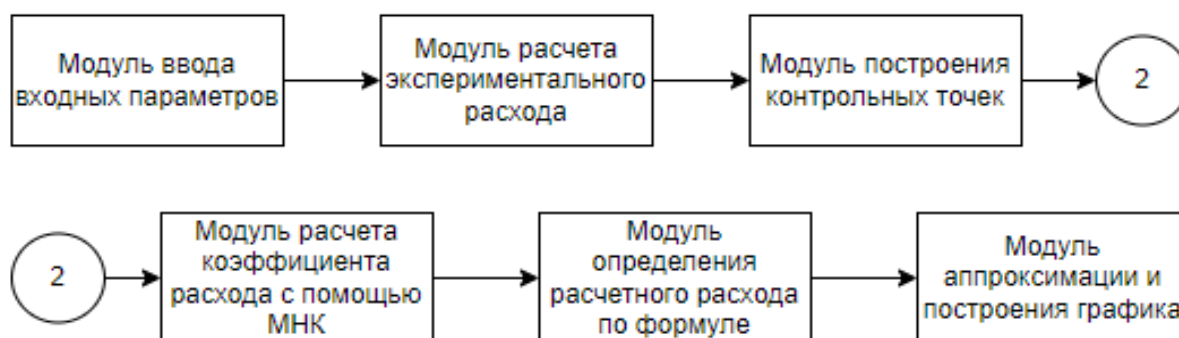


Рис. 7. Модель описания передаточных характеристик по расходу

На основе полученных моделей описания передаточных характеристик, был доработан алгоритм работы программного средства для автоматизированного определения характеристик устройств «СТРУЯ-БД». На рисунке 8 представлен алгоритм работы приложения.

На основе аналитической зависимости (1) и доработанного алгоритма был разработан интерфейс СП и добавлена возможность автоматизированного определения передаточных характеристик микроструйных устройств. Для получения передаточных характеристик необходимо внести файл с получен-

ными экспериментальными данными, далее происходит расчет аналитической зависимости по формуле (1), после чего происходит построение экспериментальной и аналитической зависимости. На рисунке 9 представлен интерфейс приложения.

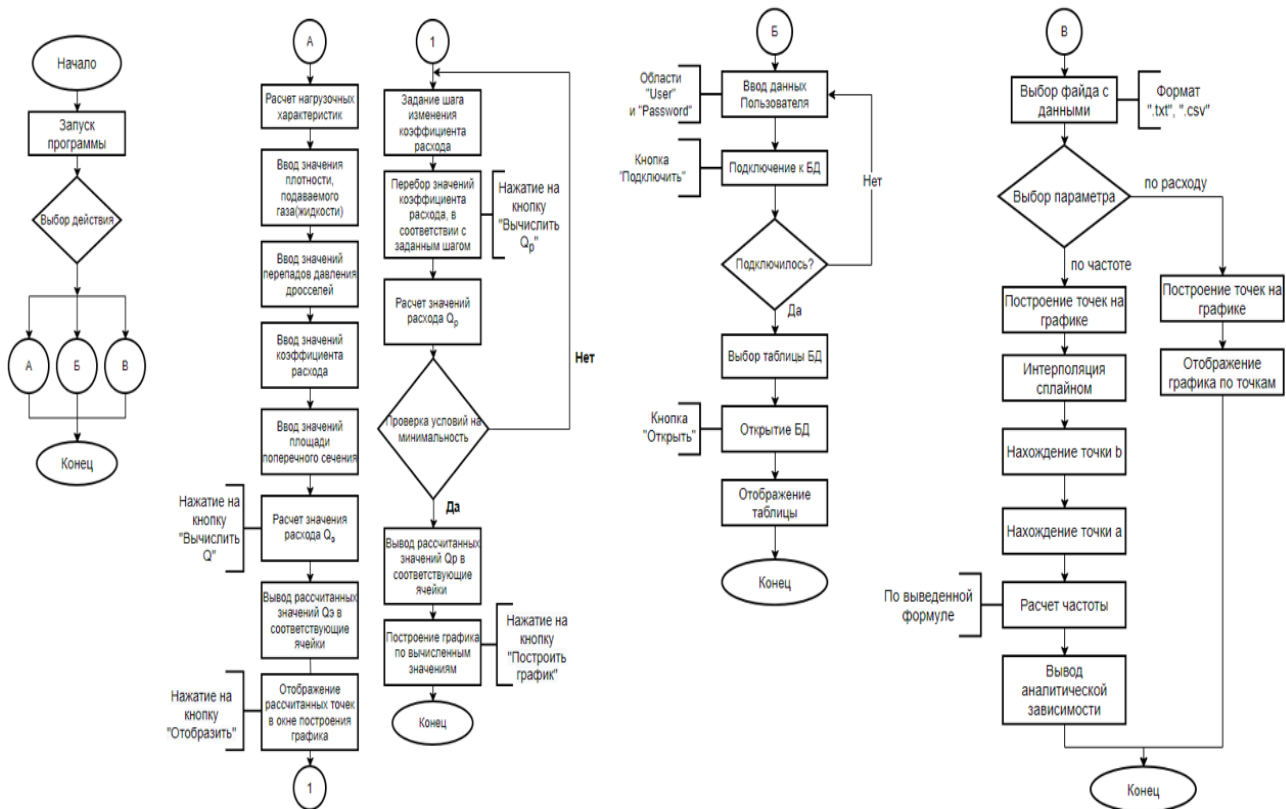


Рис. 8. Алгоритм работы ПО

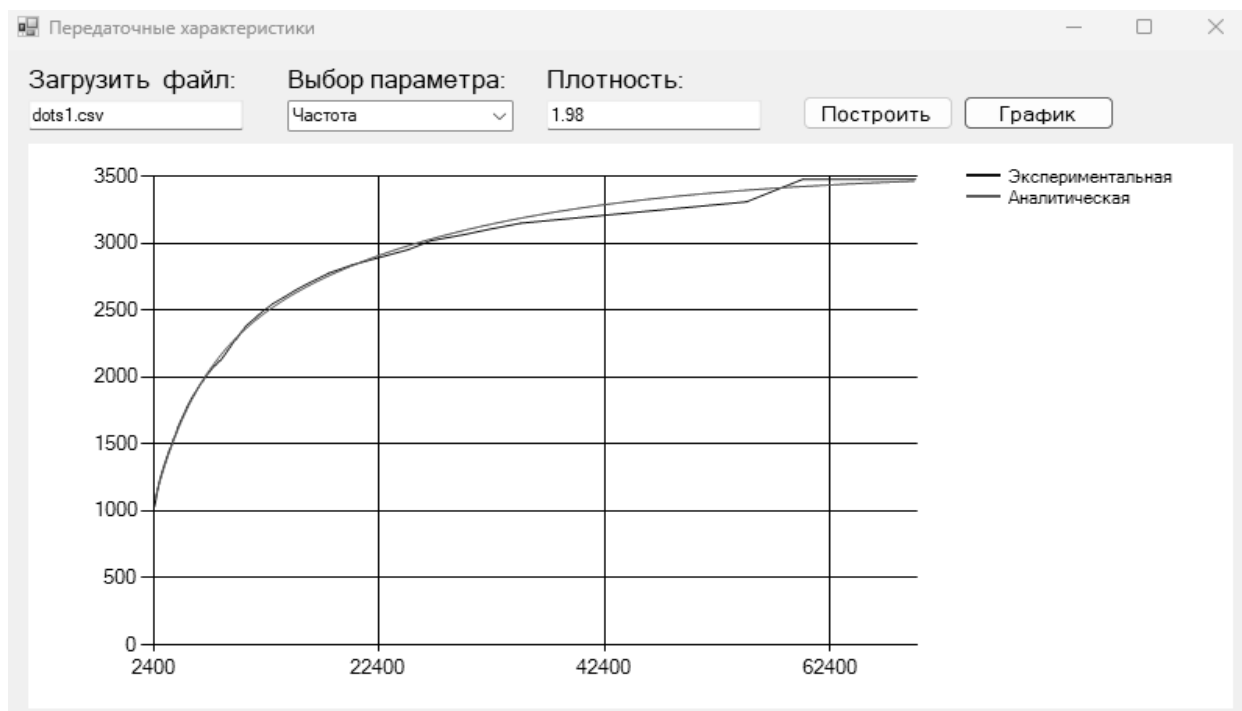


Рис. 9. Интерфейс СП

3. Заключение

По результатам проведенной работы были получены следующие результаты: проведен эксперимент для определения передаточных характеристик с различными газами (двуокись углерода и гелий), обработаны экспериментальные данные, получены экспериментальные и аналитические зависимости частоты от перепада давления, а также проведено сравнение полученных результатов с ранее полученными данными, с использованием воздуха. На основании полученных в ходе эксперимента данных был доработан алгоритм СП с добавлением возможности автоматизированного определения передаточных характеристик микроструйных устройств.

Список использованных источников

1. Мамонтова, А. А. Разработка инструментальных средств для экспериментального исследования основных функциональных характеристик семикаскадного микроструйного генератора / А. А. Мамонтова // Управление большими системами : тр. 19 Всерос. школы-конф. молодых ученых (УБС'2023, Воронеж). – Воронеж : ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2023. – С. 334 – 339.
2. Мамонтова, А. А. Development of Tools for Experimental Research of Main Functional Characteristics of Seven-stage Microfluidic Generator / А. А. Мамонтова // Proceedings of 7th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT 2023). – Astrakhan, Russian Federation : IEEE, 2023. – С. 10347094 (1 – 3).
3. Мамонтова, А. А. Расчетные модели микроструйного измерителя расхода газа / А. А. Мамонтова // Управление большими системами : тр. 20 Всерос. школы-конф. молодых ученых (УБС'2024, Новочеркасск). – Новочеркасск : Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М. И. Платова, 2024. – Т. 1. – С. 366 – 371.
4. Балабанов, А. В. Calculation models of microfluidic gas flow meter / А. В. Балабанов, А. А. Мамонтова // Proceedings of 8th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT 2024). – Vladikavkaz, Russian Federation : IEEE, 2024. – С. 10874901 (1 – 4).

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ МИКРОКЛИМАТОМ В ПОМЕЩЕНИЯХ

Аннотация. Работа посвящена разработке автоматизированной системы управления микроклиматом в помещениях на базе программируемых логических контроллеров. Цель работы – создание надежной и энергоэффективной системы вентиляции, обеспечивающей автоматическое поддержание нормативных параметров температуры и влажности. Рассмотрены этапы проектирования, разработаны функциональные и электрические схемы, проведен анализ оборудования.

Ключевые слова: системы, автоматизация, управление, качество жизни, здоровье, среда обитания.

1. Введение

Современное техническое оснащение зданий и промышленных объектов невозможно представить без надежных и функциональных систем вентиляции. В частности, в помещениях, где размещено чувствительное оборудование – таких как серверные комнаты, лаборатории, помещения телекоммуникационного или силового назначения – обеспечение стабильного микроклимата приобретает не просто вспомогательное, а критически важное значение. Несоблюдение установленных нормативов может привести к выходу из строя дорогостоящих систем, сбоям в работе автоматических комплексов, либо нарушению санитарных и противопожарных требований. Основной целью работы является разработка эффективной, надежной и экономически обоснованной системы автоматического управления вентиляцией, соответствующей требованиям санитарных норм, технических регламентов и стандартов по электробезопасности. Актуальность работы обусловлена необходимостью внедрения современных подходов к проектированию вентиляции в условиях цифровизации, автоматизации и ужесточения нормативных требований. Результаты могут быть использованы в реальных проектах при модернизации существующих вентиляционных систем или проектировании новых объектов.

2. Приточно-вытяжные установки

Приточно-вытяжная установка (ПВУ) обеспечивает циркуляцию воздуха в помещении, поддерживая комфортный микроклимат. Она забирает свежий воздух с улицы, очищает его, подогревает или охлаждает, а затем подает внутрь. Одновременно отработанный воздух удаляется, устраняя избыток CO₂, влаги и запахов.

В отличие от простой вытяжной вентиляции, ПВУ не только удаляет воздух, но и подает свежий. Система состоит из вентиляторов, воздуховодов и управляющего оборудования. Ее можно дополнить калориферами, охладителями, увлажнителями и фильтрами для улучшения качества воздуха [1].

Типы приточно-вытяжных систем:

1) естественная – работает за счет разницы температур и давления. простая и дешевая, но зависит от погоды;

2) механическая – использует вентиляторы и автоматику, обеспечивая стабильный воздухообмен. Дороже, но эффективнее;

3) гибридная – сочетает естественную и механическую вентиляцию, автоматически переключаясь между ними;

4) с рекуперацией тепла – экономит энергию, подогревая приточный воздух за счет вытяжного;

5) децентрализованная – компактные модули для отдельных помещений без воздуховодов.

Математические модели процессов приточно-вытяжной вентиляции разработаны в центре интеллектуальной цифровой электроэнергетики ИПУ РАН [2, 3].

ПВУ применяют в офисах, жилых домах, на производствах и в общественных зданиях, где важен контроль микроклимата [4].

3. Основные результаты. Разработка схем

Разработана принципиальная технологическая схема вентиляции, отражающая ключевые этапы обработки воздуха: забор, фильтрацию, охлаждение или подогрев, увлажнение и подачу в помещения через регулируемые заслонки. Система также предусматривает удаление отработанного воздуха с сохранением баланса притока и вытяжки.

На основе технологической схемы создана функциональная схема автоматизации, в которой все элементы системы – вентиляторы, заслонки, охладители, увлажнители – управляются с помощью программируемого логического контроллера (ПЛК). Контроллер получает данные от датчиков температуры, влажности и давления, обрабатывает их в реальном времени и формирует управляющие сигналы на исполнительные механизмы.

Такой подход позволил реализовать адаптивное управление микроклиматом: параметры воздуха автоматически корректируются в зависимости от текущих условий и требований помещений. Это обеспечивает поддержание заданных значений температуры и влажности, повышает комфорт и повышает надежность эксплуатации системы в целом [5].

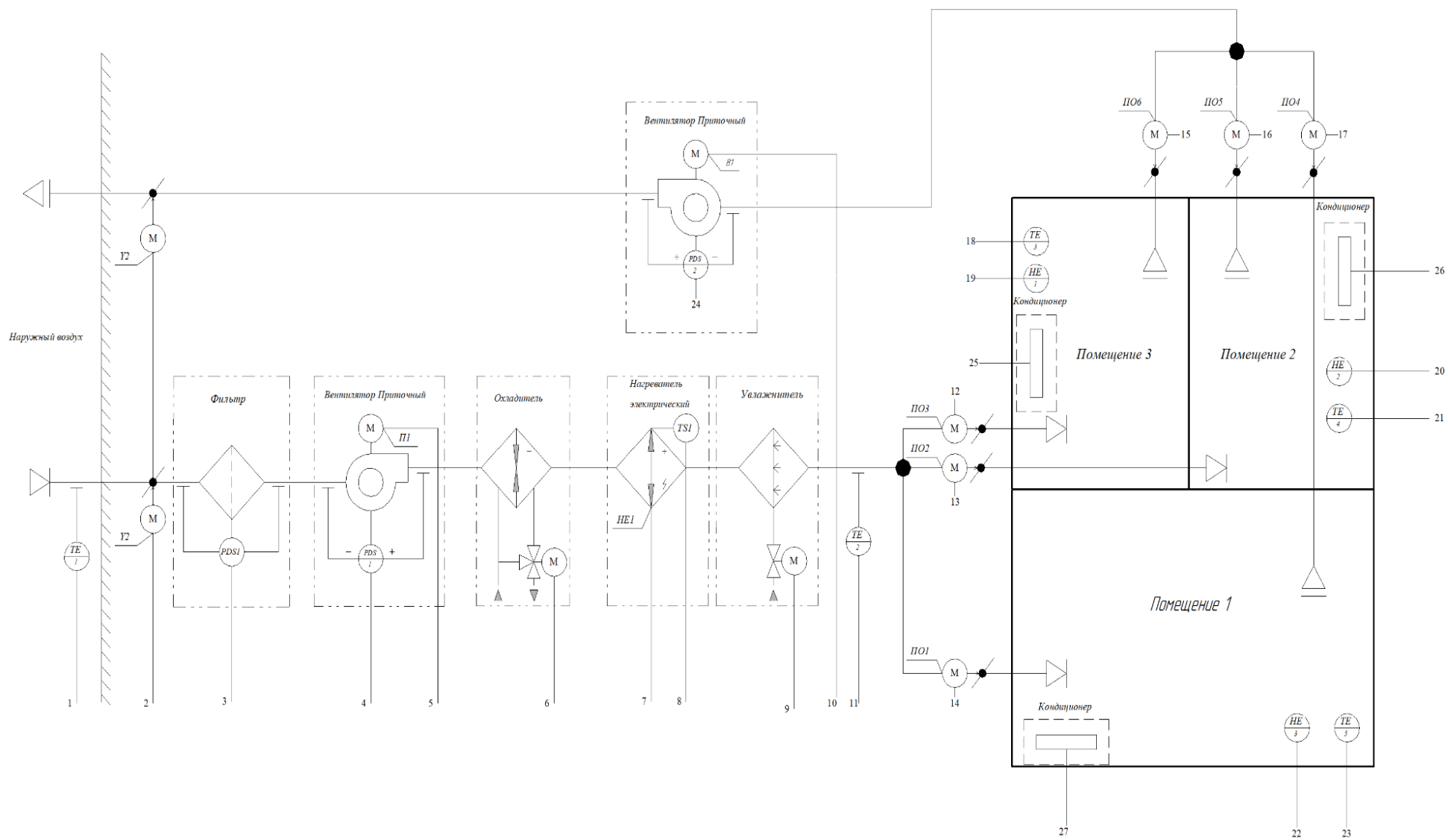


Рис. 1. Функциональна схема автоматизации

Выбор технических средств автоматизации

В ходе работы был проведен анализ следующих технических средств автоматизации:

1. Рассмотрены датчики температуры: Siemens QAA2010, Danfoss ETS 3000 и Honeywell T6615.

1. Сравнение технических характеристик датчиков температуры

Характеристика	Siemens QAA2010	Danfoss ETS 3000 [6]	Honeywell T6615
Диапазон измерений	От 0 до +50 °С	От –20 до +50 °С	От –40 до +85 °С
Точность	±0,5 °С	±0,3 °С	±0,2 °С
Защита корпуса (IP)	IP40	IP30	IP65
Монтаж	Настенный/ воздуховод	Настенный	Настенный/ воздуховод
Время отклика	10...15 с	15...20 с	15...20 с
Габариты	Компактные	Средние	Крупные
Срок службы	10 + лет	8 – 10 лет	7 – 10 лет

В результате анализа был выбран Siemens QAA2010 – пассивный термисторный датчик, оптимальный для HVAC-систем, обеспечивающий точность ±0,5 °С и высокую надежность.

2. Рассмотрены датчики влажности: Siemens QFM2171, Testo 605-H1 и Vaisala HMT120.

2. Сравнение технических характеристик датчиков влажности

Характеристика	Siemens QFM2171	Testo 605-H1	Vaisala HMT120
Диапазон измерений	0...100%	0...100%	0...100%
Точность	±2%	±3%	±1,5%
Входной сигнал	0...10 В (2 канала)	Нет (только дисплей)	0...10 В/4...20 мА
Монтаж	Настенный/ воздуховод	Настенный	Настенный/ воздуховод
Время отклика	30 с	60 с	60 с
Питание	13,5...35 В DC	Батарейки AAA	12...35 В DC
Срок службы	10 + лет	5 – 7 лет	7 – 8 лет

В результате анализа был выбран Siemens QFM2171 – комбинированный датчик относительной влажности с аналоговым выходом 0...10 В, точность ±2 %, пригоден для установки в воздуховоды [7].

3. Рассмотрены электроприводы приточных и вытяжных заслонок: Belimo LM230-4, Siemens GCA161.1E и Honeywell MCE-240.

3. Сравнение технических характеристик электроприводов

Характеристика	Belimo LM230-4	Siemens GCA161.1E	Honeywell MCE-240
Время хода	150 с	150 с	180 с
Управление	0-10В/2-10В	Дискретное	Дискретное
Обратная связь	Есть	Нет	Нет
Защита корпуса (IP)	IP54	IP42	IP42
Защита от перегрузки	Да	Да	Нет
Самодиагностика	Да	Нет	Нет
Срок службы	80 000 циклов	50 000 циклов	45 000 циклов

В результате анализа был выбран Belimo LM230-4 – аналоговый электропривод с управлением 0-10В, наличием обратной связи и сроком службы 80 000 циклов.

4. Рассмотрены программируемые логические контроллеры: ОВЕН ПЛК160, Mitsubishi FX и Siemens SIMATIC S7-1200.

4. Сравнение технических характеристик ПЛК

Характеристика	Mitsubishi FX3U-16MR-ES	Siemens SIMATIC S7-1200	ОВЕН ПЛК160
Скорость обработки	0,065 мкс/команду	1...5 мс (цикл)	~10 мс (цикл)
Дискретные входы	16 (24V DC)	6 (24V DC)	8 (24V DC)
Релейные входы	16 (2A/250V AC)	4 (2A/230V AC)	8 (5A/230V AC)
Расширяемость	До 256 I/O	Нет	Нет
Защита корпуса (IP)	IP20	IP20	IP20
Срок службы	10 + лет	7 – 10 лет	5 – 7 лет

В результате анализа был выбран Mitsubishi FX3U-16MR-ES – ПЛК с большим количеством входов, высокой скоростью обработки и сроком службы [8].

Выбор осуществлялся с учетом точности измерений, диапазонов работы, электробезопасности, а также совместимости с ПЛК и элементами системы вентиляции.

Принципиальная электрическая схема

В рамках рабочего проектирования разработана принципиальная электрическая схема, реализующая полный цикл обработки и распределения воздуха. На входе системы установлен датчик температуры наружного воздуха, сигнал с которого используется для активации охладителя, нагревателя и задания рабочих режимов.

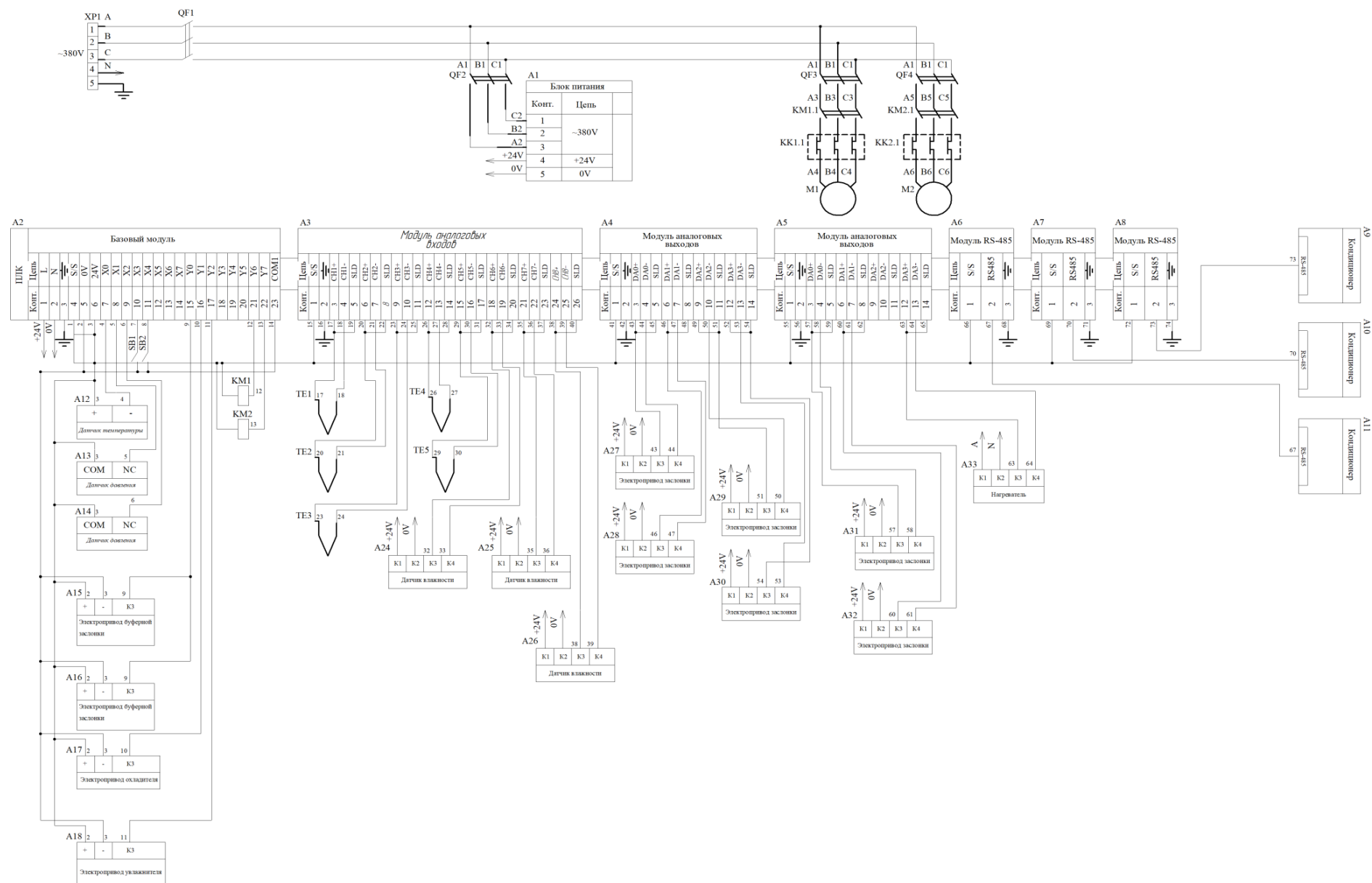


Рис. 2. Принципиальная электрическая схема

Контроллер управляет буферной заслонкой, предотвращающей несанкционированный доступ воздуха при остановке системы. Фильтр с контролем перепада давления обеспечивает своевременную диагностику загрязнения. Приточный и вытяжной вентиляторы, а также элементы климатической обработки (нагреватель, охладитель, увлажнитель) управляются через ПЛК по дискретным и аналоговым сигналам [9].

Сигналы от датчиков температуры и влажности в помещениях поступают в контроллер, где сравниваются с уставками. В ответ формируются команды для заслонок и кондиционеров, позволяя точно регулировать микроклимат по зонам. Вся система синхронизирована и реализует баланс притока и вытяжки, обеспечивая устойчивую и энергоэффективную работу.

4. Заключение

В работе была разработана и описана автоматизированная система управления микроклиматом на базе ПЛК, обеспечивающая стабильные параметры температуры и влажности в центре интеллектуальной цифровой электроэнергетики ИПУ РАН. Разработанные схемы вентиляции и автоматизации соответствуют нормативным требованиям и позволяют гибко адаптироваться к изменениям внешней среды и внутренней загрузки помещений.

Предложенные решения отличаются надежностью, энергоэффективностью и возможностью интеграции в существующую цифровую инфраструктуру зданий. Практическая применимость разработанной системы управления приточно-вытяжной вентиляцией подтверждается ее универсальностью для различных типов объектов – от офисных центров до лабораторий и серверных помещений.

Список использованных источников

1. Калугин, Н. П. Проектирование систем вентиляции и отопления / Н. П. Калугин. – СПб. Лань, 2020.
2. Пащенко, А. Ф. Microclimate Monitoring System Design for the Smart Grid Analysis and Constructive Parameters Estimation / А. Ф. Пащенко, Ю. М. Рассадин // IFAC-PapersOnLine. – М. : Elsevier, 2022. – V. 55, Is. 9. – P. 479 – 484.
3. Работы и проекты Центра интеллектуальной электроэнергетики ИПУ РАН / А. Ф. Пащенко, Н. И. Базенков, И. В. Петров и др. // Датчики и системы. – 2024. – № 2(274). – С. 3 – 11.
4. Абрамов, А. И. Кондиционирование воздуха в зданиях и сооружениях / А. И. Абрамов. – М. : АСВ, 2020.
5. ГОСТ 21.408–2013. Автоматизация. Рабочая документация.
6. Каталог Danfoss HVAC. – 2023.
7. Каталог Siemens HVAC Automation. – 2024.
8. PromElectrica. Каталог программируемых логических контроллеров и промышленного оборудования.
9. ГОСТ 2.701–2008. Единая система конструкторской документации. Схемы. Виды и типы. Общие требования к выполнению. – М. : Стандартинформ, 2008.

ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫЙ ПОДХОД К ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОМУ ИНФОРМАЦИОННОМУ ВЗАИМОДЕЙСТВИЮ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СИСТЕМАХ ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ

Аннотация. Рассматривается централизованный подход к организации маршрутизации в беспроводных сенсорных системах с высокой плотностью размещения устройств. Предложен алгоритм, использующий геометрию размещения сенсоров и теорему косинусов для построения маршрутов с минимальными энергетическими затратами. Проведено сравнение с классическими методами и подтверждена эффективность предложенного решения. Представлены результаты экспериментальной апробации.

Ключевые слова: сенсорная система, энергоэффективность, выбор маршрута, алгоритм.

1. Введение

Современный этап цифровой трансформации экономики характеризуется стремительным ростом объемов данных, генерируемых в реальном времени, в том числе за счет широкого внедрения сенсорных систем. Эти системы становятся основой таких технологических направлений, как «Интернет вещей» (IoT), киберфизические системы, цифровые двойники и интеллектуальные инфраструктуры. Одной из ключевых задач, обеспечивающих устойчивую эксплуатацию сенсорных систем, является энергоэффективная передача данных в условиях ограниченных ресурсов – как энергетических, так и вычислительных.

Особую актуальность эта задача приобретает в беспроводных сенсорных системах высокой плотности, где число устройств на единицу площади достигает значительных значений. В таких условиях традиционные протоколы маршрутизации, построенные на децентрализованной логике обмена служебными сообщениями между сенсорными узлами, становятся неэффективными. Рост служебного трафика приводит к резкому увеличению энергопотребления, снижению срока службы устройств и ухудшению общей стабильности системы. Это создает объективную необходимость перехода к централизованным архитектурам, в которых маршруты формируются не узлами самостоятельно, а Центром управления и обработки информации (ЦУиОИ), располагающим полной информацией о топологии, состоянии каналов связи и уровне заряда батарей.

Централизованный подход позволяет не только оптимизировать выбор маршрутов по критерию минимального энергопотребления, но и учитывать пространственную структуру размещения устройств, физические модели рас-

пространения радиосигнала, допустимое число ретрансляций и ограничения по времени доставки информации. Более того, централизованная маршрутизация открывает возможности применения эвристических и геометрических стратегий, снижающих вычислительную сложность по сравнению с классическими алгоритмами полного перебора.

В данной работе основное внимание уделено разработке и исследованию централизованного алгоритма маршрутизации, использующего геометрические принципы – в частности, теорему косинусов – для выбора энергоэффективных маршрутов с ограниченным числом переприемов. Предложенный алгоритм ориентирован на применение в условиях плотных и сверхплотных сенсорных систем, где требуется снизить энергозатраты без существенного увеличения вычислительной нагрузки на узлы. Алгоритм использует пространственно-секторное разбиение маршрута, позволяющее локализовать область поиска кандидатов на ретрансляцию и учесть не только расстояния между устройствами, но и угловые характеристики их размещения.

Целью настоящего исследования является повышение энергоэффективности информационного взаимодействия в беспроводных сенсорных системах за счет внедрения централизованного алгоритма маршрутизации с геометрическим критерием выбора пути.

Результаты работы могут быть использованы при проектировании энергоэффективных IoT-систем, в том числе в сферах мониторинга, автоматизации, управления городской инфраструктурой и агропромышленными объектами.

2. Материалы и методы

Предлагаемый алгоритм относится к классу эмпирико-эвристических и ориентирован на централизованное построение маршрутов с ограниченным числом переприемов. Принцип работы заключается в геометрическом разбиении маршрута от источника до ЦУиОИ на секторы, в каждом из которых выбирается оптимальный ретранслятор.

На первом этапе прямое направление от устройства-источника данных к ЦУиОИ длиной L разобьем на секторы круга. Такое деление на секторы отражает свойства антенн сенсорных устройств, ориентированных в направлении ЦУиОИ. Каждый выделенный базовый сектор характеризуется центральным углом θ_k и радиусом R_k ($k = \overline{1, K}$, K – число базовых секторов) и содержит две опорные точки: нижнюю (начальную, передающую данные) и верхнюю (конечную, принимающую данные). Секторы сопрягаются таким образом, чтобы верхняя опорная точка предыдущего базового сектора одновременно являлась нижней опорной точкой последующего базового сектора. Нижняя точка первого базового сектора ($k = 1$) соответствует устройству-источнику данных, а верхняя точка последнего базового сектора ($k = K$) – координатору. Все промежуточные опорные точки ($k = 2, \dots, K - 1$) соответствуют устрой-

ствам-ретрансляторам. Геометрические свойства секторов, зависящие от базовых углов и радиусов, выбираются таким образом, чтобы именно в них умещались все устройства системы, ретрансляция через которые ведет к сокращению энергии, потребляемой при передаче данных. Для этого центральный угол k -го сектора θ_k должен удовлетворять условию $\theta_k < 90^\circ$, так как экономия энергии достигается только при ретрансляции через устройства, образующие тупые углы с прямой, соединяющей узел-источник данных с координатором [1].

При выборе радиуса k -го сектора R_k ($k = \overline{1, K}$) надо учитывать расстояние L от устройства-источника данных до координатора и число отрезков K , на которое делится это дистанция. С учетом длины отрезка, которая равна $\frac{L}{K}$, для поиска R_k : сначала отметим такую точку на прямой, которая удалена от узла-источника на расстояние $k \frac{L}{K}$; затем назначим верхней опорной точкой такое устройство сенсорной системы, которое расположено в k -м секторе и наиболее близко расположено к отмеченной точке на прямой. Радиус R_k равен расстоянию от нижней опорной точки сектора до назначенной верхней опорной точки. В результате реализации такой процедуры радиусы R_k секторов могут отличаться друг от друга [2, 3].

На втором этапе алгоритма происходит непосредственно построение маршрута. В первую очередь, необходимо установить текущую точку как устройство-источник, затем построить начальный маршрут из K базовых секторов. Для каждого сектора выбрать устройство-ретранслятор с максимальным тупым углом α (минимальным $\cos \alpha$). Если текущая точка маршрута совпадает с координатором – завершить алгоритм. Иначе перейти к следующему этапу.

Третий этап необходим для итеративного уточнения маршрута. Для текущего сектора нужно выбрать устройство ретранслятор и обновить опорные точки. Повторить процесс для следующего сектора. Убедиться, что все углы в маршруте соответствуют критерию оптимальности $\cos \alpha < 0$ (тупой угол). При необходимости адаптировать размеры секторов. Повторять шаги этапа 2, пока маршрут не достигнет ЦУиОИ.

Алгоритм может быть реализован и в один этап. Разделение его на несколько этапов становится целесообразным при неравномерном распределении сенсорных устройств в зоне охвата, при котором количество устройств в некоторых выделяемых секторах существенно отличается от количества устройств в других секторах [4].

Разработанный алгоритм реализован в виде программного модуля в составе имитационной модели на платформе AnyLogic с использованием Java. Для верификации применялись сценарии с плотностью размещения от 1 до 5 устройств на m^2 , числом ретрансляций от 2 до 6 и различными моделями распространения сигнала [5].

Сравнение с классическими методами показало, что предлагаемый алгоритм позволяет находить решения, близкие к оптимальным, при значительно меньших временных и вычислительных затратах.

3. Заключение

В настоящей работе рассмотрен централизованный подход к организации энергоэффективного информационного взаимодействия в беспроводных сенсорных системах высокой плотности. Проведенный анализ показал, что децентрализованные протоколы маршрутизации, основанные на обмене служебными сообщениями между узлами, становятся неэффективными при увеличении плотности размещения устройств и росте объема трафика. В таких условиях возрастает энергетическая нагрузка на устройства, снижается их автономность и стабильность функционирования всей системы.

Разработанный в рамках исследования централизованный эмпирико-эвристический алгоритм маршрутизации позволяет учитывать геометрию размещения устройств, параметры среды распространения сигнала, остаточный заряд батарей и ограничения по времени доставки данных. Основой алгоритма служит разбиение маршрута на пространственные сектора и выбор оптимальных ретрансляторов с применением теоремы косинусов. Такой подход позволяет минимизировать энергетические затраты на передачу данных, обеспечивая при этом адаптивность к изменяющейся топологии системы.

Проведенные имитационные эксперименты подтвердили, что алгоритм обеспечивает существенное снижение энергопотребления (до 30%) по сравнению с классическими методами. Его эффективность особенно проявляется в условиях сверхплотных сенсорных систем. Также продемонстрировано, что предложенное решение требует на порядок меньших вычислительных затрат, чем традиционные алгоритмы типа Дейкстры, что делает его применимым в энергоограниченных и ресурсоограниченных средах.

Список использованных источников

1. Критерий выбора оптимального маршрута передачи сообщения в беспроводных сенсорных сетях / Т. Н. Астахова, Д. А. Кирилова, М. О. Колбанев и др. // Телекоммуникации. – 2020. – № 7. – С. 6 – 12.
2. Разработка алгоритма маршрутизации для беспроводной сенсорной сети / Т. Н. Астахова, Д. А. Кирилова, М. О. Колбанев, Н. С. Маслов // Телекоммуникации. – 2023. – № 4. – С. 30 – 38.
3. Энергоэффективный алгоритм выбора маршрута передачи данных в беспроводных сенсорных сетях высокой плотности / Т. Н. Астахова, М. О. Колбанев, А. С. Лямин и др. // Труды учебных заведений связи. – 2024. – Т. 10, № 4. – С. 100–109.

4. Маслова, Д. А. Разработка алгоритма информационного взаимодействия в сенсорных системах и модель оценки вычислительной сложности / Д. А. Маслова // International Journal of Open Information Technologies. – 2024. – Т. 12, № 11. – С. 58 – 62.

5. Имитационная модель выбора оптимального маршрута / Д. А. Маслова, Т. Н. Астахова, М. В. Денисова, А. А. Бердникова // International Journal of Open Information Technologies. – 2025. – Т. 13, № 4. – С. 49 – 62.

УДК 621.391

Н. С. Маслов

Нижегородский государственный инженерно-экономический университет

Княгинино, Россия

e-mail: j-knaginino@yandex.ru

РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ БЕСПРОВОДНОЙ СЕНСОРНОЙ СЕТИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТИЗАЦИИ С УЧЕТОМ ЭНЕРГОЗАТРАТ

Аннотация. Представлена разработка имитационной модели беспроводной сенсорной сети в целях оптимизации маршрутизации данных с учетом энергозатрат узлов. Построенная модель позволяет оценивать влияние различных алгоритмов маршрутизации на общее энергопотребление сети и ее срок службы. Полученные данные могут быть использованы для повышения энергоэффективности беспроводных сенсорных сетей в различных прикладных задачах мониторинга.

Ключевые слова: беспроводная сенсорная сеть, маршрутизация, энергосбережение, имитационное моделирование.

1. Введение

Беспроводные сенсорные сети (БСС) представляют собой совокупность пространственно распределенных автономных узлов, предназначенных для сбора, передачи и анализа данных о параметрах окружающей среды. Такие сети находят широкое применение в мониторинге сельскохозяйственных и промышленных объектов, в системах безопасности, «Умных» домах и городах, в задачах военного и экологического назначения [1, 2].

Внедрение сенсорных сетей в сложные и труднодоступные среды требует особого внимания к вопросам энергопотребления. Основным источником энергозатрат в БСС является передача данных между узлами, особенно в условиях многохоповой маршрутизации. Ограниченность ресурсов питания узлов, особенно в условиях автономной работы, обуславливает необходимость разработки энергосберегающих протоколов и моделей, позволяющих продлить срок службы всей сети [3, 4].

Наиболее эффективным подходом к анализу поведения БСС на этапе проектирования является имитационное моделирование, позволяющее изучать различные конфигурации сети, алгоритмы маршрутизации и сценарии обмена данными без необходимости натурных испытаний [5]. Современные программные средства имитационного моделирования позволяют реализовать мультипарадигменный подход – объединение дискретно-событийного, агентного и системно-динамического моделирования, что значительно расширяет возможности анализа сложных сетевых структур [6].

В рамках настоящего исследования разработана имитационная модель беспроводной сенсорной сети, ориентированная на оценку и оптимизацию маршрутов передачи данных с учетом энергопотребления. Предложенная модель позволяет проводить численные эксперименты, сравнивать различные алгоритмы маршрутизации и выбирать оптимальные конфигурации сети. Практическая значимость работы заключается в возможности использования модели для предварительного анализа проектируемых сенсорных сетей, в том числе в условиях сельскохозяйственного мониторинга.

Имитационная модель беспроводной сенсорной сети разработана с использованием среды AnyLogic, поддерживающей мультипарадигменный подход к моделированию. Такая платформа позволяет объединить дискретно-событийное моделирование, агентное поведение объектов и системную динамику, что обеспечивает высокую степень реалистичности при воспроизведении процессов обмена данными в БСС [7].

В имитационной модели каждый сенсорный узел представлен как автономный агент, обладающий следующими характеристиками:

- уникальным идентификатором;
- координатами на плоскости;
- уровнем остаточной энергии;
- радиусом действия;
- таблицей маршрутов.

Кроме сенсоров, в модели присутствует центральная базовая станция, выступающая в качестве получателя информации, и визуализатор, отображающий структуру сети и динамику передачи пакетов.

Генерация узлов осуществляется с использованием различных типов распределений: равномерного, нормального, пуассоновского. Это позволяет исследовать поведение сети при различных условиях плотности и распределения сенсоров на заданной территории [8].

Пакеты генерируются с заданной периодичностью. Каждому пакету сопоставляется маршрут, по которому он должен следовать. При передаче данных учитывается расстояние между узлами, на основе которого вычисляется энергопотребление в соответствии с формулой.

В модели реализованы три алгоритма маршрутизации, различающиеся по принципу построения маршрута от сенсора к базовой станции:

1. Модифицированный алгоритм Дейкстры. Алгоритм строит маршрут по кратчайшему расстоянию, но с учетом остаточной энергии узлов и энергозатрат на каждом участке. Вес ребра в графе соответствует предполагаемой энергии, необходимой для передачи данных между узлами. Алгоритм выполняется в начале каждого сеанса передачи и может быть повторно запущен при изменении топологии сети или значительном снижении энергии узлов [9].

2. Матричный алгоритм. Метод основан на предварительном расчете всех возможных маршрутов от каждого сенсора к базовой станции. Энергозатраты вычисляются для каждого варианта, после чего выбирается путь с минимальной суммой затрат. Алгоритм требует высокой вычислительной мощности, но обеспечивает высокую точность оценки маршрута при фиксированной топологии [10].

3. Косинусный алгоритм (угловая маршрутизация). Представляет собой эвристический подход, в котором выбор следующего узла осуществляется на основе минимального угла между вектором «текущий узел–следующий узел» и вектором «текущий узел–базовая станция». Такой метод позволяет приблизить маршрут к прямой линии, что особенно эффективно при равномерном распределении узлов [11].

Каждому передающему событию сопоставляется расчет энергии на основе радиомодели, где энергозатраты увеличиваются квадратично с расстоянием. При достижении порога минимальной энергии узел становится неактивным, и маршруты перерасчитываются с учетом доступных агентов.

2. Заключение

В ходе выполненного исследования была разработана имитационная модель беспроводной сенсорной сети, предназначенная для оценки и оптимизации маршрутизации данных с учетом энергопотребления узлов. Модель построена с использованием мультипарадигменного подхода в среде AnyLogic, что позволило объединить дискретно-событийное и агентное моделирование процессов передачи данных.

В рамках моделирования были реализованы и подверглись сравнению различные алгоритмы маршрутизации, в том числе разработанный энергосберегающий алгоритм, учитывающий остаточную энергию узлов и затраты на передачу данных. Проведенные численные эксперименты подтвердили, что предложенный алгоритм обеспечивает снижение суммарных энергозатрат сети и увеличение срока ее функционирования по сравнению с классическими подходами.

Результаты моделирования показали, что применение разработанного алгоритма позволяет сократить энергопотребление сети на 23% по сравнению

с алгоритмом Дейкстры и на 17% по сравнению с косинусным методом маршрутизации. Также достигнуто увеличение количества успешно доставленных пакетов и увеличение срока службы сети.

Практическая значимость выполненной работы заключается в возможности использования разработанной модели на этапе проектирования сенсорных сетей для выбора наиболее эффективных методов маршрутизации и прогнозирования времени жизни сети в различных условиях эксплуатации.

Список использованных источников

1. Терентьев, М. Н. Метод функционирования систем мониторинга параметров объектов с изменяемой конфигурацией на базе дискретных беспроводных сенсорных сетей : дис. канд. техн. наук / М. Н. Терентьев. – 2010. – № 05.13.
2. Датчик [Электронный ресурс] // Большая Российская энциклопедия. – URL : <https://bigenc.ru/c/datchik-e48b54> (дата обращения: 18.10.2024).
3. Скуснов, А. ZigBee: обзор беспроводной технологии / А. Скуснов // Компоненты и Технологии. – 2005. – № 47. – С. 60 – 65.
4. Садченков, Д. Технологии Bluetooth / Д. Садченков // Компоненты и Технологии. – 2001. – № 10. – С. 12 – 17.
5. Пролетарский, А. В. Технологии современных беспроводных сетей Wi-Fi / А. В. Пролетарский, Е. А. Смирнова, Е. В. Ромашкина. – М. : МГТУ, 2017. – 180 с.
6. Выдрин, Д. Ф. Основные параметры беспроводной технологии LoRaWAN / Д. Ф. Выдрин, Д. Р. Ситдилов // Academy. – 2019. – № 2(41). – С. 8 – 15.
7. Капустин, С. В. Система оценки энергоэффективности синхронизированного доступа в имитационной модели беспроводной сенсорной сети / С. В. Капустин, Р. Ф. Халабия // Современная наука и инновации. – 2020. – № 1. – С. 36 – 40.
8. Mosorov, V. Analysis of a new model of low energy Adaptive Clustering Hierarchy protocol in the wireless sensor network / V. Mosorov, S. Biedron, T. Panskyi // ВЕЖПТ. – 2015. – № 9(77). – С. 54 – 59.
9. Никольский, И. М. Исследование влияния продолжительности фазы сна на энергопотребление цепочки сенсоров / И. М. Никольский // Вестник Томского государственного университета. – 2020. – № 52. – С. 45 – 51.
10. Духанов, А. В. Имитационное моделирование сложных систем : курс лекций / А. В. Духанов, О. Н. Медведева. – Владимир : ВлГУ, 2010. – 250 с.

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ВЕРТОЛЕТОМ В РЕЖИМЕ ПОСАДКИ НА ПЛОЩАДКУ

Аннотация. Статья посвящена разработке алгоритма управления одновинтовым вертолетом для обеспечения точной и устойчивой посадки на площадку в условиях внешних возмущений. Предлагается подход, основанный на линеаризации динамической модели вертолета методом обратной связи и последующем разделении системы на независимые подсистемы.

Ключевые слова: вертолет, линеаризация, задача регулирования, нелинейное управление, блочное управление.

1. Введение

Управление вертолетом в режиме посадки представляет собой сложную задачу автоматического управления. Высокая степень нелинейности динамики, наличие внешних возмущений, а также необходимость одновременной стабилизации высоты, пространственного положения и ориентации требуют разработки эффективных алгоритмов. Точность и устойчивость приземления являются критически важными для любых летательных аппаратов, в том числе для рассматриваемой модели вертолета.

Целью статьи является представление алгоритма, обеспечивающего асимптотическую устойчивость ошибки управления, получение явных выражений для управляющих воздействий и демонстрация работоспособности представленного алгоритма.

2. Постановка задачи

Рассматривается механическая модель одновинтового вертолета с рулевым винтом на основе двух электродвигателей:

$$\begin{cases} \dot{r} = Rv \\ m\dot{v} = -mS(\omega_B)v - mgR^T e_3 + \Theta f_1 \omega_M^2 e_3 + f_2 \omega_S^2 e_2 + R^T F^e \\ \omega_B = \Gamma \dot{\gamma}_B \\ J\dot{\omega}_B = -S(\omega_B)J\omega_B + M_{F_T} + M_{F_S} - M_M - M_S + M^e \end{cases}, \quad (1)$$

где r – вектор положения вертолета; v – вектор квазискорости; γ_B – вектор углового положения вертолета; ω_B – вектор угловой квазискорости; m – масса вертолета; g – ускорение свободного падения; R – матрица поворота из по-

движной системы координат в неподвижную; $S(\omega_B)$ – матрица оператора векторного произведения на вектор угловой квазискорости; e_i – i -й базисный вектор; Θ – матрица поворота диска основного винта; ω_M – скорость вращения основного винта; ω_S – скорость вращения рулевого винта; J – тензор инерции вертолета; Γ – матрица перехода от производных углов Эйлера к угловым квазискоростям; F^e – вектор внешних сил; M^e – вектор внешних моментов; M_{F_T} – момент, создаваемый силой тяги основного винта; M_{F_S} – момент, создаваемый силой рулевого винта; $M_M = -k_M^{(1)}\omega_M - k_M^{(2)}\omega_M^2$ – момент сопротивления несущего винта; $M_S = -k_S^{(1)}\omega_S - k_S^{(2)}\omega_S^2$ – момент сопротивления рулевого винта.

Ставится задача синтеза алгоритма управления, обеспечивающего посадку вертолета с заданной высоты с заданным углом рыскания ψ_B^* , т.е.

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} z &= 0; \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_B &= 0; \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_B &= 0; \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\psi_B - \psi_B^*) &= 0.\end{aligned}\tag{2}$$

В качестве переменных управления рассматриваются угловые скорости винтов вертолета ω_M и ω_S , а также углы наклона диска основного винта α , β .

Считается, что переменные состояния вертолета являются измеряемыми. Для решения поставленной задачи предлагается метод, основанный на линеаризации обратной связи.

3. Линеаризация системы и замена переменных управления

Введем новые переменные управления:

$$\begin{cases} u_{11} = \frac{f_1}{m} \omega_M^2 \sin \beta, \\ u_{12} = -\frac{f_1}{m} \omega_M^2 \sin \alpha \sin \beta, \\ u_{13} = \frac{f_1}{m} \omega_M^2 \cos \alpha \cos \beta, \\ u_{22} = \frac{f_2}{m} \omega_S^2, \end{cases} \quad \begin{cases} v_{11} = f_1 h_M \omega_M^2 \sin \alpha, \\ v_{12} = f_1 h_M \omega_M^2 \sin \beta, \\ v_{13} = -k_M^{(1)} \omega_M - k_M^{(2)} \omega_M^2, \\ v_{23} = h_S f_2 \omega_S^2. \end{cases}\tag{3}$$

Рассмотрим вид линеаризованной системы (1) с введенными переменными управления, разбитой на две подсистемы:

$$\begin{cases} \dot{x} = \cos \psi_B^* v_x - \sin \psi_B^* v_y, \\ \dot{y} = \sin \psi_B^* v_x + \cos \psi_B^* v_y, \\ \dot{z} = v_z, \\ \dot{v}_x = \cos \psi_B^* F_x^e + \sin \psi_B^* F_y^e + u_{11}, \\ \dot{v}_y = -\sin \psi_B^* F_x^e + \cos \psi_B^* F_y^e + u_{12} + u_{22}, \\ \dot{v}_z = -g + \frac{F_z^e}{m} + u_{13}; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dot{\phi}_B = \omega_{Bx}, \\ \dot{\theta}_B = \omega_{By}, \\ \dot{\varepsilon} = \omega_{Bz}, \\ \dot{\omega}_{Bx} = J^{xx}(v_{11} + M_x^e) + J^{xz}(v_{13} + v_{23} + M_z^e), \\ \dot{\omega}_{By} = J^{yy}(v_{12} + M_y^e), \\ \dot{\omega}_{Bz} = J^{zx}(v_{11} + M_x^e) + J^{zz}(v_{13} + v_{23} + M_z^e), \end{cases} \quad (5)$$

где J^{ij} – элементы матрицы, обратной тензору инерции вертолета; $\varepsilon = \psi_B - \psi_B^*$ – введенная переменная ошибки управления. Матрица тензора инерции имеет представленный выше вид исходя из симметрии вертолета относительно плоскости OXZ . В рассматриваемой линеаризованной системе пренебрегается влияние рулевого винта на угол тангажа.

Введенные переменные управления (3) можно сгруппировать:

$$\begin{cases} \tilde{u}_1 = u_{11}, \\ \tilde{u}_2 = u_{12} + u_2, \\ \tilde{u}_3 = u_{13}, \\ v_1 = v_{11}, \\ v_2 = v_{12}, \\ v_3 = v_{13} + v_{23}. \end{cases} \quad (6)$$

Наконец, можно сделать невырожденную замену переменных управления (6):

$$\begin{cases} \tilde{v}_1 = J^{xx}v_1 + J^{xz}v_3, \\ \tilde{v}_2 = J^{yy}v_2, \\ \tilde{v}_3 = J^{zx}v_1 + J^{zz}v_3. \end{cases} \quad (7)$$

Замена (7) является невырожденной из невырожденности тензора инерции. С учетом (7) линеаризованные подсистемы (4) и (5) примут вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = \cos \psi_B^* v_x - \sin \psi_B^* v_y, \\ \dot{y} = \sin \psi_B^* v_x + \cos \psi_B^* v_y, \\ \dot{z} = v_z, \\ \dot{v}_x = \cos \psi_B^* F_x^e + \sin \psi_B^* F_y^e + \tilde{u}_1, \\ \dot{v}_y = -\sin \psi_B^* F_x^e + \cos \psi_B^* F_y^e + \tilde{u}_2, \\ \dot{v}_z = -g + \frac{F_z^e}{m} + \tilde{u}_3, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{\phi}_B = \omega_{Bx}, \\ \dot{\vartheta}_B = \omega_{By}, \\ \dot{\varepsilon} = \omega_{Bz}, \\ \dot{\omega}_{Bx} = \tilde{v}_1 + J^{xx} M_x^e + J^{xz} M_z^e, \\ \dot{\omega}_{By} = \tilde{v}_2 + J^{yy} M_y^e, \\ \dot{\omega}_{Bz} = \tilde{v}_3 + J^{zx} M_x^e + J^{zz} M_z^e. \end{array} \right. \quad (8)$$

4. Синтез алгоритма управления

В системе (8) поставленную задачу можно решать отдельно для подсистем высоты, крена, тангажа и рыскания вертолета. Каждая из этих подсистем находится в своей канонической форме, поэтому соответствующим выбором коэффициентов регулирования в каждой из них можно синтезировать алгоритм управления, обеспечивающий (2)

$$\begin{aligned} \tilde{u}_3 &= g - \frac{F_z^e}{m} + k_z^{(1)} z + k_z^{(2)} v_z, \\ \tilde{v}_1 &= -J^{xx} M_x^e - J^{xz} M_z^e + k_\phi^{(1)} \phi_B + k_\phi^{(2)} \omega_{Bx}^2, \\ \tilde{v}_2 &= -J^{yy} M_y^e + k_\vartheta^{(1)} \vartheta_B + k_\vartheta^{(2)} \omega_{By}^2, \\ \tilde{v}_3 &= -J^{zx} M_x^e - J^{zz} M_z^e + k_\psi^{(1)} \psi_B + k_\psi^{(2)} \omega_{Bz}^2. \end{aligned} \quad (9)$$

После выбора управлений (9) необходимо перейти обратно к переменным ω_M , ω_S , α , β . Так как переменные (6) можно получить из переменных (9) путем невырожденной линейной замены переменных, выразим из системы (6) необходимые переменные управления, считая, что левая часть известна. Подставляя (3) в (6), получаем систему нелинейных уравнений относительно ω_M , ω_S , α , β :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{f_1}{m} \omega_M^2 \cos \alpha \cos \beta = \tilde{u}_3, \\ f_1 h_M \omega_M^2 \sin \alpha = v_1, \\ f_1 h_M \omega_M^2 \sin \beta = v_2, \\ h_S f_2 \omega_S^2 - k_M^{(1)} \omega_M - k_M^{(2)} \omega_M^2 = v_3. \end{array} \right. \quad (10)$$

Обозначим:

$$\frac{m u_3}{m} = \bar{u}_3, \quad \frac{v_1}{f_1 h_M} = \bar{v}_1, \quad \frac{v_2}{f_1 h_M} = \bar{v}_2. \quad (11)$$

С учетом (11) систему (10) можно привести к виду

$$\begin{cases} \omega_M^2 \sqrt{1 - \frac{\bar{v}_1}{\omega_M^2}} \sqrt{1 - \frac{\bar{v}_2}{\omega_M^2}} = \bar{u}_3, \\ \sin \alpha = \frac{\bar{v}_1}{\omega_M^2}, \\ \sin \beta = \frac{\bar{v}_2}{\omega_M^2}, \\ \omega_S^2 = \frac{v_3 + k_M^{(1)} \omega_M + k_M^{(2)} \omega_M^2}{h_S f_2}. \end{cases} \quad (12)$$

В системе (12) переменные ω_S , α , β выражаются через ω_M , который можно найти из первого уравнения системы. Для этого возведем обе части уравнения в квадрат и умножим на ω_M^2 :

$$(\omega_M^4 - \bar{v}_1^2)(\omega_M^4 - \bar{v}_2^2) = \bar{u}_3^2 \omega_M^4, \quad (13)$$

Упрощая,

$$\omega_M^8 + \omega_M^4(-\bar{v}_1^2 - \bar{v}_2^2 - \bar{u}_3^2) + \bar{v}_1 \bar{v}_2 = 0. \quad (14)$$

Данное уравнение является квадратным относительно ω_M^4 , его решение существует, когда $\bar{u}_3^4 + \bar{v}_1^4 + \bar{v}_2^4 + 2(\bar{v}_1^2 \bar{u}_3^2 + \bar{v}_2^2 \bar{u}_3^2) \geq 2\bar{v}_1^2 \bar{v}_2^2$. Решение уравнения:

$$\omega_M^4 = \frac{\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2 + \bar{u}_3^2 \pm \sqrt{(\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2 + \bar{u}_3^2) - 4\bar{v}_1 \bar{v}_2}}{2}. \quad (15)$$

Поскольку выражение справа всегда положительно, оставляем только один корень. Выражение для ω_M :

$$\omega_M = \sqrt[4]{\frac{\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2 + \bar{u}_3^2 + \sqrt{(\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2 + \bar{u}_3^2) - 4\bar{v}_1 \bar{v}_2}}{2}}. \quad (16)$$

Условие $\bar{u}_3^4 + \bar{v}_1^4 + \bar{v}_2^4 + 2(\bar{v}_1^2 \bar{u}_3^2 + \bar{v}_2^2 \bar{u}_3^2) \geq 2\bar{v}_1^2 \bar{v}_2^2$ выполняется, когда $\bar{u}_3^2 \geq \frac{\max(\bar{v}_1^2, \bar{v}_2^2)}{2}$, и дает естественные ограничения на возможные значения углов α , β .

5. Результаты численного моделирования

Численное моделирование было проведено в среде Matlab-Simulink с использованием следующих параметров моделирования:

$$m = 1500, \psi_B^* = \frac{\pi}{3}, f_1 = 20, f_2 = 0,1, h_S = 4, h_M = 1, k_M^{(1)} = 120, k_M^{(2)} = 10,$$

$$k_S^{(1)} = 0,4, k_S^{(2)} = 0,01, k_z^{(1)} = -0,25, k_z^{(2)} = -1, k_\varphi^{(1)} = -1, k_\varphi^{(2)} = -2,$$

$$k_\vartheta^{(1)} = -1, k_\vartheta^{(2)} = -2, k_\psi^{(1)} = -2, k_\psi^{(2)} = -4,$$

$$J = \begin{pmatrix} 2000 & 0 & 200 \\ 0 & 4000 & 0 \\ 200 & 0 & 3000 \end{pmatrix}.$$

Использовались следующие начальные значения переменных состояния:

$$z_0 = 20, \varphi_0 = \frac{\pi}{5}, \vartheta_0 = \frac{\pi}{10}, \varphi_0 = 0.$$

Далее приведены графики высоты вертолета z , углового положения φ (рис. 1), углового положения ϑ и ошибки регулирования ε (рис. 2), угловых скоростей ω_M, ω_S (рис. 3) и углов наклона диска основного винта α, β (рис. 4).

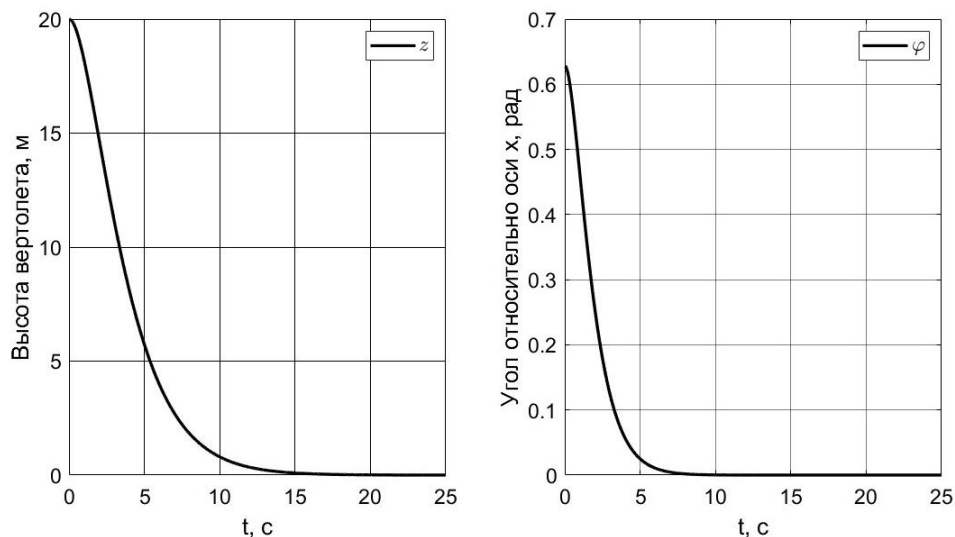


Рис. 1. Графики переменных состояния z, φ

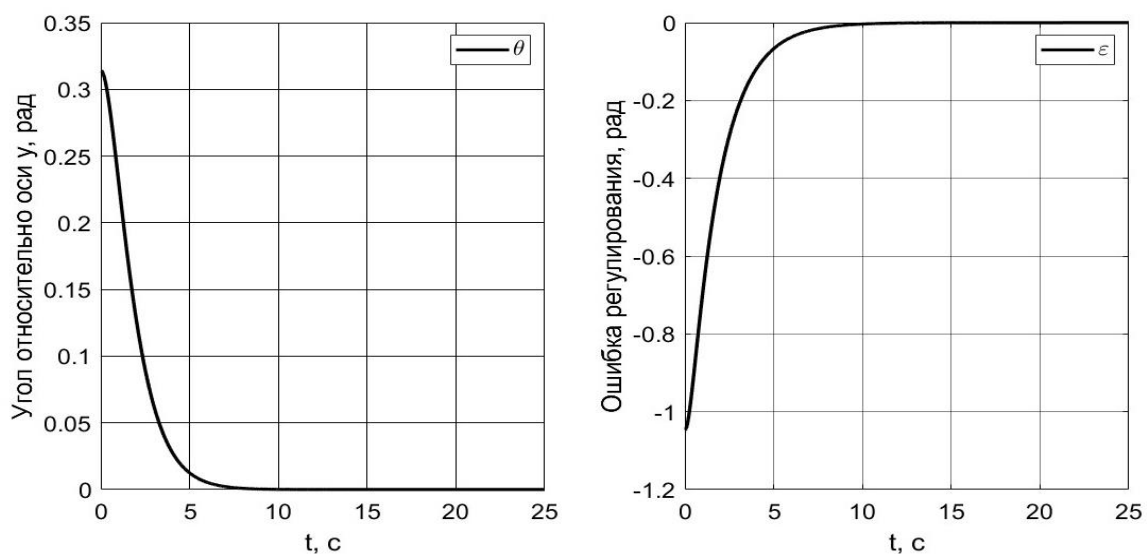


Рис. 2. Графики переменной ϑ и ошибки регулирования ε

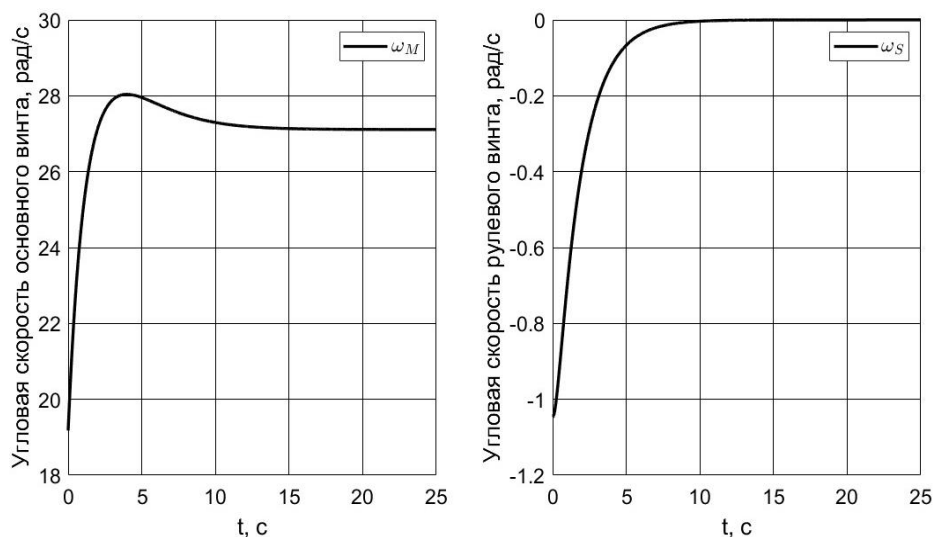


Рис. 3. Графики управляющих переменных ω_M , ω_S

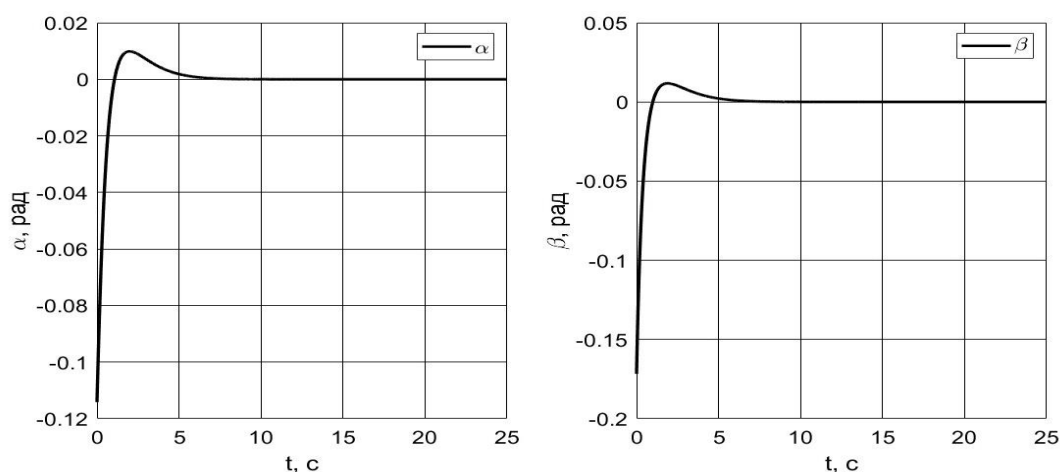


Рис. 4. Графики управляющих переменных α , β

По результатам проведенного численного моделирования можно говорить о работоспособности и эффективности предложенного метода выбора алгоритма управления.

6. Заключение

В работе предложен и исследован алгоритм управления одновинтовым вертолетом для решения задачи точной посадки на площадку. Основу метода составляет линеаризация исходной нелинейной динамической модели вертолета, что позволило декомпозировать сложную систему на отдельные подсистемы. Для каждой подсистемы синтезирован независимый закон регулирования, обеспечивающий достижение целевых значений соответствующих переменных состояния.

Ключевым результатом является получение явных аналитических выражений для вычисления требуемых управляющих воздействий – угловых скоростей вращения основного и рулевого винтов, а также углов наклона диска несущего винта. Установлены аналитически определенные условия, гаранти-

рующие физическую реализуемость и работоспособность алгоритма при допустимых значениях управляющих параметров.

Результаты проведенного численного моделирования подтверждают эффективность предложенного алгоритма. Он обеспечивает необходимую стабилизацию переменных, демонстрируя сходимость к целевым значениям.

Список использованных источников

1. Kochetkov, S. A. Robust Control for Synchronous Electric Drive Under Uncertainty Conditions / S. A. Kochetkov, S. A. Krasnova, V. A. Utkin // AIP Conference Proceedings. – 2018. – V. 2046, No. 1. – P. 1 – 8.

2. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 824 с.

3. Hua, M. D. Contributions to the automatic control of aerial vehicles [Электронный ресурс] : докторская диссертация Université Nice Sophia Antipolis / M. D. Hua. – HAL Open Science, 2009. – 196 с. – URL : <https://theses.hal.science/tel-00460801v1>

УДК 621.391

Е. А. Павлова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: pavlova@physics.msu.ru

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ ДЛЯ ТОКАМАКА

Аннотация. В данной работе рассматриваются вопросы имитационного моделирования источников питания для токамака. В системе управления применялась модель плазмы в виде неустойчивого динамического звена первого порядка, исполнительным устройством являлся многофазный тиристорный выпрямитель. Была исследована система с полной моделью выпрямителя и проведено сравнение с системой с линейной моделью выпрямителя.

Ключевые слова: токамак, плазма, многофазный тиристорный выпрямитель.

1. Введение

Одной из важных технологических систем токамаков является система электропитания токамака. Для удержания плазмы в вакуумной камере токамаков и магнитного управления используются электромагнитные обмотки, работающие совместно с управляемыми источниками питания, такими как: многофазные тиристорные выпрямители, инверторы напряжения на силовых транзисторах и тиристорные инверторы тока. Источники питания подключаются к обмоткам управления токамаков таким образом, чтобы обеспечить необходимый ток и напряжение.

Тиристорные выпрямители являются относительно медленными устройствами. Схемы питания из управляемых тиристорных выпрямителей применяются на токамаках в качестве источников для электромагнитных обмоток медленного управления плазмой, а именно, катушек тороидальных и полоидальных полей, используемых для управления формой и током плазмы. Иногда с помощью катушек полоидального поля и тиристорных выпрямителей в качестве источников питания осуществляется управление вертикальным и горизонтальным положением плазмы, например, на токамаке ASDEX Upgrade [1]. Однако такие источники питания имеют ограниченное быстродействие и редко находят применение в контуре быстрого управления плазмой. В быстром контуре осуществляется управление вертикальным положением плазмы, где задействована электромагнитная обмотка горизонтального управляющего поля, работающая совместно с быстродействующим источником питания, например, инвертором напряжения на силовых транзисторах.

2. Постановка задачи

Потребляемая токамаками импульсная мощность составляет порядка нескольких сот МВт. Электроснабжение токамака при этих условиях осуществляется от промышленной сети через комплекс трансформаторов и независимых источников питания, работающих согласованно в процессе плазменного разряда [2].

В процессе создания системы электропитания токамака актуальными остаются задачи повышения надежности работы источников питания, а также обеспечения работоспособности в меняющихся в течение плазменного разряда условиях экспериментов. При решении данных задач является целесообразным проведение предварительного имитационного моделирования источников системы электропитания токамака с различными исполнительными устройствами. Для этого необходимо получить полные модели этих устройств.

3. Разработка имитационных моделей источников питания

Выпрямитель можно представить в виде структурной схемы (рис. 1), в которую входят: силовой трансформатор (СТ) от которого осуществляется питание выпрямителя, вентильный блок (ВБ) на основе мостовых тиристорных преобразователей, управляемых системой импульсно-фазового управления (СИФУ), формирующей отпирающие импульсы в соответствии с величиной управляющего напряжения ($U_{вх}$), фильтрующее устройство (ФУ), цепь нагрузки (Н) [3, 4].

Питание исследуемых тиристорных выпрямителей осуществляется от трехфазной сети 220 кВ, 50 Гц через головной трансформатор мощностью 100 МВА, напряжением 220 кВ, с трансформацией на 10 кВ и согласующий трансформатор мощностью 6,3 МВА, напряжением 10 кВ, с трансформацией на 0,4 кВ. Первичная обмотка согласующего трансформатора соединена треугольником, одна вторичная обмотка соединена звездой, а другая соединена треугольником [5]. Это обеспечивает сдвиг фаз на выходе трансформатора на 30 эл. град.

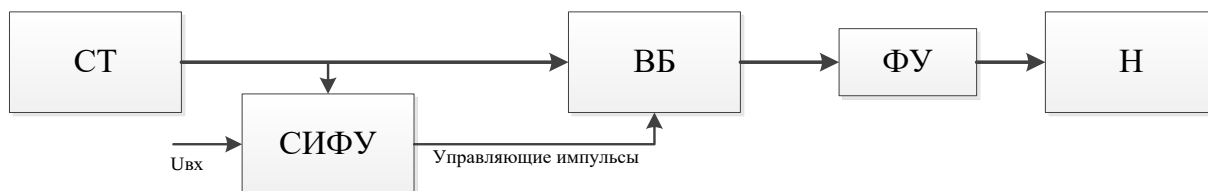


Рис. 1. Структурная схема выпрямителя

Базовой комплектующей единицей для построения источников импульсного питания обмоток токамака является тиристорный преобразователь (ТП), построенный на трехфазной мостовой схеме выпрямления (схеме Ларионова) (рис. 2). Схема трехфазного мостового выпрямителя содержит выпрямительный мост из шести тиристоров SEMIKRON SKT 1200/18E, в котором последовательно соединены две трехфазные группы. Схема допускает соединение как первичных, так и вторичных обмоток трансформатора звездой или треугольником.

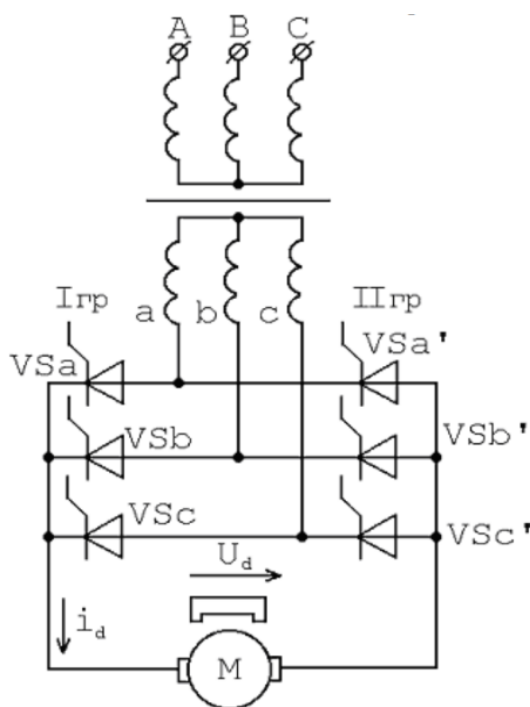


Рис. 2. Трехфазная мостовая схема (схема Ларионова)

На базе этой схемы возможно построение 12 пульсных схем выпрямления, которые используют последовательное и параллельное соединение схем при различном сочетании соединений вторичных обмоток трансформатора (рис. 3).

Мостовые выпрямители в рабочих конфигурациях управляемых тиристорных преобразователей соединяются параллельно или последовательно в целях повышения выходного тока или напряжения соответственно. Также используется встречно-параллельная схема включения выпрямителей, получаемая путем перекоммутации шинпроводов. В этом случае обеспечивается работа в режимах с реверсированием выходного тока (рис. 4). Данные схемы выпрямителей были реализованы в среде Matlab/SIMULINK.

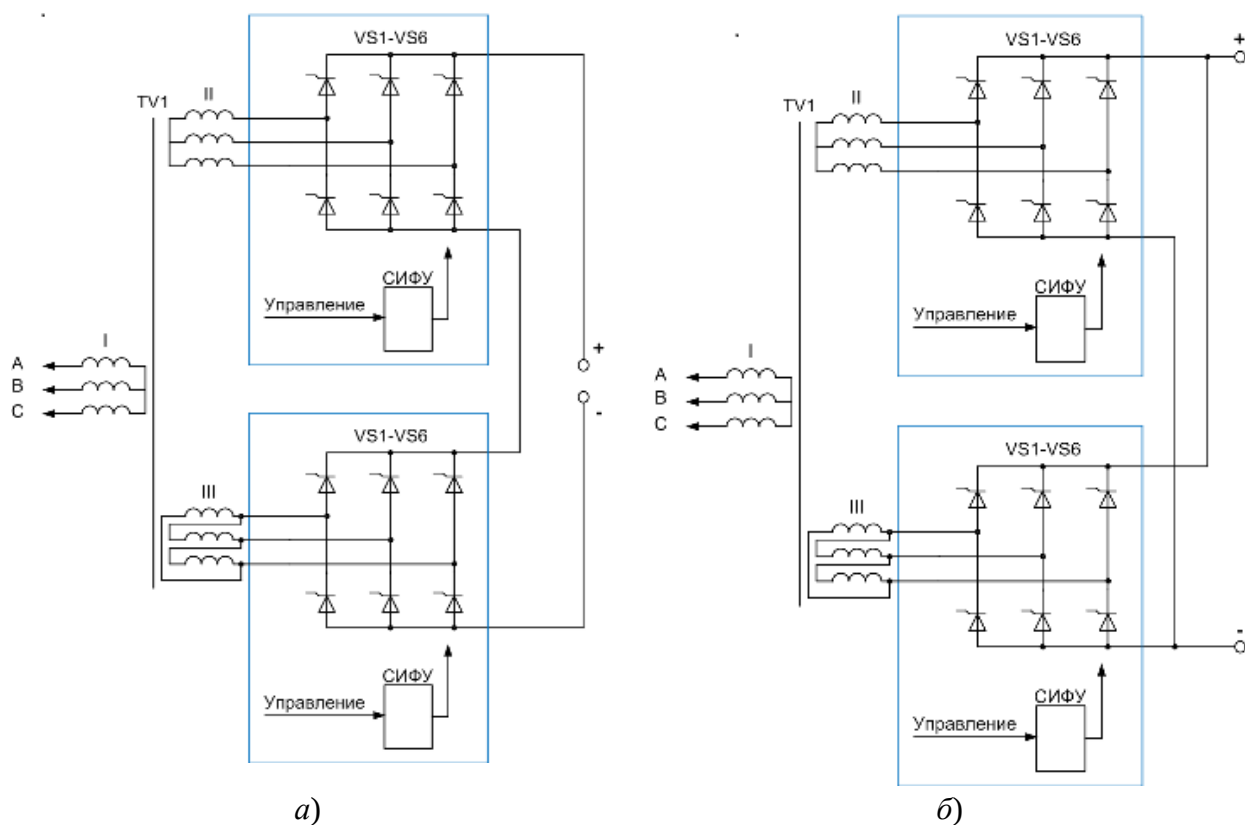


Рис. 3. Трехфазная двенадцатипульсная схема с последовательным (а) и параллельным (б) соединением тиристорных преобразователей

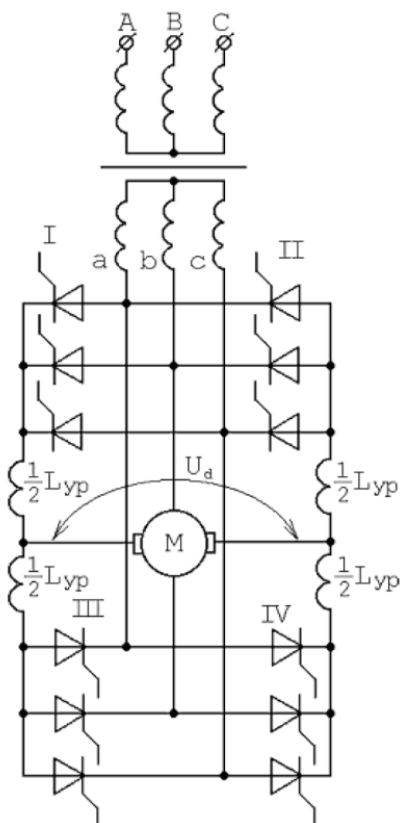


Рис. 4. Трехфазная двенадцатипульсная схема со встречно-параллельным соединением тиристорных преобразователей

В преобразователях с фазовым управлением регулирование выходного напряжения достигается посредством фазового сдвига управляющих импульсов, подаваемых на затворы тиристорov. Существует два основных режима управления мостовой схемой: совместный и раздельный. При раздельном управлении обеспечивается попеременная работа мостов, что полностью исключает возникновение циркуляционных токов между ними и устраняет необходимость применения токоограничивающих реакторов. Однако данный режим имеет существенное ограничение при использовании в контуре управления вертикальным положением плазмы, где требуется компенсация малых возмущений с помощью токов переменного направления. Временная задержка, возникающая при переключении между мостами, приводит к нулевому току в переходном режиме, что делает невозможным оперативную компенсацию возмущений.

Альтернативный режим работы предполагает одновременную работу мостов в противофазе: один мост функционирует как выпрямитель, второй – как инвертор. В этом случае разность выходных напряжений мостов вызывает циркуляционный ток, величина которого ограничивается включением уравнивающего реактора. Оптимальное значение индуктивности реактора выбирается из условия ограничения циркуляционного тока уровнем, не превышающим 10% от номинального значения рабочего тока. Такой подход обеспечивает непрерывность регулирования, что является критически важным для систем стабилизации плазменного шнура.

4. Линейная модель выпрямителя

При синтезе линейных регуляторов для систем магнитного управления плазмой в токамаке модели тиристорных выпрямителей с достаточной точностью аппроксимируются передаточными функциями в виде динамического звена первого порядка с транспортным запаздыванием [6, 7] вида

$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ts},$$

где K – коэффициент усиления тиристорного преобразователя, $K = \frac{3\sqrt{3}U}{\pi \alpha}$,

где U – напряжение питания обмотки управления, к которой подключен тиристорный преобразователь, α – угол открытия тиристорov; T – постоянная времени, зависит от характеристик конкретного выпрямителя, $T = \frac{1}{mf_0}$, где m –

пульсность тиристорного преобразователя, f – частота питающей сети (50 Гц) [8].

5. Система управления

В работе применялся метод модального синтеза регулятора по состоянию, позволяющий обеспечить заданные динамические характеристики системы управления. Выбор данного метода обусловлен его эффективностью для полно-

стью управляемых систем с доступными для измерения переменными состояниями [9]. Структурная схема системы управления представлена на рис. 5.

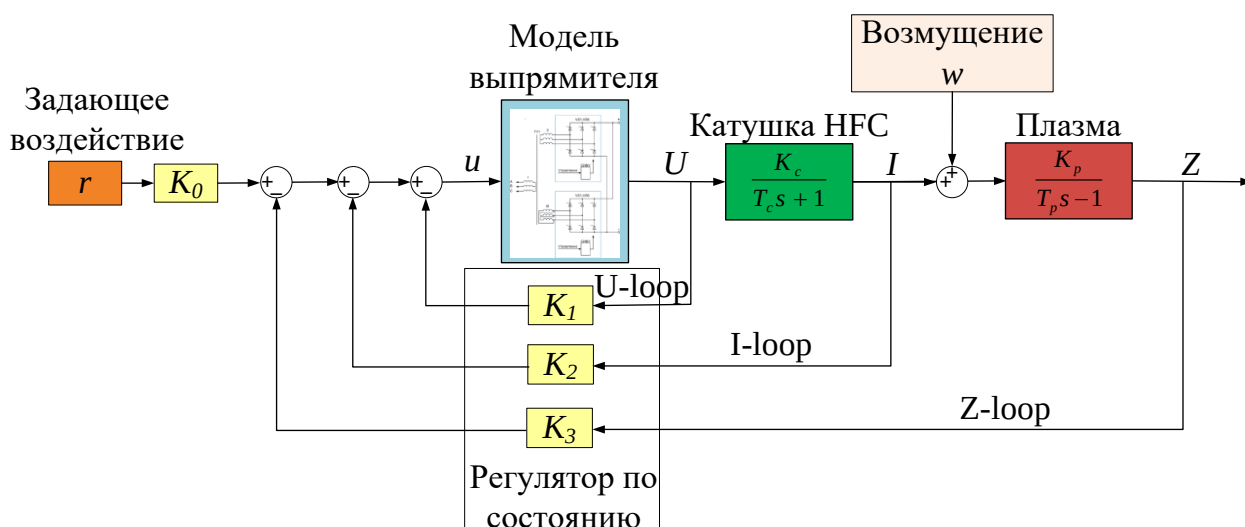


Рис. 5. Структурная схема системы управления

Процедура синтеза включала последовательное определение коэффициентов обратной связи. На первом этапе рассчитывались коэффициенты, обеспечивающие устойчивость системы и требуемые динамические свойства за счет соответствующего расположения полюсов замкнутой системы в левой полуплоскости. Для этого последовательно анализировались передаточные функции подсистем, начиная с контура напряжения, затем тока и, наконец, контура положения плазмы. Особое внимание уделялось обеспечению нулевой статической ошибки по положению плазмы. Дополнительный коэффициент вводился в закон управления специально для выполнения этого требования в установившемся режиме. В результате был получен закон управления:

$$V = -K_1 Z - K_2 I - K_3 U + K_0 r.$$

6. Моделирование

Проведено моделирование системы управления с полной моделью 12-пульсного выпрямителя в качестве исполнительного устройства (рис 6).

Полная имитационная модель выпрямителя была реализована с применением компонентов библиотеки Simscape Electrical среды MATLAB/Simulink и включает два тиристорных моста и схему импульсно-фазового управления, формирующую отпирающие импульсы в соответствии с величиной управляющего напряжения. Для обеспечения четырехквadrантного режима работы два тиристорных моста соединены встречно-параллельно и подключены к индуктивной нагрузке. Питание выпрямителя осуществляется от силового трансформатора. В ходе исследования проведено сравнение динамических характеристик замкнутой системы управления с полной моделью выпрямителя и ее упрощенным представлением в виде апериодического звена.

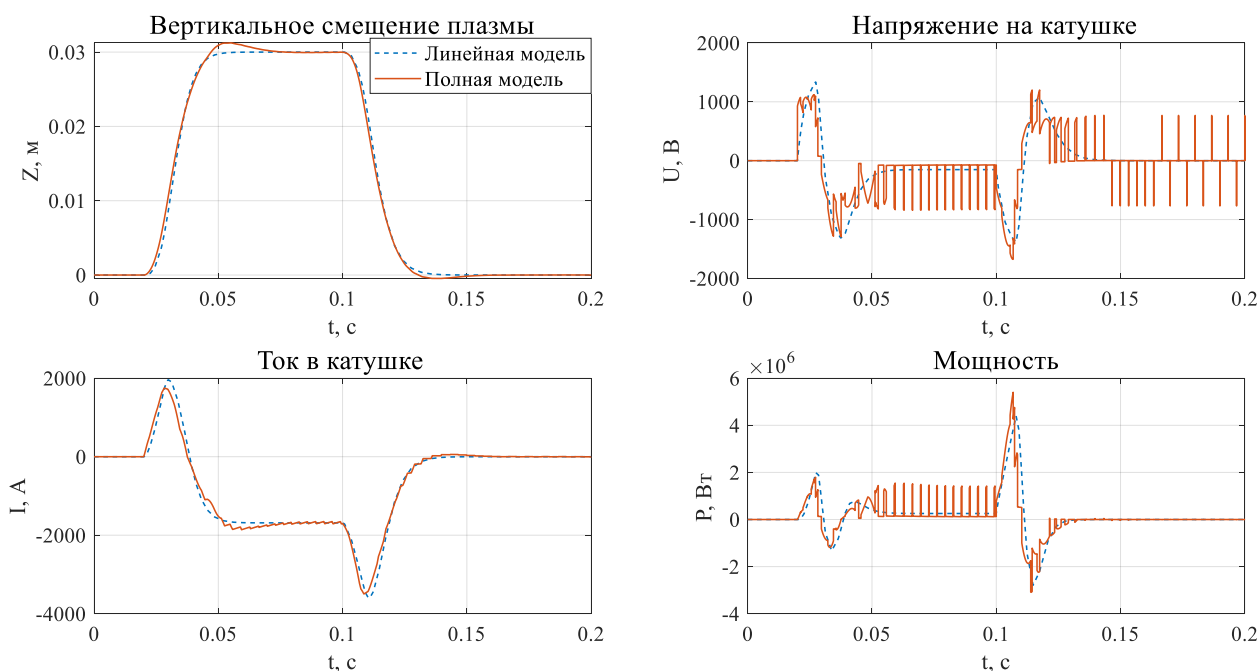


Рис. 5. Результат численного моделирования работы замкнутой системы с полной моделью выпрямителя при совместном управлении тиристорными преобразователями

Наблюдаемое расхождение графиков напряжения обусловлено особенностями работы управляемого выпрямителя. Однако благодаря наличию индуктивной нагрузки, сглаживающей пульсации напряжения, графики тока и вертикального смещения плазмы для линейной и полной моделей демонстрируют высокую степень совпадения.

6. Заключение

Проведенное численное моделирование системы управления с полной моделью четырехквадрантного тиристорного выпрямителя подтвердило возможность его применения для управления вертикальным положением плазмы. Сравнительный анализ полной нелинейной модели выпрямителя и ее линейной аппроксимации в виде апериодического звена показал, что несмотря на различия в форме выходного напряжения, обусловленные фазовым управлением тиристорами, индуктивная нагрузка эффективно подавляет пульсации. В результате токовые характеристики, а следовательно, и вертикальное смещение плазмы, определяемое током в катушке НФС, демонстрируют практически полное совпадение для обеих моделей.

Исследование выявило два ключевых режима работы:

- 1) раздельное управление мостами, исключающее циркуляционные токи, но приводящее к задержкам переключения, не приемлемым для компенсации малых возмущений;
- 2) совместное управление с ограничением циркуляционных токов дроселями до уровня $\leq 10\%$ от номинального значения, обеспечивающее непрерыв-

ность регулирования. Применение фильтра в цепи обратной связи по напряжению и встречно-параллельное включение мостов с уравнительными реакторами позволили подавить автоколебания и минимизировать взаимное влияние мостов.

Полученные результаты обосновывают допустимость использования линейной модели выпрямителя при проектировании системы управления, хотя для анализа переходных процессов необходимо учитывать нелинейные эффекты.

Список использованных источников

1. Overview of ASDEX Upgrade results / U. Stroth et al. // Nuclear Fusion. – 2013. – V. 53. – P. 104003.
2. Электротехнический комплекс системы импульсного электропитания токамака КТМ / Д. Б. Зарва, А. А. Дериглазов, Э. Г. Батырбеков и др. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. – 2018. – Т. 41, № 2. – С. 59 – 70.
3. Stefanos N. Manias. Power electronics and motor drive systems / Stefanos N. Manias. – Elsevier, 2017. – 1008 p.
4. Забродин, Ю. С. Промышленная электроника : учебник для студентов энергетических и электромеханических специальностей вузов / Ю. С. Забродин. – М. : Альянс, 2013. – 496 с.
5. Котов, С. В. Алгоритм управления источника питания обмотки горизонтального поля токамака КТМ / С. В. Котов, В. М. Павлов, Д. Б. Зарва // Электротехника. – 2023. – № 7. – С. 22 – 29.
6. Leonhard, W. Control of electronical drives / W. Leonha. – 3rd ed. – Berlin : Springer, 2001. – 473 p.
7. Булгаков, А. А. Новая теория управляемых выпрямителей / А. А. Булгаков. – М. : Наука, 1970. – 320 с.
8. Шифанов, Д. Д. Реализация контура управления током обмотки тороидального поля токамака КТМ / Д. Д. Шифанов, В. М. Павлов // Известия Томского политехнического университета. Серия: Энергетика. – 2010. – Т. 316, № 4. – С. 102 – 106.
9. Continuous, saturation, and discontinuous tokamak plasma vertical position control systems / Y. V. Mitrishkin, E. A. Pavlova, E. A. Kuznetsov, K. I. Gaydamaka // Fusion Engineering and Design. – 2016. – V. 108. – P. 35 – 47.

ИНТЕРФЕЙСНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО ОРГАНИЗАЦИИ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ЦИФРОВОГО ДВОЙНИКА

Аннотация. Рассматривается интерфейсное планирование как подход к организации жизненного цикла цифрового двойника. Предложена структура визуального планирования, обеспечивающая интеграцию участников, задач и ресурсов в едином контексте. Описана архитектура пользовательского интерфейса, реализованного в виде прототипа. Рассмотрены особенности ситуации неопределенности и возможности адаптации программы к меняющимся требованиям.

Ключевые слова: цифровой двойник, интерфейсное планирование, жизненный цикл, неопределенность, визуальный интерфейс.

1. Введение

Активное внедрение цифровых двойников (ЦД) стало характерной чертой современного промышленного сектора. Цифровой двойник представляет собой точную виртуальную копию физического объекта, позволяющую отслеживать его состояние, оценивать функциональные характеристики и прогнозировать поведение в режиме реального времени [1]. Широко применяемые в различных отраслях, таких как машиностроение, энергетика, авиация и медицинское оборудование, ЦД способствуют значительному повышению эффективности производственных процессов, сокращению материальных затрат и снижению аварийности [2].

Системный подход к управлению жизненным циклом цифровых двойников становится необходимым условием для увеличения надежности и продуктивности соответствующих решений. Это особенно актуально ввиду значительного развития цифровизации.

2. Проблематика

Главная цель цифровых двойников – получение качественных прогнозов, оптимальное использование ресурсов и автоматизация управления объектами. Исследование особенностей внедрения ЦД демонстрирует наличие позитивных сдвигов в производительности и экономике компаний, использующих данную технологию [3].

Массовому внедрению цифровых двойников препятствуют следующие ключевые проблемы: нарушенная преемственность этапов разработки, приводящая к существенным задержкам и расходам из-за отсутствия четких механизмов обмена информацией между стадиями жизненного цикла продукта [4];

отсутствие единых стандартов, вынуждающее участников процесса разного уровня квалификации повторять одни и те же операции и создающее условия для дезорганизации [5]; несовершенство дизайна интерфейсов и плохое качество пользовательского опыта, затрудняющие использование цифровых двойников пользователями и порождающие негативное восприятие технологии [6].

В сложившейся ситуации актуальным представляется создание решений управления жизненным циклом цифровых двойников, основанных на принципах интерфейсного планирования.

3. Ситуация недоопределенности

Концептуальная основа цифровых двойников роботов в проекте заключается в построении моделей ЦД посредством решения дифференциальных уравнений, уточняемых в процессе привязки к реальным объектам путем коррекции коэффициентов и учета возникающих внешних факторов. Недоопределенность окружающей среды определяется количеством доступной информации и степенью доверия к ее точности относительно каждого отдельного фактора и их совокупностью.

Для эффективного функционирования программы управления цифровыми двойниками в условиях недоопределенности предлагается создать структуру интерфейсов, позволяющую управлять действиями и обеспечивать взаимодействие исполнителей с их функциональными обязанностями и смежными процессами. Эта структура должна обладать гибкостью и возможностью адаптации к внешним изменениям.

4. Интерфейсное планирование

Под понятием «интерфейсное планирование» предлагается решение, интегрирующее стадии жизненного цикла цифрового двойника, программные компоненты, систему разработчиков и пользователей в единый контекст для взаимодействия. Решение направлено на организацию эффективных процессов жизненного цикла ЦД путем устранения типичных ограничений в условиях недоопределенности и формирования надежного механизма управления созданием, тестированием и внедрением цифровых моделей.

Ключевыми особенностями предлагаемого подхода являются независимое выполнение всех этапов разработки, которое повышает гибкость и ускоряет процессы; наличие интегрированного интерфейса, служащего единой площадкой для коммуникации и обмена информацией среди членов команды вне зависимости от их функциональных обязанностей; интеграция действий в общий контекст, обеспечивающая взаимозависимость и прозрачность всех операций.

Таким образом, интерфейсное планирование создает единую платформу для эффективного взаимодействия участников процесса разработки цифрового двойника.

5. Модель «Соты»

Подходящей моделью для элементов интерфейсного планирования является форма сот. Соты представляют собой восковые ячейки правильной шестиугольной формы, создаваемые пчелами (рис. 1).

Выбор этой формы обусловлен оптимальностью заполнения пространства без образования зазоров, минимизацией расходов материала и повышением устойчивости конструкции. Исследования показали [7], что правильный шестиугольник обладает наименьшим периметром среди фигур равной площади, что делает его оптимальным выбором для модульной организации графического представления процесса управления построением ЦД.

Формальная структура схемы предусматривает размещение каждого компонента системы в обособленной ячейке («соте»). Такой подход гарантирует четкое разделение модулей, упрощает процесс отладки и повышает гибкость адаптации всей системы. Новые элементы могут добавляться в схему динамически, расширяя функциональность системы без ущерба для ее стабильности.

Важнейшими компонентами интерфейсного планирования выступают такие элементы, как «Разработчик», «Пользователь», «Инструменты», «Задачи», «Сроки», «Документация» и т.п. (рис. 2).

Данные элементы соединяются между собой, образуя сегменты, которые выполняют роль функциональных единиц, отражающих конкретные аспекты взаимодействия между участниками проекта, инструментами и задачами (рис. 3).



Рис. 1. Форма сот



Рис. 2. Элементы интерфейсного планирования

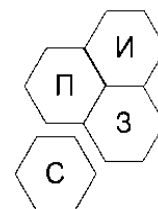


Рис. 3. Пример сегмента

Каждый сегмент должен содержать два и более обязательных элементов, обеспечивая целостность и взаимосвязанность различных фаз жизненного цикла ЦД. Такая организация архитектуры позволяет достичь необходимой гибкости, поддерживать параллельную разработку и оперативно реагировать на изменения требований заказчика или условий рынка.

6. Характеристика прототипа

Прототип программы предусматривает наличие трех основных блоков функционала – «Планирование», «Заметки», «Архив», а также двух дополнительных модулей – «Настройки» и «Выход», расположенных на главной панели интерфейса.

Раздел «Планирование» служит основой для реализации процесса визуализации этапов проектирования путем взаимодействия с компонентами проекта, включая возможности перетаскивания и непосредственного редактирования элементов (рис. 4).

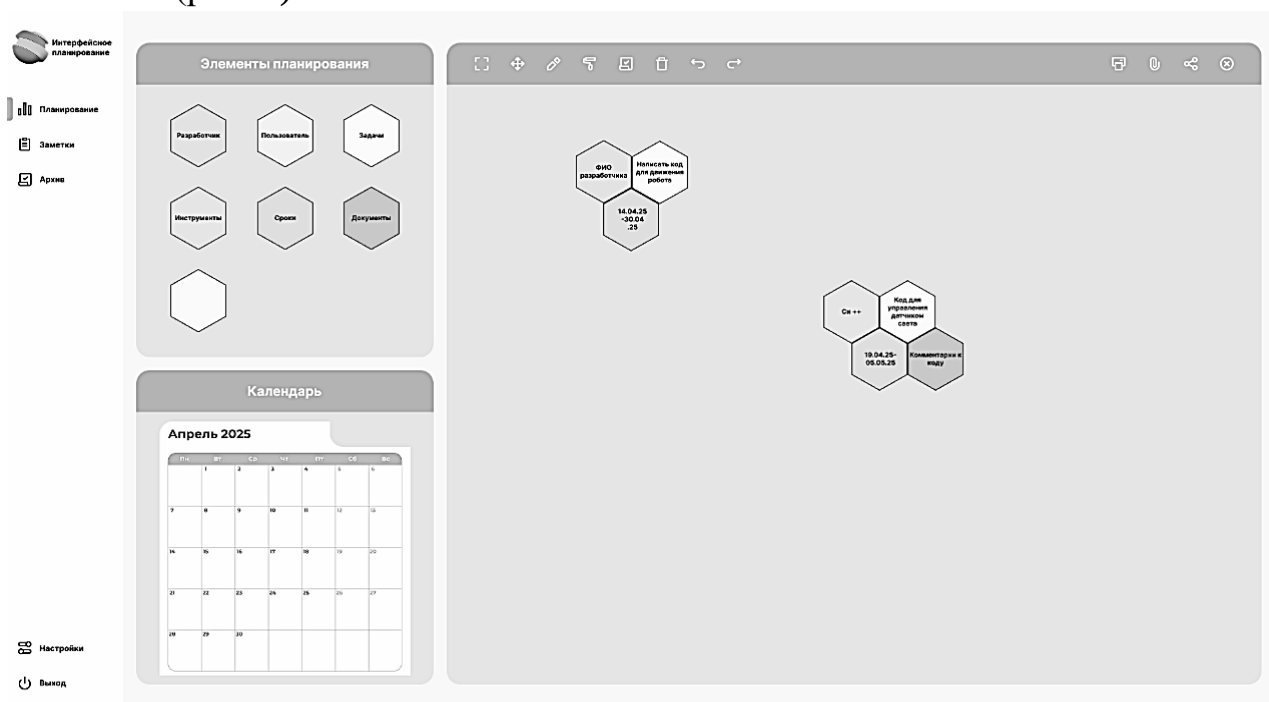


Рис. 4. Раздел «Планирование»

Функциональность блока «Заметки» направлена на фиксацию сопутствующей информации относительно выполняемых задач, которая временно не интегрируется в основной проект, позволяя пользователям оперативно вносить дополнительные пояснения и инструкции.

Для решения проблемы увеличения объема компонентов проекта и снижения уровня информационной нагрузки реализована система архивации, представляющая собой специализированный раздел хранения выполненных проектов и отдельных компонентов. В разделе «Архив» присутствует иерархическая организация, которая обеспечивает оперативный доступ к необходимым данным и восстановление ранее сохраненных элементов.

7. Заключение

Интерфейсное планирование позволяет интегрировать различные компоненты жизненного цикла цифрового двойника в единую визуальную структуру. Использование структуры сот и сегментов позволяет построить гибкую и адаптивную среду планирования, устойчивую к изменениям и неопределенности. Разработанный прототип демонстрирует возможность реализации такого подхода и может быть использован как основа для создания полнофункциональной системы.

Список использованных источников

1. Stark, R. Digital Twin / R. Stark, T. Damerau // CIRP Encyclopedia of Production Engineering. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2019. – P. 1 – 8.
2. Сосфенов, Д. А. Цифровой двойник как инструмент оптимизации производственных процессов / Д. А. Сосфенов // Инновации и Инвестиции. – Springer. – 2023. – № 5. – С. 149 – 153.
3. Курганова, Н. В. Внедрение цифровых двойников как одно из ключевых направлений цифровизации производства / Н. В. Курганова // International Journal of Open Information Technologies. – 2019. – V. 7(5). – P. 105 – 115.
4. Martinez, I. A survey study of success factors in data science projects / I. Martinez, E. Viles, I. G. Olaizola // Orlando: 2021 IEEE International Conference on Big Data (Big Data). – 2021.
5. Постнов, К. В. Особенности проектирования и использования цифрового двойника проектной организации / К. В. Постнов // Строительство и Архитектура. – 2023. – № 11(4). – С. 23–23.
6. Урбанович, М. В. Принципы разработки пользовательских интерфейсов / М. В. Урбанович, К. А. Ковалева // Современные инновации, системы и технологии. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall. – 2023. – № 3(4). – С. 363 – 374.
7. Грибанов, А. В. Использование принципа сот для создания мебели применяемой в детских учреждениях / А. В. Грибанов // Международный школьный научный вестник. – 2018. – № 2. – С. 5 – 12.

УДК 004.4

С. С. Романова, Е. В. Косолапова

Нижегородский государственный инженерно-экономический университет,
Княгинино, Россия

e-mail: skomkova1712@gmail.com, K-art-inka@yandex.ru

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТА НИЖНЕГО УРОВНЯ ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. Представлено исследование, посвященное разработке сенсорного узла для комплексного мониторинга параметров почвы в системах точного земледелия. Рассмотрены архитектура устройства, включающая измерительный модуль, модуль сбора данных и блок питания, а также алгоритмы обработки информации. Проведен сравнительный анализ с существующими решениями, выявлены преимущества предлагаемого подхода, такие как модульность, энергоэффективность и расширенный функционал. Особое внимание уделено практическому применению устройства для оптимизации агротехнологических процессов.

Ключевые слова: точное земледелие, сенсорный узел, мониторинг почвы, интернет вещей, LoRa, энергоэффективность, модульная архитектура.

1. Введение

Современное сельское хозяйство переживает период цифровой трансформации, где ключевую роль играют технологии точного земледелия. В этом контексте особое значение приобретают системы мониторинга состояния почвы, являющиеся фундаментальным элементом интеллектуальных агротехнических комплексов. Традиционные методы анализа почвы, основанные на периодическом отборе проб и их лабораторном исследовании, уже не удовлетворяют требованиям современного сельскохозяйственного производства, где критически важными становятся оперативность получения данных, их точность и непрерывность наблюдений.

Актуальность разработки автоматизированных сенсорных систем для мониторинга почвы обусловлена несколькими фундаментальными факторами. Во-первых, это необходимость повышения эффективности использования сельскохозяйственных ресурсов – воды, удобрений, энергетических затрат. Во-вторых, требования к экологической безопасности сельскохозяйственного производства диктуют необходимость минимизации антропогенного воздействия на почвенный покров. В-третьих, растущая потребность в увеличении урожайности при ограниченных земельных ресурсах требует максимально точного управления параметрами почвенной среды.

2. Анализ текущих решений

Существующие решения для мониторинга почвенных параметров можно условно разделить на три основные категории: лабораторные системы, портативные измерительные комплексы и стационарные сенсорные сети.

Лабораторные системы, такие как продукция компании LaMotte (серия STN) или отечественная разработка «ИбисЛабПочв», обеспечивают высокую точность измерений, но обладают существенными ограничениями. Эти системы требуют обязательного отбора почвенных проб, их транспортировки в лабораторию и проведения анализов квалифицированным персоналом. Временной промежуток между отбором пробы и получением результатов может составлять несколько дней, что делает такие системы не пригодными для оперативного управления агротехнологическими процессами. Кроме того, высокая стоимость анализов и необходимость в специально подготовленных кадрах существенно ограничивают их применение в практике сельскохозяйственных предприятий.

Портативные измерительные комплексы, например, система Stevens HydraProbe Field Portable, представляют собой более мобильное решение. Они позволяют проводить измерения непосредственно в поле, но имеют ряд конструктивных ограничений. Основные недостатки таких систем – это необходимость ручного управления, ограниченный набор измеряемых параметров (обычно влажность, температура и электропроводность) и, в большинстве

случаев, проводной способ передачи данных. Энергопотребление таких устройств часто оказывается слишком высоким для продолжительной автономной работы.

Стационарные сенсорные сети, описанные в ряде патентов (например, RU2655944C1 или RU2631088C1), решают некоторые из перечисленных проблем, но вводят новые ограничения. Эти системы обычно ориентированы на измерение узкого набора параметров, их развертывание требует значительных трудозатрат, а архитектура часто не предусматривает возможности легкого масштабирования или модернизации. Особенно остро стоит проблема энергоснабжения таких систем в полевых условиях.

3. Описание разработки

Предлагаемый сенсорный узел, описанный в патенте RU220292U1, разработан с учетом выявленных недостатков существующих решений. Его архитектура основана на принципах модульности, энергоэффективности и масштабируемости, что позволяет создавать гибкие системы мониторинга, адаптированные под конкретные агротехнические задачи.

Система состоит из автономных сенсорных узлов и базовой станции, работающих на протоколе LoRaWAN. Сенсорный узел включает датчики pH, влажности, температуры и содержания NPK с точностью $\pm 0,2$ pH, $\pm 2\%$ влажности и $\pm 0,5$ °C. Данные обрабатываются микроконтроллером ESP32 с частотой 240 МГц и передаются через радиомодуль SX1276 (868 МГц, до 20 км). Базовая станция на базе Raspberry Pi 4 или Jetson Nano принимает данные через LoRa-шлюз RAK7249, хранит их локально и передает в облако через Ethernet/4G. Система обеспечивает автономную работу до 30 дней, поддерживает до 200 узлов на станцию и соответствует стандарту защиты IP67. Ключевые особенности: низкое энергопотребление (<50 мА в активном режиме), адаптивная частота опроса (1 – 15 мин) и модульная архитектура для легкого масштабирования.

Основные компоненты:

датчики: pH, влажности, температуры, NPK;

микроконтроллер: ESP32;

радиомодуль: SX1276 (LoRa);

питание: Li-ion 18650 (3.7В, 3500 мАч);

базовая станция: RAK7249 + Raspberry Pi/Jetson Nano;

интерфейсы: LoRaWAN, Ethernet, 4G.

Измерительный модуль устройства представляет собой комплекс взаимосвязанных датчиков, каждый из которых отвечает за измерение определенного параметра почвы. Датчик влажности, основанный на емкостном принципе измерения, обеспечивает точность определения водного содержания в пределах $\pm 2\%$. Датчик температуры с разрешением 0,1 °C позволяет отслеживать термические изменения почвы в реальном времени. Особое внимание уделено датчи-

кам химических параметров: рН-метр с диапазоном измерения 3...10 рН и точностью $\pm 0,2$ рН, а также специализированные сенсоры для определения содержания ключевых питательных элементов – калия, фосфора и натрия.

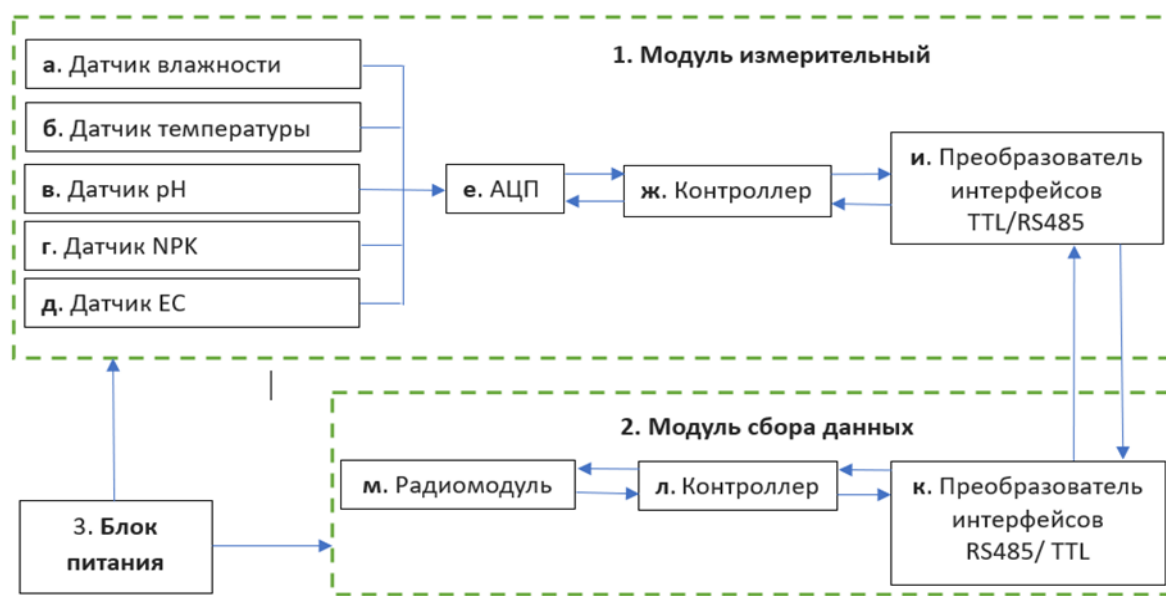


Рис. 1. Блок-схема устройства для дистанционного контроля параметров почвы

Модуль сбора данных представляет собой вычислительное ядро системы. Центральный процессор на базе микроконтроллера Atmega 328 с тактовой частотой 16 МГц обеспечивает выполнение всех управляющих функций. Радиомодуль, работающий на протоколе LoRa, позволяет передавать данные на расстояние до 10 км в условиях открытой местности при потребляемой мощности всего 100 мВт. Особенностью архитектуры является использование преобразователя интерфейсов, который обеспечивает гальваническую развязку и защиту от помех.

Блок питания системы включает литий-ионный аккумулятор емкостью 3 А·ч, что обеспечивает автономную работу устройства. Два DC-DC преобразователя (на 5 и 24 В) с КПД 95% позволяют оптимально распределять энергию между компонентами системы. Модуль BMS обеспечивает защиту от перезаряда, переразряда и короткого замыкания.

Таким образом время работы сенсорных узлов будет напрямую зависеть от блока питания модуля. Для вычисления времени работы необходимы следующие значения:

1. Ток потребления:
 - а) микроконтроллер Arduino = 25 мА·ч;
 - б) модуль LoRa = 20 мА·ч;
 - в) измерительный модуль = 20 мА·ч;
 - г) DC/DC преобразователи = 15 мА·ч.
2. Емкость батареи (U) = 3700 мА·ч или 3,7 В.

В таком случае формула для расчета времени работы устройства выглядит следующим образом:

$$T_{\text{раб}} = \frac{CU_{\text{бат}}}{P}. \quad (1)$$

Из формулы 1 необходимо выразить мощность электрического тока по формуле

$$P = U * I_{\text{общ}}; \quad (2)$$

$$I_{\text{общ}} = 25 + 20 + 20 + 15 = 80 \text{ mA} = 0,08 \text{ A};$$

$$P = 3,7 * 0,08 = 0,296 \approx 0,3 \text{ Вт};$$

$$C = 3000 * 2 = 6000 \text{ mA} * \text{час} = 6 \text{ A} * \text{час};$$

$$T_{\text{раб}} = \frac{6 * 3.7}{0,3} = 74 \text{ часа} = 4440 \text{ минут}.$$

При условии использования системы ежедневно по 15 минут для единовременного снятия показаний с сенсорных узлов время работы составит $\frac{4440}{15} = 296$ дней.

Работа сенсорного узла управляется специализированным программным обеспечением, написанным на языке C++ для платформы Arduino. Программная архитектура построена по модульному принципу и включает правильную инициализацию измерительных модулей, цифровую фильтрацию сигналов, адаптивный алгоритм опроса датчиков для максимального времени автономной работы и протокол связи, обеспечивающий надежную передачу данных и управляющих команд.

Представленный сенсорный узел для анализа почвы представляет собой лабораторный образец технического решения, сочетающего в себе современные достижения в области сенсорики, микропроцессорной техники и беспроводных технологий. Его модульная архитектура, энергоэффективность и широкий функционал делают его универсальным инструментом для построения систем точного земледелия.

Для обеспечения точности измерений и синхронизации данных при получении пакета в программе фиксируется время каждого замера, что необходимо при долгосрочном мониторинге и отслеживании изменения параметров почвы в динамике. Все компоненты узла размещены в герметичном корпусе, что позволяет устройству работать в сложных погодных условиях – под дождем, в пыли или при перепадах температур.

Однако сбор данных – это только половина задачи. Чтобы информация стала полезной, ее нужно передать для анализа. Для этого в сенсорном узле используется модуль беспроводной связи LoRaWAN Model V6.2. Эта технология была выбрана не случайно: она обеспечивает передачу данных на большие расстояния (до 8 км) при минимальном энергопотреблении. Это критически

важно, поскольку узлы работают автономно, питаясь от аккумуляторов емкостью 3000 мАч.

После того, как датчики собирают данные, микроконтроллер формирует из них информационный пакет, добавляя идентификатор узла и временную метку. Затем этот пакет передается по беспроводной сети. Здесь начинается второй этап работы системы – взаимодействие между узлами. Сенсорные узлы объединены в сеть, где каждый узел передает свои данные на базовую станцию.

Данные передаются до базовой станции, которая выступает в роли концентратора. Оттуда информация поступает в информационную систему, разработанную на языке C# в среде Microsoft Visual Studio. Здесь данные автоматически регистрируются, анализируются и сравниваются с эталонными значениями, заложенными в базу данных SQL. На основе этого анализа система выдает рекомендации: например, увеличить полив на определенном участке или внести дополнительные удобрения.

Одним из главных преимуществ такой системы является ее адаптивность. Если на поле появляется зона с повышенной кислотностью или недостатком азота, фермер узнает об этом практически в реальном времени и может оперативно принять меры. Это не только повышает урожайность, но и сокращает расход ресурсов – удобрений, воды, топлива для техники. Кроме того, система снижает негативное воздействие на окружающую среду, предотвращая перенасыщение почвы химикатами.

В перспективе сенсорные узлы могут быть усовершенствованы за счет добавления новых датчиков, например, для измерения содержания калия или уровня освещенности. Также возможна интеграция с другими технологиями, такими как спутниковый мониторинг или автономная сельхозтехника. Уже сейчас эта система демонстрирует, как цифровые технологии могут трансформировать сельское хозяйство, делая его более точным, экономичным и экологически безопасным.

Внедрение таких устройств в сельскохозяйственную практику позволит не только повысить эффективность использования ресурсов и урожайность культур, но и вывести на новый уровень экологичность сельскохозяйственного производства. Дальнейшее развитие технологии предполагает ее интеграцию с системами искусственного интеллекта и создание полностью автономных комплексов мониторинга и управления агротехнологическими процессами.

Список использованных источников

1. Годин, В. В. Сельское хозяйство в цифровую эпоху: вызовы и решения / В. В. Годин, М. Н. Белоусова, А. Е. Терехова // E-Management. – 2020. – № 1. – С. 4 – 15.

2. Банников, С. А. Тенденции цифровизации и причины, обуславливающие цифровой разрыв на сельских территориях / С. А. Банников, С. А. Жильцов, Н. В. Казакова // Вестник НГИЭИ. – 2020. – № 11(114). – С. 137 – 149.
3. Мурашова, Н. В. Формирование механизма цифровой трансформации сельского хозяйства / Н. В. Мурашова // Вестник НГИЭИ. – 2021. – № 9(124). – С. 129 – 138.
4. Комкова, С. С. Цифровизация процессов мониторинга агрохимических показателей почв сельскохозяйственного назначения / С. С. Комкова, В. В. Косолапов, Е. В. Косолапова // Актуальные направления развития техники и технологий в России и за рубежом – реалии, возможности, перспективы : материалы и докл., Княгинино, 25 марта 2021 года. – Княгинино : Нижегородский государственный инженерно-экономический институт, 2021. – С. 198 – 200.
5. Точное земледелие как один из аспектов цифровизации сельского хозяйства / С. В. Шайтура, А. В. Коломейцев, И. И. Позняк и др. // Вестник Курской государственной сельскохозяйственной академии. – 2022. – № 3. – С. 161 – 166.
6. Grisso, Robert D. Precision Farming Tools. Yield Monitor / Grisso, Robert D., Marcus M. Alley and P. W. McClellan // Virginia Cooperative Extension. – 2005. – P. 445 – 502. – URL : <https://vtechworks.lib.vt.edu/handle/10919/51375>
7. Operational readiness of microwave remote sensing of soil moisture for hydrologic applications / W. Wagner, G. Blöschl, Pampaloni P., et al. // Hydrology Research. – 2007. – No. 38(1). – P. 1 – 20.
8. Kumar, S. Precision farming technologies towards enhancing productivity and sustainability of rice-wheat cropping system / S. Kumar, S. K. Karaliya, S. Chaudhary // Hydrology Research. – 2007. – No. 6(3). – P. 142 – 151.
9. Geisseler, D. Long-term effects of mineral fertilizers on soil microorganisms : A review / D. Geisseler, K. M. Scow // Soil Biology and Biochemistry. – 2014. – No. 75. – P. 54 – 63.
10. Hasler, K. Environmental impact of mineral fertilizers : Possible improvements through the adoption of eco-innovations. PhD thesis / K. Hasler. – Wageningen University, 2017.
11. Acute toxicities and effects on multixenobiotic resistance activity of eight pesticides to the earthworm *Eisenia andrei* / M. Velki, A. Weltmeyer, T. B. Seile, et al. // Environ Sci Pollut. – 2019. – No. 26(5). – P. 4821 – 4832.
12. О Государственной программе эффективного вовлечения в оборот земель сельскохозяйственного назначения и развития мелиоративного комплекса Российской Федерации : постановление Правительства РФ от 14 мая 2021 г. № 731 // Информационно-правовое обеспечение Гарант [сайт]. – URL : <https://base.garant.ru/400773886/>

13. Косолапова, Е. В. Обоснование разработки мобильного комплекса для оперативного мониторинга показателей почвы / Е. В. Косолапова, В. В. Косолапов, Н. А. Епифанова // Социально-экономические проблемы развития муниципальных образований : материалы и докл. XXV Междунар. науч.-практ. конф. Княгинино, 24–29 сентября 2019 года. – Княгинино : Нижегородский государственный инженерно-экономический институт, 2019. – С. 193 – 200.
14. ГОСТ 17.4.4.02–2017. Межгосударственный стандарт. Охрана природы. Почвы. Методы отбора и подготовки проб для химического, бактериологического, гельминтологического анализа. – М. : Стандартинформ, 2018. – 14 с.
15. Спирина, В. З. Агрохимические методы исследования почв, растений и удобрений : учеб. пособие / В. З. Спирина, Т. П. Соловьева. – Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2014. – 336 с.
16. ГОСТ 29269–91. Почвы. Общие требования к проведению анализов. – М. : Стандартинформ, 2005. – 4 с.
17. ГОСТ 23740–2016. Грунты. Методы определения содержания органических веществ. – М. : Стандартинформ, 2017. – 12 с.
18. ГОСТ ISO 11464-2015. Качество почвы. Предварительная подготовка проб для физико-химического анализа. – М. : Стандартинформ, 2015. – 16 с.
19. ГОСТ Р 58596–2019. Почвы. Методы определения общего азота. – М. : Стандартинформ, 2019. – 12 с.
20. ГОСТ 26261–84. Почвы. Методы определения валового фосфора и валового калия. – М. : Издательство стандартов, 1984. – 13 с.
21. ГОСТ Р 58594–2019. Почвы. Метод определения обменной кислотности. – М. : Стандартинформ, 2019. – 8 с.
22. Development of a system for operational monitoring of the soil agrochemical indicators / S. P. Komkova, E. V. Kosolapova, V. Kosolapov, et al. // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2021. – P. 857.
23. А. с. 2022612539 RU. Система оперативного мониторинга агрохимических показателей почвы / Е. В. Косолапова, В. В. Косолапов, С. С. Комкова ; заявитель и патентообладатель Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Нижегородский государственный инженерно-экономический университет. – № 2022612278 ; заявл. 22.02.2022 ; опубл. 28.02.2022, Бюл. № 3. – 3 с.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИЛЫ ГИДРОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЯ С ЗОЛОТНИКОМ ПОВОРОТНОГО ТИПА

Аннотация. Представлены результаты параметрического исследования гидродинамических сил, действующих на золотник гидравлического распределителя экспериментального образца токарного станка с ЧПУ. Была получена зависимость массового расхода гидравлического распределителя в зависимости от угла поворота золотника, определены давления рабочей жидкости на разных участках золотника.

Ключевые слова: гидродинамические силы, станок с ЧПУ, объемный расход, запорно-распределительная арматура.

1. Введение

Гидравлические распределители являются ключевыми элементами гидроприводов, обеспечивающими управление потоком рабочей жидкости в системах различного назначения. Особый интерес представляют распределители с поворотным золотником, которые обладают рядом преимуществ, включая компактность, низкие усилия управления и низкую инерционность. Однако проектирование таких устройств требует детального анализа их гидродинамических характеристик, включая объемный расход и силовое воздействие на золотник, что необходимо для обеспечения надежности и эффективности работы гидравлической системы и правильного расчета функциональных характеристик привода золотника.

В данной работе проводится численное исследование гидравлического распределителя с поворотным золотником с использованием метода *конечных объемов* (МКО) в среде SolidWorks Flow Simulation. Основными задачами являются определение зависимости объемного расхода распределителя от угла поворота золотника, а также анализ гидродинамических сил и момента, возникающих при его работе. Полученные данные позволяют оценить рабочие характеристики распределителя и могут быть использованы для оптимизации его конструкции, мощности и массогабаритных характеристик привода золотника.

2. Описание объекта исследования

Общий вид исследуемого гидравлического распределителя представлен на рис. 1. На рисунке использованы следующие обозначения: 1 – основание; 2 – крышка; 3 – золотник (рис. 2); 4 – входное отверстие распределителя; 5, 6 – выходные отверстия распределителя.

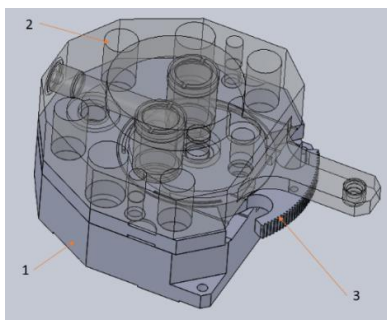


Рис. 1. Общий вид исследуемого гидравлического распределителя

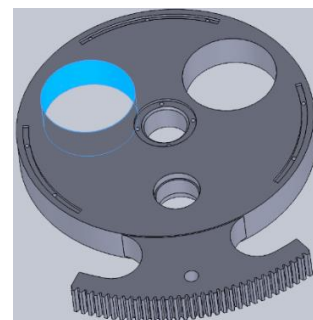
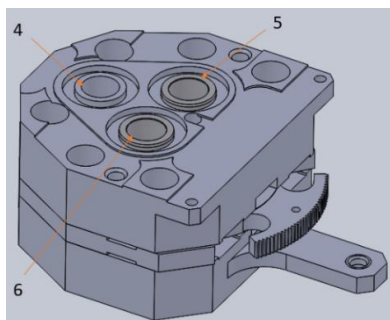


Рис. 2. Золотник гидравлического распределителя

3. Исходные данные для проведения параметрического исследования

- Угол поворота золотника: 20 градусов.
- Дискретность поворота золотника: 1 градус.
- Рабочая жидкость: Масло МГЕ10А.
- Давление на входе распределителя: 20 атм.
- Давление на выходе распределителя: 10 атм.
- Избыточное давление в клапане: 10 атм.

При проведении параметрического исследования процесс поворота золотника производился в направлении против часовой стрелки на величину 20 градусов с шагом, равным 1 градус (рис. 3).

На рисунке 4 указана система координат, в которой определялись равнодействующие гидравлических сил, в том числе поворотная ось C , вдоль которой на золотник действует вращающий момент от результирующих гидравлических сил, приложенных к внутренней цилиндрической грани золотника.

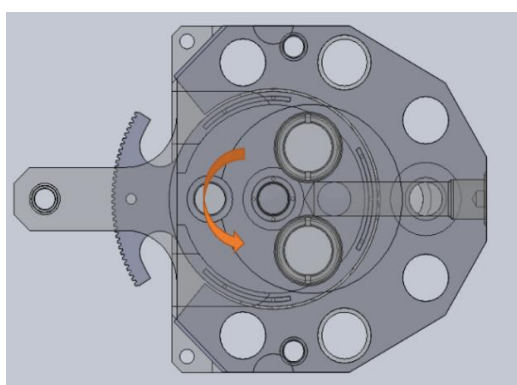


Рис. 3. Направление поворота золотника

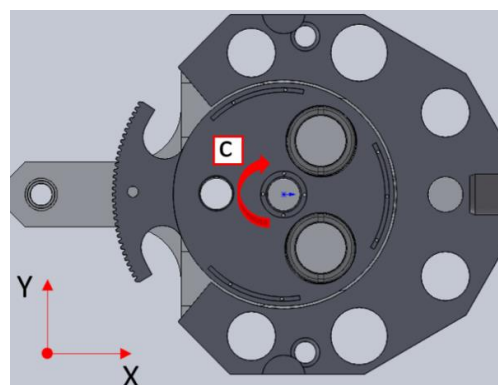


Рис. 4. Система координат

4. Исходные данные для проведения параметрического исследования

По результатам параметрического исследования была получена зависимость объемного расхода гидравлического распределителя от угла поворота золотника (рис. 5).

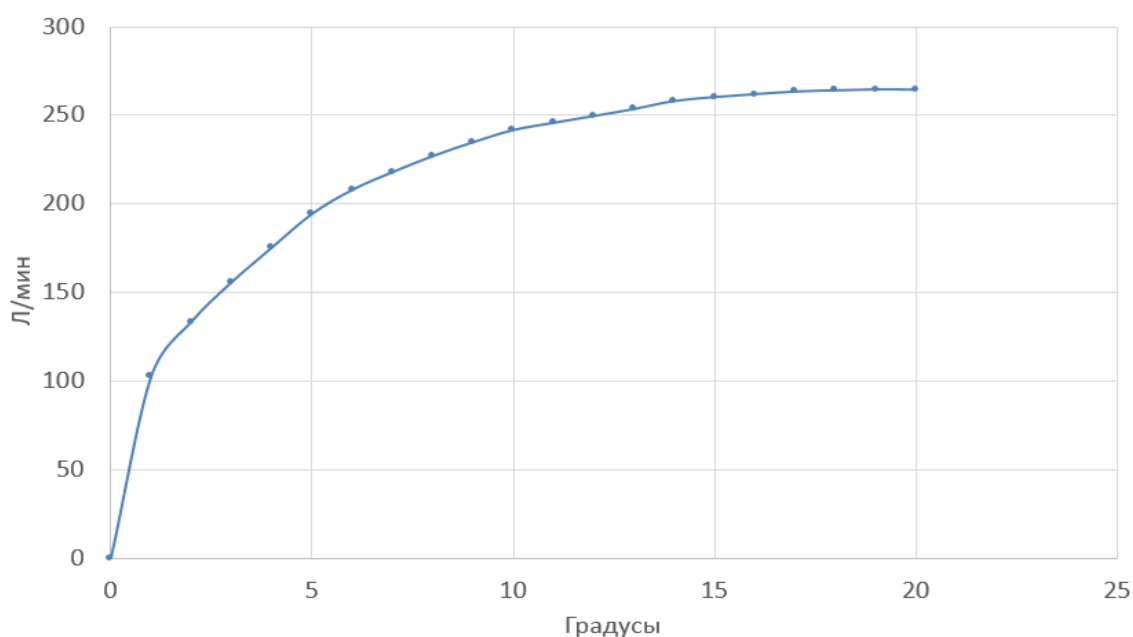


Рис. 5. Зависимость объемного расхода распределителя от угла поворота золотника

Также получены численные значения равнодействующей гидродинамической силы и ее направления в зависимости от угла поворота золотника гидравлического распределителя. После обработки полученных данных построен годограф гидродинамической силы (рис. 6).

На рисунке 7 представлен крутящий момент на золотнике гидравлического распределителя, возникающий в результате действия равнодействующей гидродинамической силы.

На рисунке 8 представлен график зависимости проекции гидродинамической силы на ось Y , в зависимости от угла поворота золотника.

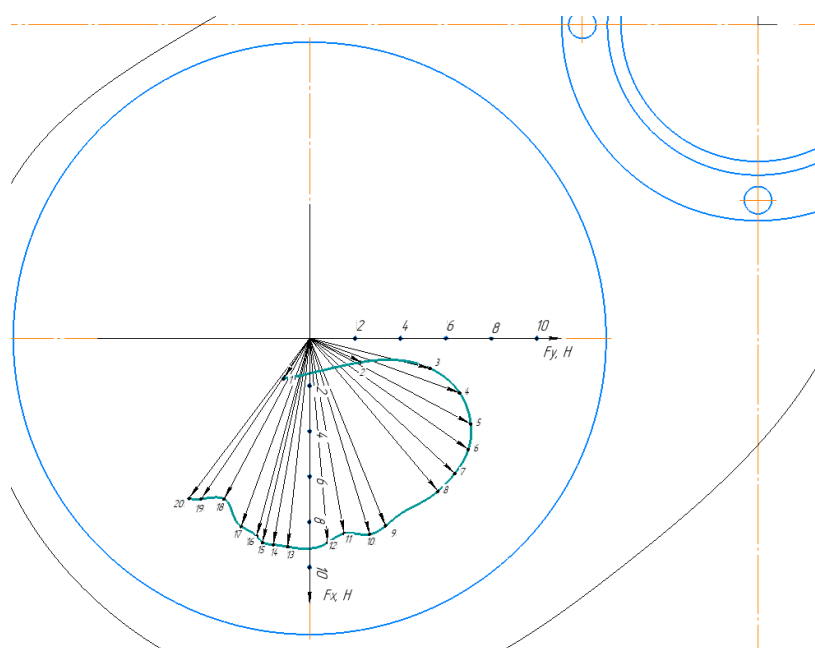


Рис. 6. Годограф равнодействующей гидродинамической силы

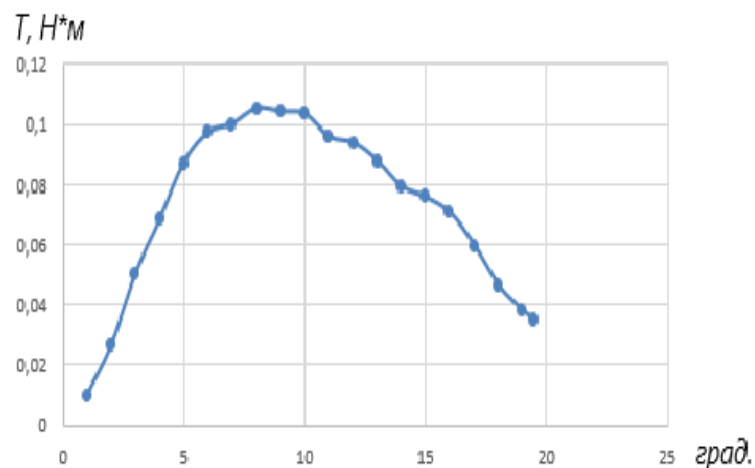


Рис. 7. График крутящего момента на золотнике гидравлического распределителя в зависимости от угла поворота золотника

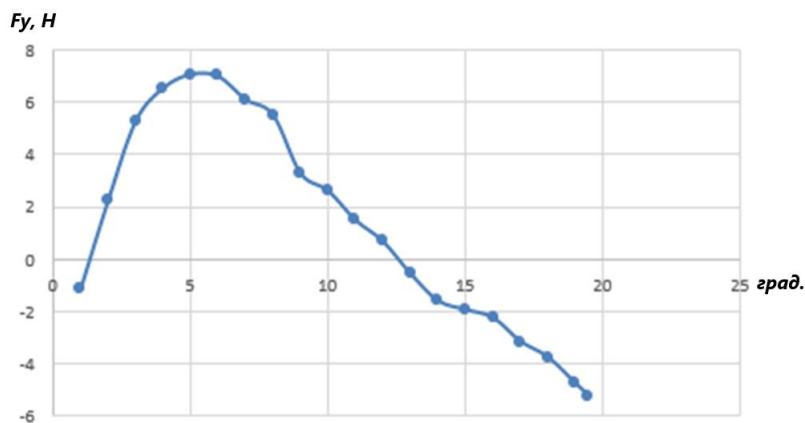


Рис. 8. График зависимости гидравлической силы, действующей на золотник вдоль оси Y, от угла поворота золотника

На рисунке 9 представлен график зависимости проекции гидродинамической силы на ось X в зависимости от угла поворота золотника.

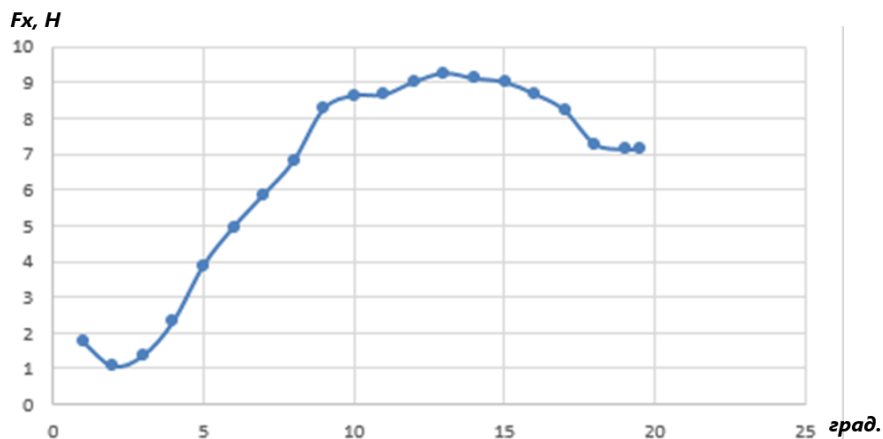


Рис. 9. График зависимости гидравлической силы, действующей на золотник вдоль оси X, от угла поворота золотника

4. Заключение

В результате проведенного параметрического исследования гидравлического распределителя получены зависимость объемного расхода распределителя в зависимости от угла поворота золотника, а также определены значения гидродинамической силы и момента, действующих на золотник распределителя в процессе работы. Полученные результаты обеспечивают возможность расчета расхода, давления и нагрузки гидравлической системы на основе исследуемого распределителя, а также возможность разработки привода вращения золотника.

Список использованных источников

1. Смелъницкий, С. Г. Исследование гидродинамических усилий на золотниках систем регулирования / С. Г. Смелъницкий, А. А. Калашников, В. И. Миндрин // Теплоэнергетика. – 1972. – Вып. 1. – С. 68 – 72.
2. Попов, Д. Н. О силах сопротивления, возникающих в золотниковых устройствах / Д. Н. Попов // Вестник машиностроения. – 1958. – № 2. – С. 26 – 28.
3. Нестационарная динамика баллистического полета / Ю. М. Липницкий и др. – М. : Союз, 2003. – 176 с.

УДК 681.121

А. А. Сухоруков

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: alex1102msk@yandex.ru

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ИНТЕГРАЛЬНОГО ТЕРМОАНЕМОМЕТРА

Аннотация. Разработаны компьютерные модели чувствительных элементов (ЧЭ) интегральных термоанемометров для преобразования информационных сигналов в микроструйной технике: 1) из тонкопленочного металлического резистивного материала, формируемого внутри канала; 2) из магниторезистивного материала с индуктивным элементом. Проведен сравнительный анализ материалов ЧЭ. Предложены схемы термоанемометрических измерений с активным и пассивным нагревом ЧЭ.

Ключевые слова: интегральный термоанемометр, информационный сигнал, тонкопленочный металлический резистивный материал,

1. Введение

В современном мире невозможно представить свою жизнь без таких объектов, как самолеты, атомные электростанции, подводные лодки и др. Отказ в работе таких объектов может привести к непоправимым последствиям. Для предотвращения катастроф создаются резервные каналы управления на основе физических принципов неэлектрической природы. В тех случаях, когда требо-

вания к быстродействию не превышают десятков килогерц, а требования к условиям эксплуатации весьма жесткие и определяют возможное воздействие на объект сильных ударов и вибраций и др., резервирование электронной системы целесообразно осуществлять при помощи устройств струйной техники, работа которой основана на взаимодействии струй газа или жидкости по заданному алгоритму [1, 2].

Объектом исследования в настоящей работе является термоанемометр для преобразования информационных сигналов в микроструйной технике.

2. Разработка компьютерной модели термоанемометра

Пьезоэлектрические и тензорезистивные датчики, как правило, имеют паразитную емкость (пневматическую) и усложняют конструкцию струйного устройства, увеличивают его массогабаритные размеры. Указанные недостатки могут быть устранены при помощи использования интегральных термоанемометров встроенных в каналы струйных элементов.

На рисунках 1, 2 представлены схемы размещения интегрального термоанемометра внутри канала микроструйного триггера. В данной конфигурации микроструйный триггер оснащен интегрированными термоанемометрами (обозначены темными полосами), расположенными непосредственно в его каналах. Подобная компоновка измерительных элементов обеспечивает высокоточный мониторинг параметров потока в каждом канале микроструйного устройства, исключая необходимость применения дополнительных внешних средств измерений. Данное решение позволяет минимизировать погрешности, связанные с внешними воздействиями, и повышает достоверность получаемых экспериментальных данных.

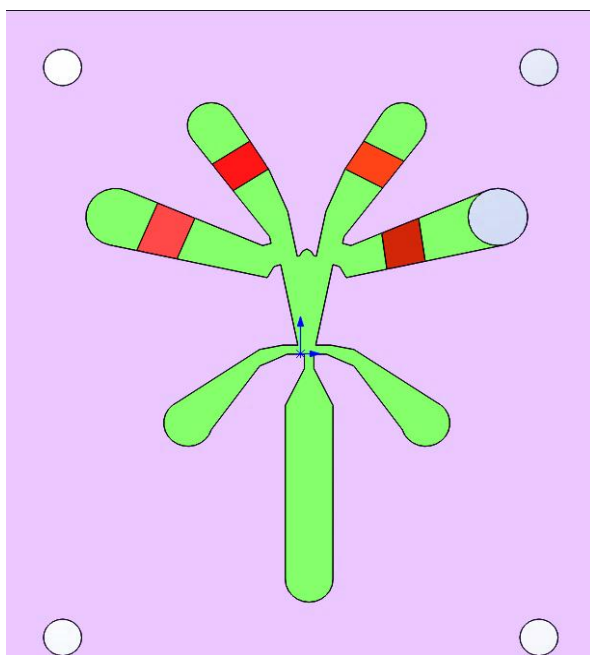


Рис. 1. 2D-модель ЧЭ, встроенных в каналы микроструйного триггера

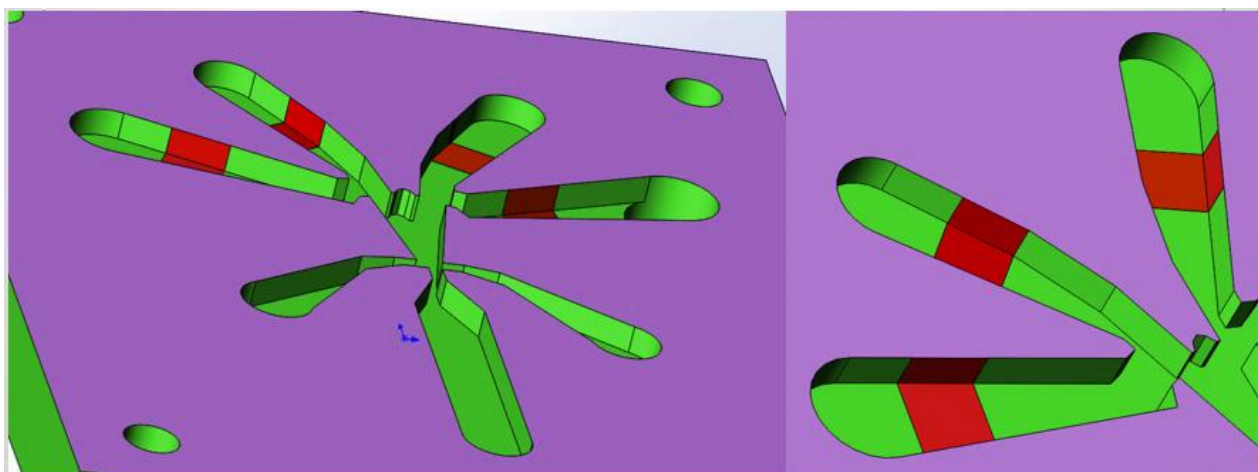


Рис. 2. 3D-модель ЧЭ, встроенных в каналы микроструйного триггера

В предлагаемом решении используется тонкопленочный термоанемометр, состоящий из двух функциональных материалов, напыляемых непосредственно внутрь микроструйного элемента. В таблицах 1, 2 представлены результаты расчета мощности при активном нагреве ЧЭ и длительности полупериода микроструйного сигнала 0,00025 с. При пассивном нагреве температура ЧЭ повышается при помощи специального нагревательного элемента; такая конструкция обеспечивает повышенную чувствительность за счет возможности достижения более высокой температуры, чем при активном нагреве. Однако при этом увеличиваются массогабаритные размеры ЧЭ. Стабильность и долговечность ЧЭ обеспечиваются при помощи дополнительных защитных слоев (например, оксидные пленки), которые значительно замедляют деградацию нагревательного элемента под воздействием агрессивных сред и термических нагрузок. Благодаря использованию тонкопленочных технологий (толщиной от десятков до сотен нанометров) может быть изготовлен миниатюрный ЧЭ, что делает его перспективным для применения в микроэлектромеханических системах (MEMS) и микрофлюидных устройствах. Таким образом, предложенная конструкция обладает высокой чувствительностью, компактностью и устойчивостью к эксплуатационным воздействиям, что расширяет ее возможности в прецизионных измерениях микропотоков.

1. Расчет данных для мощности

	$R = \rho \frac{L}{S}, \text{ Ом}$	$\Delta R = \lambda \Delta T R, \text{ Ом}$	$Q = mc\Delta T, \text{ Дж}$	$\rho, \text{ Ом} \cdot \text{м}$	ТКС ($\times 10^{-8} \text{ K}^{-1}$)
Pt	128,57	899 990	$44\,698 \cdot 10^5$	$1,06 \cdot 10^{-7}$	3,92
Ni	87,94	791 460	$148\,995 \cdot 10^5$	$6,99 \cdot 10^{-8}$	6,0
W	70,71	1 081 863	$45\,375 \cdot 10^5$	$5,6 \cdot 10^{-8}$	4,5
Ta	169,71	763 695	$47\,407 \cdot 10^5$	$13,2 \cdot 10^{-8}$	6,5

2. Расчет мощности нагрева ЧЭ

	$P = \frac{Q}{t_{0.5}}, \text{Вт}$
Pt	1,787
Ni	5,959
W	1,815
Ta	1,896

На рисунке 3 представлены схемы измерения для двух вариантов:
 1) с ЧЭ, нагревающимся за счет прохождения через него электрического тока;
 2) с ЧЭ, который нагревается от внешнего источника тепла.

На рисунке 4 представлена конструкция интегрального термоанемометра на основе магниторезистивных материалов, обладающая рядом преимуществ по сравнению с традиционными тонкопленочными двухкомпонентными аналогами. Датчик состоит из катушки индуктивности, внутри которой размещен ЧЭ термоанемометра. Подобная компоновка обеспечивает одновременное измерение двух независимых информационных параметров.

Изменение индуктивности катушки (ΔL) обусловлено изменением магнитной проницаемости материала ЧЭ при изменении его температуры.

Изменение падения напряжения на ЧЭ (ΔU) обусловлено температурным коэффициентом сопротивления.



Рис. 3. Варианты измерительных схем

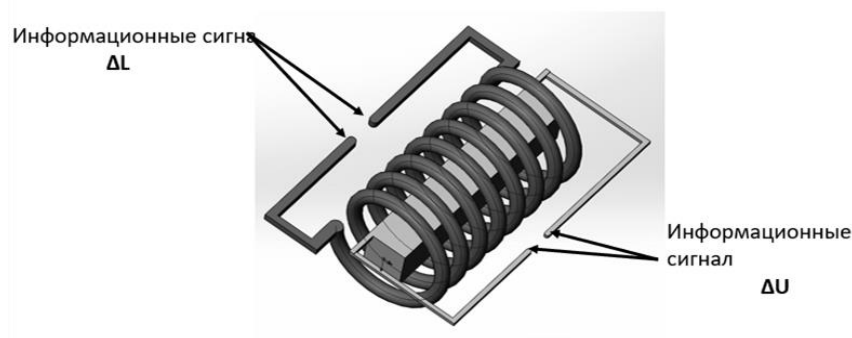


Рис. 4. Интегральный термоанемометр из магниторезистивных материалов

Комбинированная схема измерения, представленная на рис. 4, позволяет существенно повысить достоверность данных за счет взаимной корреляции сигналов, а также компенсировать возможные погрешности, связанные с внешними воздействиями. Кроме того, использование магниторезистивных материалов обеспечивает высокую чувствительность и быстродействие датчика, что особенно важно при исследовании высокочастотных микропотоков в микрофлюидных и MEMS-системах. Таким образом, предложенная конструкция термоанемометра демонстрирует улучшенные метрологические характеристики и расширенные функциональные возможности по сравнению с классическими тонкопленочными решениями.

3. Заключение

Разработаны компьютерные модели термоанемометрических ЧЭ, интегрированных во внутреннюю полость микроструйного канала. Данная конструкция обеспечивает возможность прямых высокоточных измерений параметров течения непосредственно в рабочей зоне микроструйного элемента, что исключает погрешности, связанные с косвенными методами диагностики. Использование встроенных термоанемометров позволяет получать локальные данные о скоростных и температурных характеристиках потока с высоким пространственным и временным разрешением непосредственно в микроструйном элементе.

Список использованных источников

1. Балабанов, А. В. Research of Free Oscillations of Membranes by Means of Microfluidic Pulses / А. В. Балабанов, А. А. Мамонтова, А. А. Сухоруков // Proceedings of 7th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT 2023). Astrakhan, Russian Federation: IEEE. – 2023. – С. 1 – 4. – URL : <https://ieeexplore.ieee.org/document/10347106>
2. Мамонтова, А. А. Разработка инструментальных средств для экспериментального исследования микроструйного генератора / А. А. Мамонтова, А. А. Сухоруков // Управление большими системами : тр. 18 Всерос. школы-конф. молодых ученых (УБС'2022, Челябинск). – Челябинск : Издательский центр ЮУрГУ, 2022. – С. 105 – 114.

ПОКАЗАТЕЛИ СТАБИЛЬНОСТИ РАБОТЫ СЕМИКАСКАДНОГО МИКРОСТРУЙНОГО ГЕНЕРАТОРА В ЛЕГКОЙ И ТЯЖЕЛОЙ ГАЗОВЫХ СРЕДАХ

Аннотация. Исследованы основные показатели стабильности работы семикаскадного микроструйного генератора в среде гелия и двуокиси углерода. В качестве основных показателей стабильности заданы девиация и статистическое распределение частоты выходного сигнала генератора. При этом измерения девиации частоты выполнены в контрольных точках дифференциального давления, а статистическое распределение частоты выявлено при помощи вычисления характеристик вариационных рядов для полученных экспериментальных данных.

Ключевые слова: дискретная микрофлюидика, микроструйный генератор, стабильность работы, девиация, вариационный ряд.

1. Введение

Микроструйный генератор [1 – 3] является одним из наиболее важных элементов дискретной микрофлюидики. Функциональные особенности генератора, связанные с пропорциональной зависимостью частоты выходного сигнала от расхода, скорости, давления и температуры рабочего вещества, обеспечивают возможность его использования в качестве тактового генератора, первичного преобразователя в измерителях скорости, объема, расхода, давления, плотности и температуры жидких и газообразных сред. Указанные выше функции могут быть реализованы с надлежащим качеством при условии количественного определения возможных погрешностей, возникающих в процессе работы, в частности отклонения основных функциональных характеристик во времени. В этой связи актуальность приобретают исследования девиации частоты выходного сигнала генератора – основного информационного сигнала. С этой целью проведены исследования стабильности работы экспериментального образца семикаскадного генератора в легкой и тяжелой газовых средах. В качестве легкой и тяжелой газовых сред выбраны газы – гелий и двуокись углерода, плотность которых, соответственно, меньше или больше плотности воздуха.

2. Основная часть

Исследование стабильности работы генератора выполнено при помощи специально созданного экспериментально стенда, структурная схема и основные элементы которого представлены на рис. 1. Источниками питания стенда

являются баллоны с гелием и двуокисью углерода. Далее давление газов предварительно понижается редукторами давления, установленными на баллонах. Для очистки газов от механических примесей размером до 5 мкм используется фильтр Ф. После фильтра установлен регулятор давления, предназначенный для точной регулировки давления питания генератора. Контроль величины давления осуществляется при помощи манометров МН1, МН2. Постоянный поток газа на входе в канал питания генератора преобразуется в две непрерывные последовательности импульсов, смещенных по фазе на 180° , на выходах генератора. Частота и форма этих импульсов после их предварительного пневмоэлектрического преобразования пьезоэлектрическим датчиком мембранного типа (ПДМТ) [1], а также усиления по амплитуде и фильтрации от синфазных помех дифференциальным усилителем, определяются цифровым осциллографом.

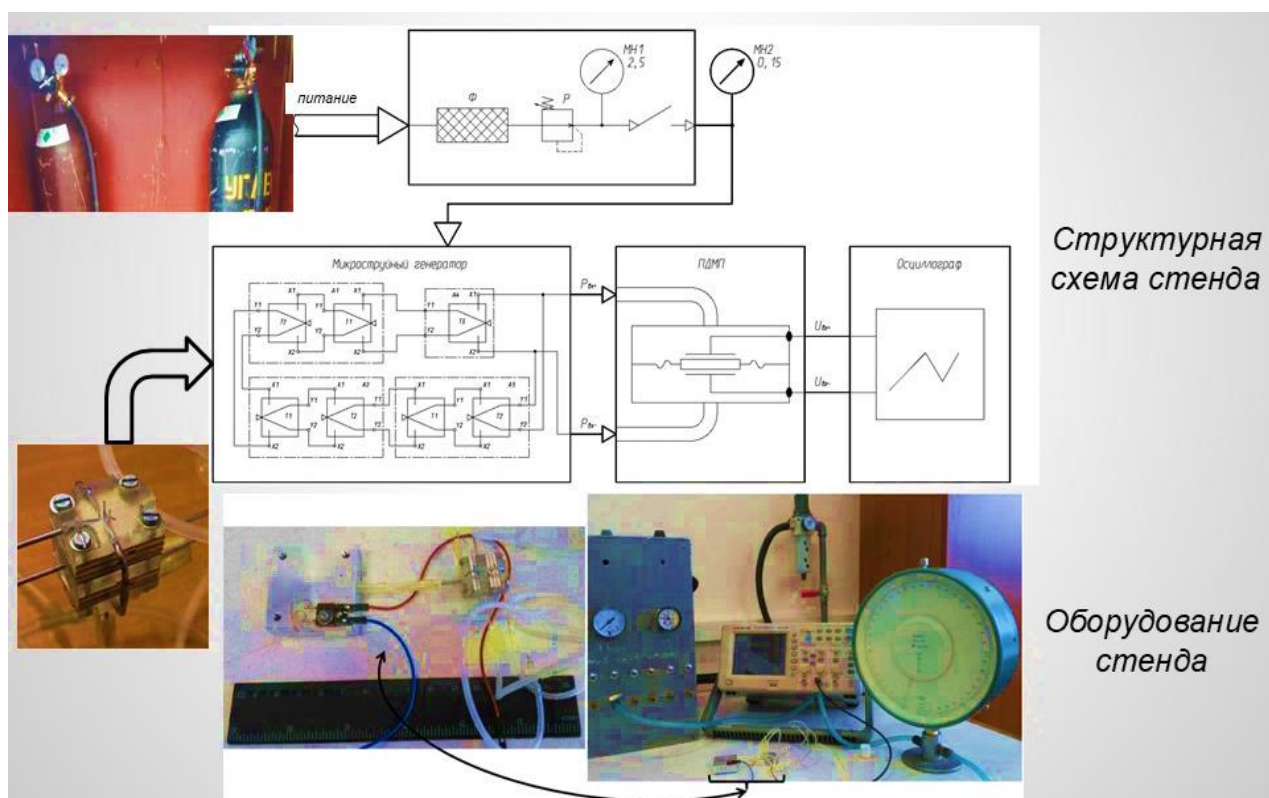


Рис. 1. Стенд для исследования стабильности работы семикаскадного микроструйного генератора

При проведении эксперимента на стенде, представленном на рис. 1, установлено, что амплитудный спектр выходного (электрического) сигнала ПДМТ неоднороден (рис. 2), что приводит к множественным фронтам сигнала и изменению его знака в течение одного полупериода и, как следствие, к искажению показаний частотомера.

Результаты анализа амплитудного спектра выходного сигнала ПДМТ представлены на рис. 3. Для построения графика на рис. 3, а использовался

интерполяционный сплайн. Графики гармонических составляющих, представленные на рис. 3, б, построены при помощи разложения сигнала на рис. 3, а в ряд Фурье с использованием специализированного программного обеспечения. Установлено, что неоднородность спектра возникает вследствие высших гармоник свободных колебаний мембраны с пьезокерамическим диском. Поэтому для корректного измерения средних частот рабочего диапазона генератора использовался электронный преобразователь, состоящий из фильтра низких частот и компаратора.

В таблице 1 представлены результаты исследования девиации частоты генератора на созданном экспериментальном стенде. Исследование выполнено в контрольных точках дифференциального давления 5, 15 и 30 кПа. Для каждой контрольной точки произведено 20 измерений частоты с интервалом 20 с.

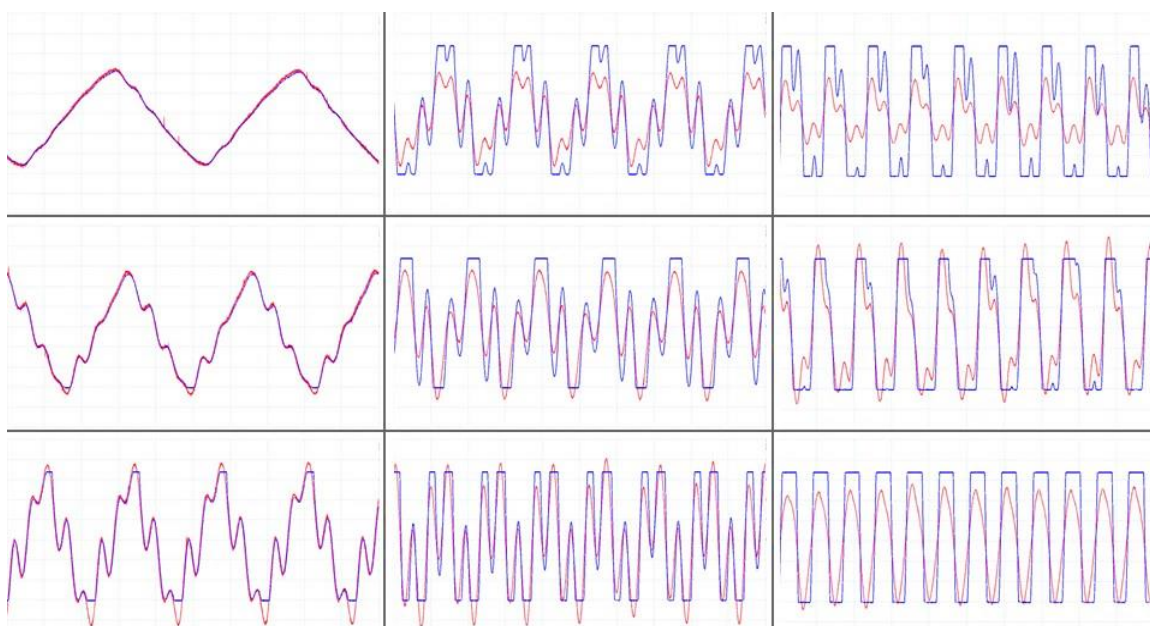


Рис. 2. Осциллограммы выходного сигнала ПДМТ

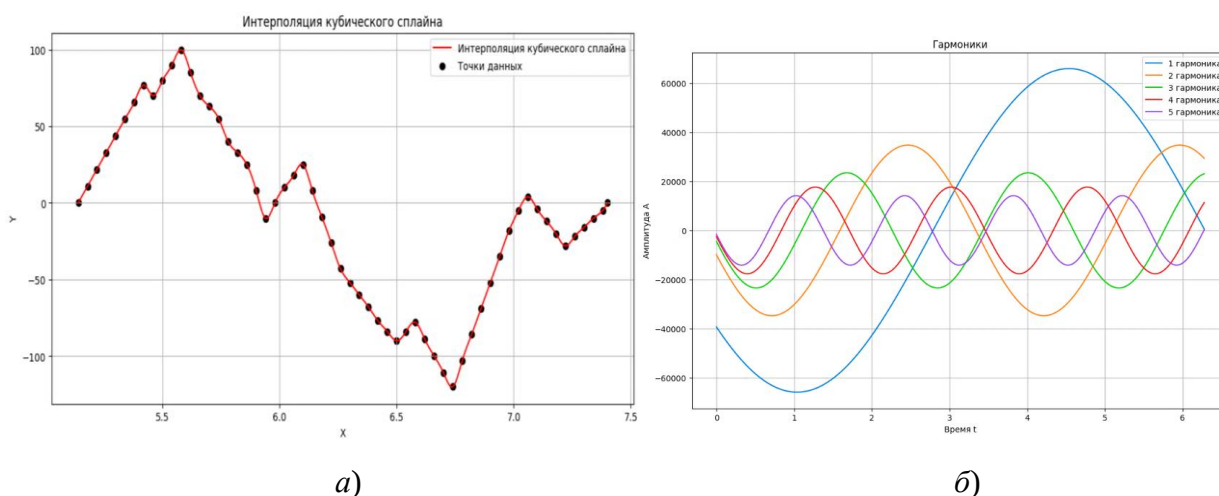


Рис. 3. Результаты анализа амплитудного спектра ПДМТ:
а – выходной сигнал; б – амплитудный спектр сигнала

1. Измеренные значения частоты генератора

$P_{\text{диф}}, \text{кПа}$ $t, \text{с}$	5, CO ₂	15, CO ₂	30, CO ₂	5, He	15, He	30, He
20	613,5	875,5	999,5	1686,5	2548	2965
40	613,5	875,5	1000	1686,5	2547	2965
50	613,5	875,5	1000	1686,5	2546	2960
60	613,5	875,5	1000,5	1686,5	2545	2960
100	613,5	875,5	1000,5	1686,5	2543,5	2958,5
120	613,5	875,5	1000,5	1686,5	2542	2958
140	613,5	875,5	1000,5	1686,5	2540	2958
160	613,5	875,5	1000,5	1686,5	2538,5	2956,5
180	613,5	875,5	1000,5	1686,5	2537,5	2956,5
200	613,5	875,5	1000,5	1686,5	2536,5	2954,5
220	615	875,5	1000,5	1686,5	2535,5	2954,5
240	615	875,5	1000,5	1686,5	2534,5	2954,5
260	615	875,5	1001	1686,5	2533,5	2952,5
280	615	875,5	1001	1686,5	2533	2952,5
300	615	875,5	1001	1686,5	2532,5	2950,5
320	615,5	875,5	1001	1686,5	2532	2947,5
340	615,5	875,5	1001	1686,5	2531,5	2945
360	616	875,5	1001	1686,5	2531	2945
380	616	875,5	1001,5	1686,5	2530,5	2944,5
400	616	875,5	1001,5	1686,5	2530,5	2942,5

Далее в целях определения основных характеристик вариационных рядов для полученных экспериментальных данных на первом этапе при помощи формулы Стерджеса (1) вычислено количество групп

$$n = 1 + 3,322 \lg N, \quad (1)$$

где N – общее количество измерений.

Тогда

$$n = 1 + 3,322 \lg 20 \approx 5.$$

При этом ширина интервала может быть вычислена в соответствии с (2)

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (2)$$

где $x_{\min}$, $x_{\max}$ – минимальное и максимальное значение частоты генератора при заданном давлении. Тогда, для рассматриваемого случая

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{616 - 613,5}{5} = 0,5 \text{ (для } P_{\text{диф}} = 5 \text{ кПа, CO}_2\text{);}$$

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{1686,5 - 1686,5}{5} = 0 \text{ (для } P_{\text{диф}} = 5 \text{ кПа, He).}$$

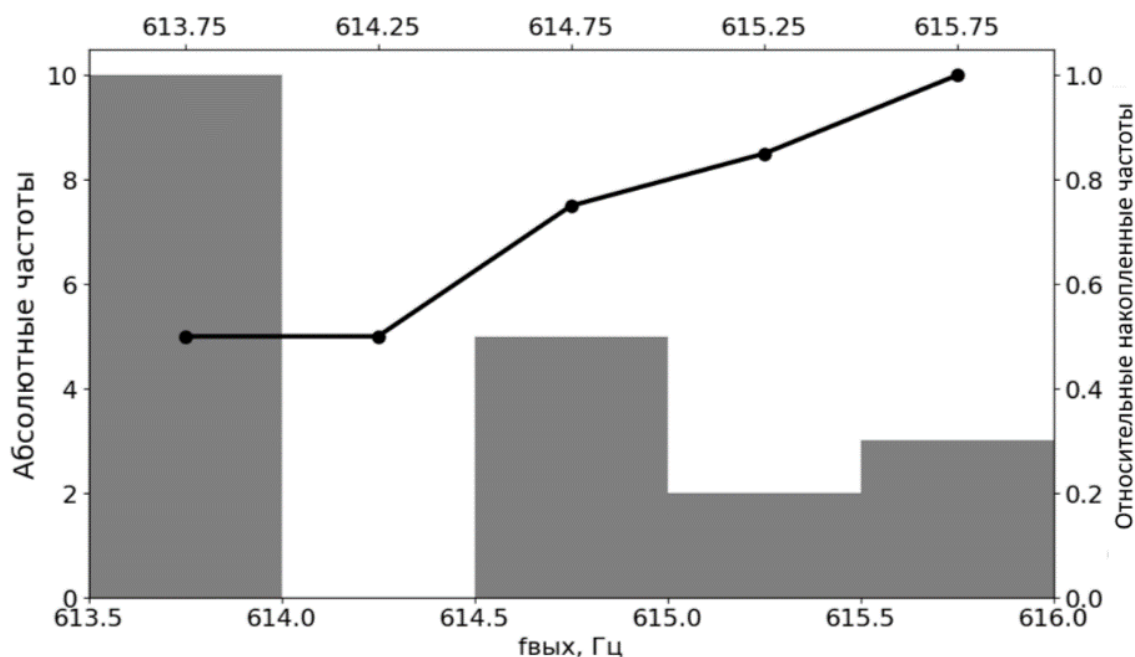


Рис. 4. Гистограмма и кумулята для CO₂ ($P_{\text{диф}} = 5$ кПа)

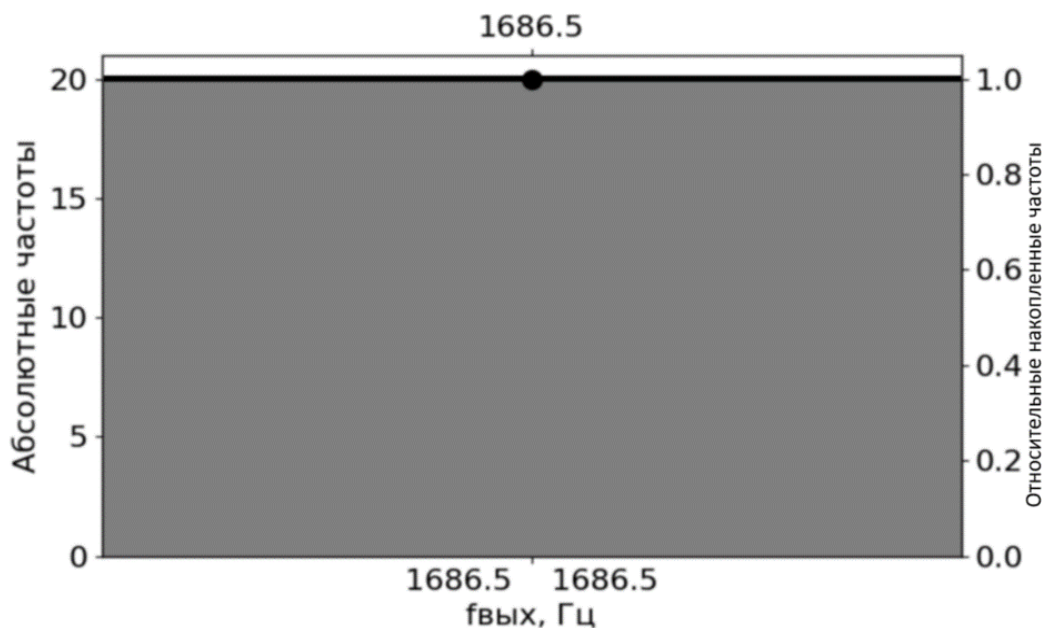


Рис. 5. Гистограмма и кумулята для He ($P_{\text{диф}} = 5$ кПа)

На основе полученных расчетных данных построен вариационный ряд распределения частоты выходного сигнала генератора и определены его основные характеристики: рис. 4 – гистограмма и экспериментальная кривая накопленных частот (кумулята).

По осям абсцисс на рис. 4 слева отложены абсолютные частоты, по оси абсцисс справа – относительно накопленные частоты. По оси ординат снизу – $f_{\text{вых}}$, Гц, сверху – варианты для экспериментальной кривой накопленных частот.

Аналогичным образом построены вариационные ряды для давлений питания 15, 30 кПа (рис. 6 – 9).

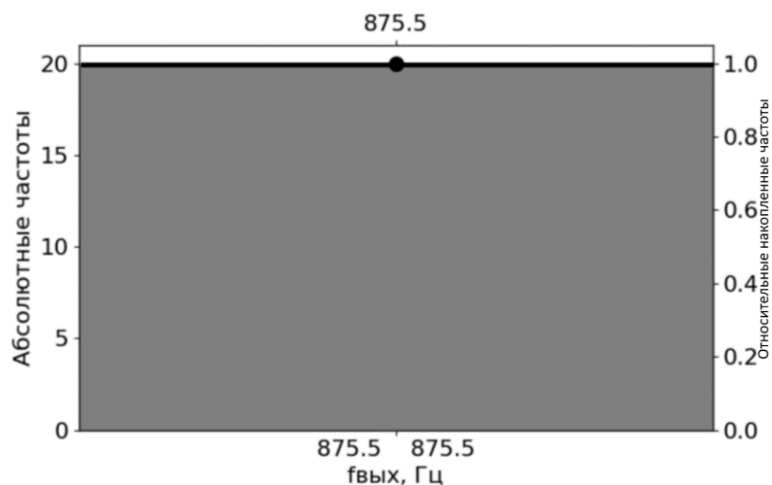


Рис. 6. Гистограмма и кумулята для CO_2 ($P_{\text{диф}} = 15 \text{ кПа}$)

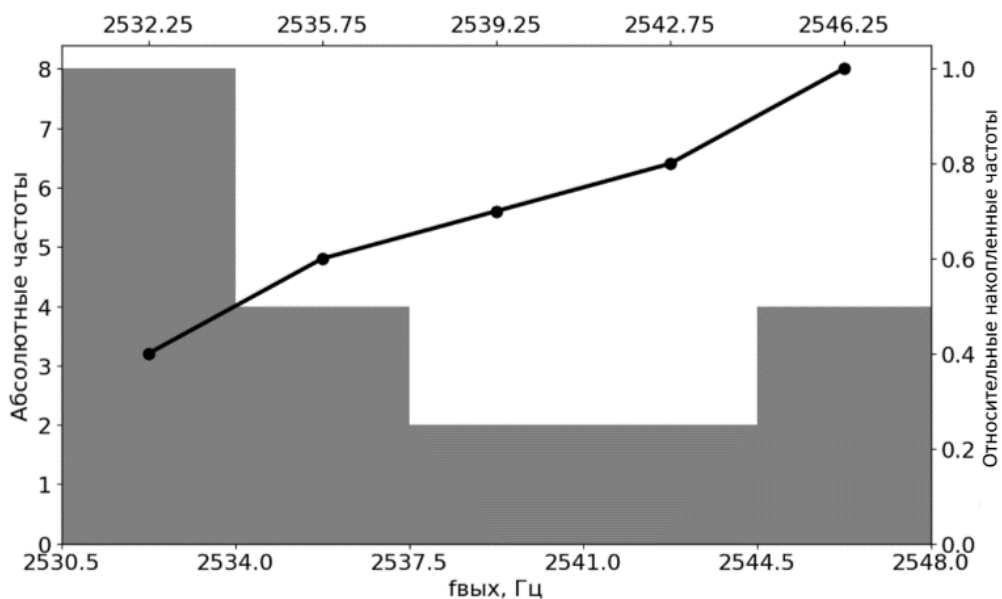


Рис. 7. Гистограмма и кумулята для He ($P_{\text{диф}} = 15 \text{ кПа}$)

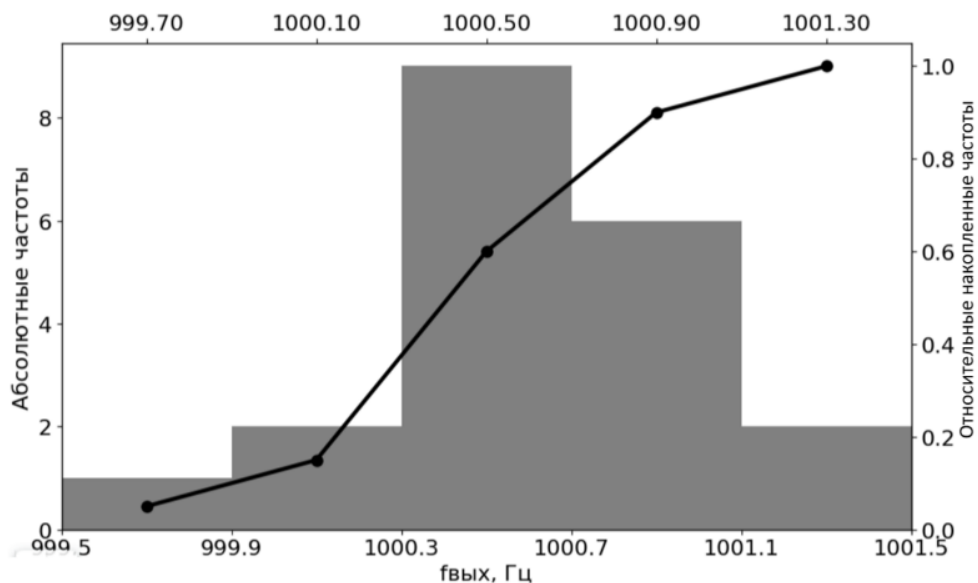


Рис. 8. Гистограмма и кумулята для CO_2 ($P_{\text{диф}} = 30 \text{ кПа}$)

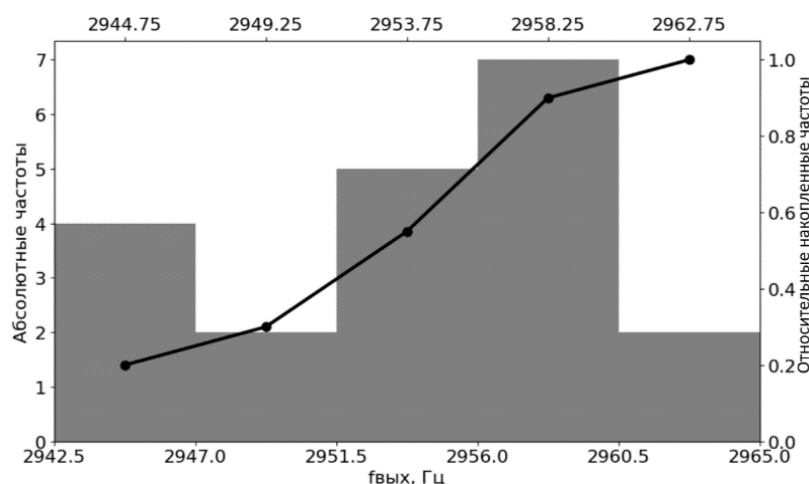


Рис. 9. Гистограмма и кумулята для He ($P_{\text{диф}} = 30$ кПа)

3. Заключение

В результате проведенных исследований получены следующие значения показателей стабильности работы семикаскадного микроструйного генератора в углекислотном и гелиевом потоках. Для дифференциального давления 5 кПа: частота генератора при работе на гелии не изменяется в течение испытательного интервала 400 с и равна 1686,5 Гц; частота генератора при работе на двуокиси углерода в течение аналогичного испытательного интервала изменяется в диапазоне от 613,5 до 616 Гц. Противоположные результаты получены для дифференциального давления 15 кПа: частота генератора при работе на двуокиси углерода остается постоянной и равна 875,5 Гц; при работе на гелии частота изменяется в диапазоне от 2530,5 до 2548 Гц. Плотности вероятностей значений частоты генератора для двуокиси углерода (в диапазоне от 613,5 до 616 Гц; $P_{\text{диф}} = 5$ кПа) и гелия (в диапазоне от 2530,5 до 2548 Гц; $P_{\text{диф}} = 15$ кПа) соответствуют U-квадратичному распределению. При дифференциальном давлении 30 кПа выходная частота генератора не остается постоянной в течение 400 с ни для гелия, ни для двуокиси углерода; при этом плотность вероятности значений частоты генератора для двуокиси углерода соответствует нормальному распределению с левосторонней асимметрией, а для гелия – композиционному распределению. Выявленные закономерности девиации частоты генератора обеспечивают возможность более точного расчета и прогнозирования его функциональных характеристик при разработке и эксплуатации.

Список использованных источников

1. Balabanov, A. V. Research of Free Oscillations of Membranes by Means of Microfluidic Pulses / A. V. Balabanov, A. A. Mamontova, A. A. Sukhorukov // Proceedings of 7th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT 2023). – Astrakhan, Russian Federation: IEEE, 2023. – P. 1 – 4.

2. Development of test generator for investigating performances of microfluidic bistable elements / A. V. Balabanov, A. M. Kasimov, A. A. Mamontova, et al. / Proceedings of 2022 International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT). – Astrakhan, Russian Federation: IEEE, 2022. P. 1-4.

3. Балабанов, А. В. Разработка и изготовление экспериментального образца семикаскадного микроструйного генератора / А. В. Балабанов, А. М. Касимов, В. Я. Фатеев // Датчики и Системы. – 2021. – № 1. – С. 63 – 68.

УДК 628.8

М. А. Терентьева, Ю. М. Рассадин

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: terentmarina@gmail.com

СИНТЕЗ ЗАКОНОВ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ДЛЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ МИКРОКЛИМАТОМ ПОМЕЩЕНИЯ НА ПОЛИГОНЕ ИПУ РАН

Аннотация. Разработан закон управления микроклиматом помещения на полигоне ИПУ РАН по обратной связи с управлением вентиляцией и кондиционированием. Модель теплового баланса используется в качестве описания динамики состояния объекта, рассматриваются тепловыделения от оборудования, людей и влияние наружной температуры. Численное моделирование с использованием метода Эйлера показало эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: микроклимат, уравнения теплового баланса, температура, ПИ-регулятор, моделирование, управление.

1. Введение

Современные научно-исследовательские и образовательные организации предъявляют высокие требования к микроклимату помещений. Температура должна быть комфортной для людей и безопасной для оборудования, особенно в условиях значительных тепловыделений от приборов. На полигоне ИПУ РАН помещения имеют разные режимы: например, в серверной необходимо охлаждение из-за работы техники, а в гостиной – поддержание комфортной температуры для сотрудников. Это формирует задачу управления с учетом многорежимности и изменяющихся внешних факторов.

Работа посвящена разработке мультирежимного регулятора для системы вентиляции и кондиционирования на полигоне ИПУ РАН. Цель – создание алгоритма, поддерживающего заданную температуру в помещениях с разными тепловыми нагрузками. Управление осуществляется через регулирование воздухообмена и мощности кондиционирования с учетом динамики тепловых процессов и колебаний наружной температуры.

В исследовании строится математическая модель тепловых процессов, разрабатывается алгоритм управления на основе обратной связи и проводится моделирование системы в течение нескольких суток. Результаты позволят оценить эффективность регулятора и предложить пути его оптимизации.

2. Постановка задачи

В данной работе решается задача обеспечения температуры в помещениях на заранее заданных уровнях T_{des} . Рассматривается полигон ИПУ РАН, основное внимание уделено двум комнатам: серверная и гостиная. Для каждой комнаты учитывается влияние внешней температуры воздуха в силу работы системы вентиляции, дополнительно для серверной комнаты учитывается тепловыделение от оборудования, а для гостиной – тепловыделение от людей.

Требуется построить математическую модель теплообмена в серверной и гостиной, сформулировать законы управления в виде ПИ-регуляторов, численно промоделировать динамику изменения температур под воздействием наружной температуры и присутствия людей и проанализировать поведение системы.

Известные начальные параметры:

- 1) объем серверной комнаты: $V_s = 40,6 \text{ м}^3$;
- 2) объем гостиной комнаты: $V_g = 71,187 \text{ м}^3$;
- 3) плотность воздуха: $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$;
- 4) начальная температура в серверной комнате: $T_s(0) = 300 \text{ К}$;
- 5) начальная температура в гостиной комнате: $T_g(0) = 300 \text{ К}$;
- 6) желаемая температура в серверной комнате: $T_{des,s} = 293 \text{ К}$;
- 7) желаемая температура в гостиной комнате: $T_{des,g} = 296 \text{ К}$;
- 8) тепловая мощность сервера: $Q_{сервера} = 1500 \text{ Вт}$;
- 9) тепловыделение человека: $W_{oc} = 120 \text{ Вт}$;
- 10) удельная теплоемкость воздуха: $c_p = 1005 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$;
- 11) временной промежуток – 2 дня, шаг – 0,1 с.

Для корректного синтеза законов управления микроклиматом необходимо учитывать возмущающие воздействия внешней среды, которые существенно влияют на тепловой баланс здания и работу климатического оборудования. Промоделируем влияние внешней среды, для этого воспользуемся аналитической моделью суточных колебаний температуры наружного воздуха. В данной работе применим упрощенную, но физически обоснованную модель синусоидального изменения температуры:

$$T_{\text{погодн}}(t) = 274 + 3 \sin\left(\frac{2\pi t}{86\,400}\right),$$

где t – время в секундах; 86 400 – количество секунд в сутках (24 часа).

При учете влияния погодных условий часто применяют синусоидальную форму температурной зависимости, которая позволяет воспроизвести колебания, связанные со сменой дня и ночи. Такой подход полезен в случаях, когда

нет детальных метеорологических данных. Он, например, описан в работе [1], где рассматривается применение синусоидальных функций для воссоздания периодических изменений температуры.

Теперь необходимо вывести уравнения теплового баланса системы. Будем основываться на микроклиматической модели, представленной в источнике [2]. Подобные модели теплового баланса, как и алгоритмы управления на их основе, активно применялись и в классических автоматизированных системах, в том числе реализованных на микроЭВМ, что подробно рассмотрено в [3]. В настоящей работе акцент сделан на регулировании температуры в помещениях, динамика температуры в которых, близкая к условиям в серверной и гостинной комнатах, описывается следующим образом:

$$\begin{cases} m_s c_p \frac{dT_s(t)}{dt} = Q_{\text{сервера}} + \alpha_1 m_s c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_s(t)), \\ m_g c_p \frac{dT_g(t)}{dt} = N_{oc}(t) W_{oc} + Q_{\text{heat}} + \alpha_2 m_g c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_g(t)), \end{cases}$$

где $m_s = V_s \cdot \rho$, $m_g = V_g \cdot \rho$, $N_{oc}(t)$ – количество людей в помещении.

На температуру также влияют теплопередача через ограждения, солнечная радиация и другие факторы, описанные в [4], но для исследуемых помещений эти параметры признаны второстепенными. Предложенная модель сохраняет достоверность, так как практика автоматизации [5, 6] подтверждает эффективность подобных упрощенных моделей для управления.

3. Расчет управляющих воздействий системы и прогнозирование температурного режима

Управляющими воздействиями системы выступают коэффициент воздухообмена, определяющий долю подменяемого вентиляцией воздуха в единицу времени (α_1 и α_2) и тепловая мощность системы кондиционирования (Q_{heat}).

Сначала найдем α_1 . Пусть $e_1 = T_s(t) - T_{des,s}$ – ошибка регулирования, отражающая отклонение текущей температуры $T_s(t)$ от заданного значения $T_{des,s}$. Рассмотрим производную этой ошибки $\dot{e}_1$, поскольку именно динамика ошибки позволяет оценить, как быстро и устойчиво система реагирует на изменения и стремится к заданному значению. Анализируя производную, можно разработать стратегию управления, обеспечивающую не только минимальную ошибку регулирования, но и желаемую динамику переходного процесса. Получим:

$$\dot{e}_1 = \dot{T}_s(t) - \dot{T}_{des,s} = \frac{1}{m_s c_p} \left(Q_{\text{сервера}} + \alpha_1 m_s c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_s(t)) \right).$$

Для начала рассмотрим возможность применения П-регулятора в качестве закона управления. Этот подход позволяет обеспечить простую и быструю реакцию системы на изменение температуры, однако его возможности ограни-

чены при наличии постоянных внешних возмущений. В частности, для нашего случая (постоянного тепловыделения серверного оборудования) важно проанализировать, будет ли П-регулятор обеспечивать приемлемое качество управления. Если:

$$\alpha_1 m_s c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_s(t)) = m_s c_p (-k_1 e_1),$$

то

$$\dot{e}_1 = \frac{1}{m_s c_p} (Q_{\text{сервера}} + m_s c_p (-k_1 e_1)) = \frac{Q_{\text{сервера}}}{m_s c_p} - k_1 e_1,$$

где k_1 – коэффициент пропорциональной обратной связи.

$$\frac{de_1}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{Q_{\text{сервера}}}{m_s c_p} - k_1 e_1 = 0.$$

Получим ошибку установившегося режима при П-регуляторе:

$$e_1 = \frac{Q_{\text{сервера}}}{k_1 m_s c_p}.$$

Видно, что чем больше коэффициент пропорциональной обратной связи, тем меньше ошибка регулирования. Если нужно, чтобы $e_1 < \Delta$, где Δ – требуемая точность регулирования, то

$$k_1 > \frac{Q_{\text{сервера}}}{\Delta m_s c_p}.$$

Пусть $\Delta = 1$, то $k_1 > \frac{Q_{\text{сервера}}}{m_s c_p}$.

На рисунке 1 видно, что желаемая температура $T_{des,s} = 293$ К не была достигнута даже при наличии допустимого отклонения. Это свидетельствует о наличии установившейся ошибки, вызванной постоянным тепловыделением серверного оборудования, которое можно рассматривать как внешнее стационарное возмущение. В таких условиях пропорциональный регулятор не способен обеспечить необходимое качество управления. Для компенсации постоянного возмущения и устранения статической ошибки воспользуемся ПИ-регулятором.

Получим:

$$\alpha_1 m_s c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_s(t)) = m_s c_p \left(-k_1 e_1 - k_{i1} \Delta t \sum_{j=1}^n e_{j1} \right),$$

где k_{i1} – коэффициент интегральной составляющей.

Так как $T_s(t) = e_1 + T_{des,s}$, то

$$\alpha_1 = \frac{1}{T_{\text{погодн}}(t) - e_1 - T_{des,s}} \left(-k_1 e_1 - k_{i1} \Delta t \sum_{j=1}^n e_{j1} \right).$$

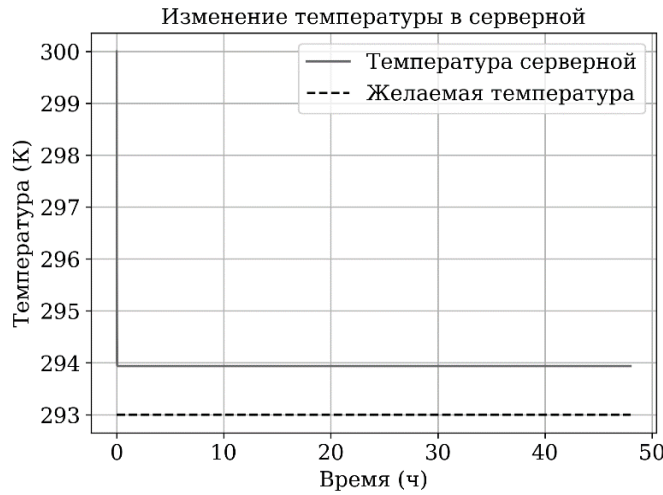


Рис. 1. Пример работы П-регулятора в серверной комнате

Заметим, что ПИ-регулятор эффективен в решении задач управления для систем с постоянными возмущениями. Этот подход широко применяется в теории автоматического управления [7].

Рассмотрим управляющие параметры для гостиной комнаты (α_2 и Q_{heat}). Покажем, что, как и для модели теплообмена серверной, закон управления строится на основе ПИ-регулирования с компенсацией возмущений. Рассмотрим сначала поведение системы с законом управления в виде П-регулятора. Если

$$Q_{heat} + \alpha_2 m_g c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_g(t)) = m_g c_p (-k_2 e_2),$$

то

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = \dot{T}_g(t) &= \frac{1}{m_g c_p} \left(Q_{heat} + N_{oc} W_{oc} + \alpha_2 m_g c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_g(t)) \right) = \\ &= -k_2 e_2 + \frac{N_{oc} W_{oc}}{m_g c_p}, \end{aligned}$$

где k_2 — коэффициент пропорциональной обратной связи, $N_{oc} = \max(N_{oc}(t))$.

$$\frac{de_2}{dt} = 0 \Leftrightarrow -k_2 e_2 + \frac{N_{oc} W_{oc}}{m_g c_p} = 0.$$

Получим ошибку установившегося режима при П-регуляторе:

$$e_2 = \frac{N_{oc} W_{oc}}{k_2 m_g c_p}.$$

Если нужно, чтобы $e_2 < \Delta$, где Δ — требуемая точность регулирования, то возникает следующее условие:

$$k_2 > \frac{N_{oc} W_{oc}}{\Delta m_g c_p}.$$

Пусть $\Delta = 1$, то $k_2 > \frac{N_{oc} W_{oc}}{m_g c_p}$.

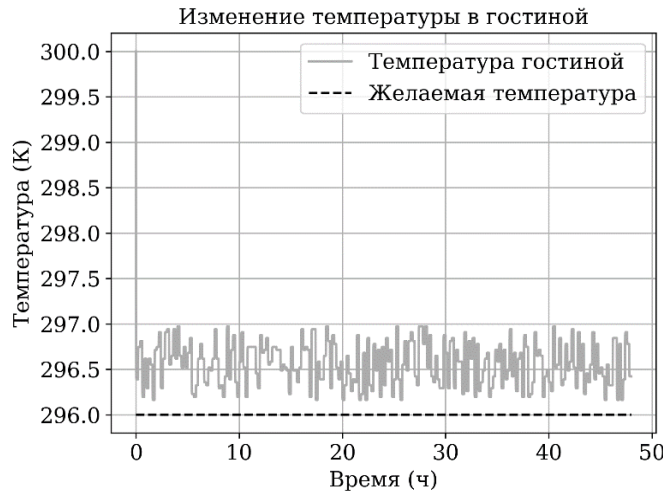


Рис. 2. Пример работы П-регулятора в гостиной комнате

На рисунке 2 видно, что желаемая температура $T_{des,g} = 296$ К вообще не была достигнута даже при наличии допустимого отклонения из-за воздействия внешних неконтролируемых возмущений от присутствующих в помещении людей. Хотя количество людей в помещении может меняться, на некоторых продолжительных промежутках времени будем считать его постоянным. Кроме того, существенно то, что характер изменений этой величины является ступенчатым. Поэтому аналогично воспользуемся ПИ-регулятором.

Получим:

$$Q_{heat} + \alpha_2 m_g c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_g(t)) = m_g c_p \left(-k_2 e_2 - k_{i2} \Delta t \sum_{j=1}^n e_{j2} \right),$$

где k_{i2} – коэффициент интегральной составляющей.

Рассмотрим возможные варианты выбора управляющих воздействий. Можно перекрыть вентиляцию и тогда Q_{heat} , т.е. система кондиционирования, полностью отрабатывает ПИ-регулятор. Однако для иллюстрации работоспособности алгоритма назначим:

$$Q_{heat} = \frac{1}{2} m_g c_p \left(-k_2 e_2 - k_{i2} \Delta t \sum_{j=1}^n e_{j2} \right),$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2 (T_{\text{погодн}}(t) - T_g(t))} \left(-k_2 e_2 - k_{i2} \Delta t \sum_{j=1}^n e_{j2} \right).$$

В дальнейшем управление вентиляцией будет назначено исходя из других критериев, например, комфорт посетителей, и оно будет использоваться для поддержания уровня содержания углекислого газа, но на данном этапе работы это не рассматривается.

Для проведения численного эксперимента воспользуемся методом Эйлера, как наиболее простым и устойчивым для данного класса задач, обеспечивающим достаточную точность при малом шаге интегрирования. Температура на следующем временном шаге вычисляется следующим образом:

$$\begin{cases} T_s(t + \Delta t) = T_s(t) + \frac{1}{m_s c_p} \left(Q_{\text{сервера}} + \alpha_1 m_s c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_s(t)) \right) \Delta t, \\ T_g(t + \Delta t) = T_g(t) + \frac{1}{m_g c_p} \left(Q_{\text{heat}} + N_{oc}(t) W_{oc} + \alpha_2 m_g c_p (T_{\text{погодн}}(t) - T_g(t)) \right) \Delta t. \end{cases}$$

4. Исследование и настройка регуляторов

В ходе исследования были найдены наиболее подходящие параметры управления вентиляцией серверной комнаты. Известно, что $k_1 > \frac{1500}{m_s c_p} \approx 0,03$ и $k_{i1} \neq 0$.

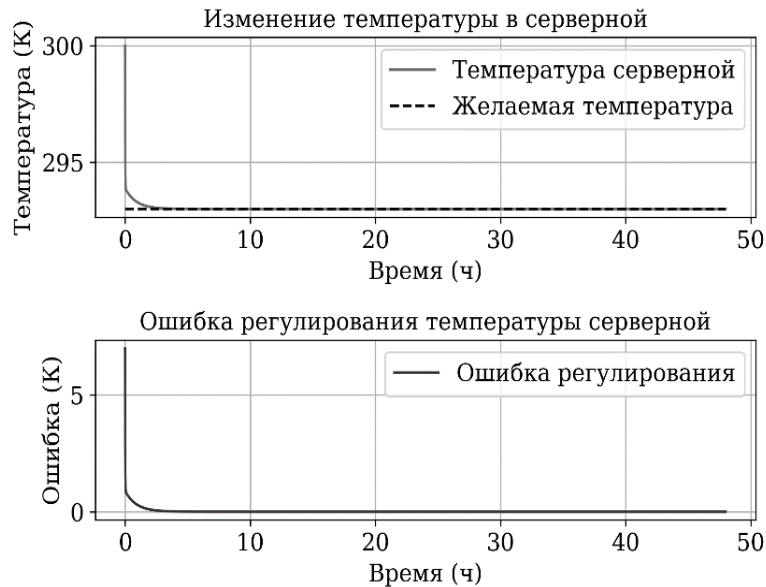


Рис. 3. Результат работы

На рисунке 3 представлены результаты моделирования при $k_1 = \frac{1600}{m_s c_p}$, $k_{i1} = \frac{0,5}{m_s c_p}$. Показан лучший результат настройки: температура быстро достигла заданного значения без колебаний. Такое поведение достигается благодаря низким коэффициентам пропорциональной составляющей и интегральной составляющей. Таким образом, именно этот вариант можно рассматривать как наиболее эффективный.

Далее были найдены наиболее подходящие параметры управления вентиляцией гостиной. Известно, что $k_2 > \frac{3600}{m_g c_p} \approx 0,04$ и $k_{i2} \neq 0$.

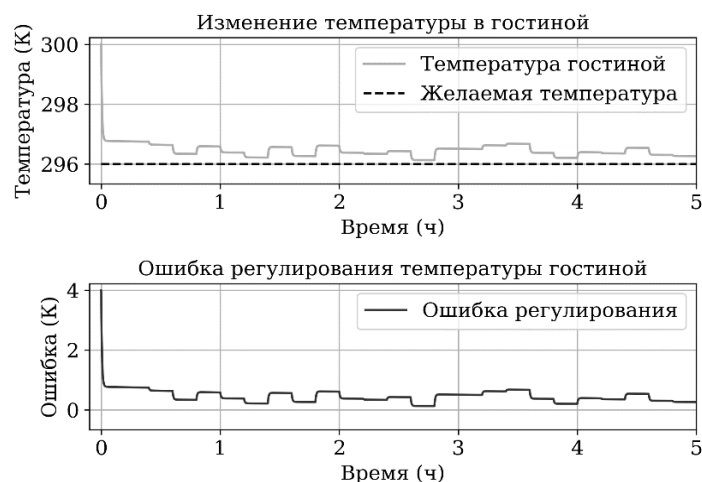


Рис. 4. Результат работы

На рисунке 4 представлены результаты моделирования при $k_1 = \frac{3700}{m_g c_p}$, $k_{i2} = \frac{0,1}{m_g c_p}$. Показан лучший результат настройки: температура стремится к желаемой с отклонением в $\Delta = 1$ К, а ошибка регулирования стремится к нулю. Таким образом, именно этот вариант можно рассматривать как наиболее эффективный.

5. Заключение

В работе разработана модель динамики температуры для серверной и гостиной, учитывающая тепловые нагрузки от оборудования, людей и суточные колебания наружной температуры. На основе ПИ-регулирования создан мультирежимный алгоритм управления вентиляцией и кондиционированием, демонстрирующий устойчивую работу в различных условиях. В серверной достигается быстрое регулирование без перерегулирования, а в гостиной система эффективно компенсирует случайные изменения тепловой нагрузки, удерживая температуру в допустимых пределах. Модель может стать основой для развития систем управления микроклиматом с расширением на учет теплотерь, влажности и качества воздуха. Перспективным направлением является применение предиктивных стратегий (MPC) для повышения адаптивности и энергоэффективности системы.

Список использованных источников

1. Fundamentals of Heat and Mass Transfer / F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, A. S. Lavine. – 6th ed. – Hoboken : John Wiley & Sons, 2007. – 997 p.
2. Model Predictive Control of Indoor Microclimate: Existing Building Stock Comfort Improvement / A. Ryzhov, H. Ouerdane, E. Gryazina, et al. // Energy Conversion and Management. – 2019. – V. 179. – P. 219 – 228.

3. Бесекерский, В. А. Системы автоматического управления с микро-ЭВМ / В. А. Бесекерский, В. А. Изранцев. – Ленинград : Машиностроение, 1987. – 312 с.

4. ASHRAE Handbook–Fundamentals (SI). – Atlanta: ASHRAE, 2017. – URL : <https://studylib.es/doc/8956387/2017-ashrae-handbook-fundamentals-si.pdf>

5. Автоматизация климата / Умный дом – xLogic. – URL : <https://xlogic.ru/articles/avtomatizaciya-klimata/>.

6. Системы климат-контроля – Airwet. – URL : <https://airwet.ru/tpost/ftcnfujyd1-sistemi-klimat-kontrolya>.

7. Мирошник, И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы : учеб. пособие / И. В. Мирошник. – СПб. : Питер, 2005. – 336 с.

УДК 62-133.32

П. А. Тимошев

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: p.timoshev@gmail.com

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МИКРОТУРБИНЫ СО СТРУЙНО-МЕМБРАННОЙ СИСТЕМОЙ УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. Объектом исследования является микротурбина, предназначенная для использования в качестве силового привода в колесном транспортном средстве со струйно-мембранной системой управления [1 – 4]. Усовершенствована физическая модель механической части стенда для экспериментального исследования скоростных и энергетических характеристик в части реализации измерительного диска-энкодера. Создан и протестирован блок датчиков энкодера. Разработан и реализован алгоритм определения частоты вращения ротора микротурбины.

Ключевые слова: микротурбина, скоростные характеристики, энергетические характеристики, экспериментальный стенд, алгоритм расчета частоты, энкодер.

1. Введение

В рамках данной работы рассматривается проектирование и разработка стенда, предназначенного для проведения экспериментальных исследований свойств микротурбины, которая выступает в качестве силового привода наземного робота, построенного на основе струйно-мембранной элементной базы. С помощью этого стенда можно изучить характеристики микротурбины: частоту вращения выходного вала при разных значениях крутящего момента и колебания этой частоты во времени (скоростные характеристики), а также выходную мощность турбины и создаваемый ей вращающий момент на валу (энергетические характеристики).

Важность данной исследовательской темы обусловлена необходимостью разработки расчетных прикладных методик, позволяющих создавать микротурбины для применения в качестве приводов в колесно-транспортных системах и исполнительных механизмов систем управления, работающих на струйно-мембранной основе. Данные разработки предназначены для эффективного решения широкого спектра задач в экстремальных условиях, где применение электроники невозможно.

Описание работы стенда.

Стенд для изучения зависимости частоты вращения вала микротурбины от давления в питающей системе и отклонения частоты включает следующие компоненты: регулятор давления (РД); микротурбина (турбина); управляемая муфта (муфта); измерительный диск – энкодер; двигатель постоянного тока (Д); блок питания постоянного напряжения до 30 В (БП); блок датчиков энкодера (VD); электронный преобразователь на основе дифференциального усилителя (ЭП); вычислительный микроконтроллер; осциллограф.

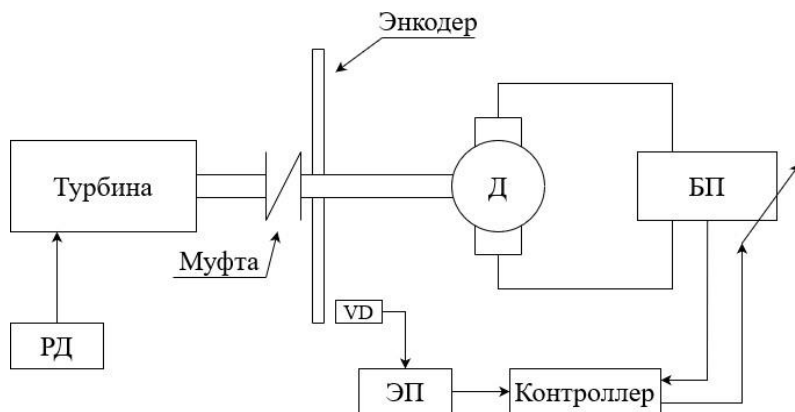


Рис. 1. Структурная схема стенда

Принцип работы.

Микротурбина механически соединена с валом двигателя постоянного тока (Д) через жесткую муфту. Нагрузка на турбину регулируется изменением напряжения, подаваемого от блока питания (БП) на двигатель. Таким образом, варьируя напряжение, можно управлять крутящим моментом на валу микротурбины.

ПротивоЭДС в обмотке якоря Д рассчитывается по формуле

$$E_{\text{я}} = U_{\text{п}} - I_{\text{я}} R_{\Sigma}. \quad (1)$$

Противодействующий момент на выходном валу микротурбины равен:

$$M_{\text{пр}} = E_{\text{я}} I_{\text{я}} / \omega, \quad (2)$$

где $E_{\text{я}}$ – противоЭДС, возникающее в обмотке якоря Д, В; $U_{\text{п}}$ – напряжение питания двигателя, измеренное вольтметром V, В; $I_{\text{я}}$ – ток в обмотке якоря двигателя, измеренный амперметром, А; R_{Σ} – суммарное сопротивление обмотки

якоря двигателя, измеренное омметром, Ом; ω – угловая скорость вращения якоря двигателя, рад/с.

Измерительная система частоты вращения.

На валу двигателя (Д) установлен энкодерный диск, содержащий 34 чередующихся черных и белых сектора. Особенностью конструкции является наличие одного сектора, размер которого втрое превышает остальные – это обеспечивает референсную метку для точного определения частоты вращения.

Система измерения включает:

1. Оптический датчик, состоящий из:
 - светодиода (излучатель);
 - фотодиода (приемник).
2. Электронный преобразователь (ЭП) для обработки сигнала:

Принцип измерения.

При вращении диска светодиод генерирует световые импульсы, которые отражаются от поверхности диска. Интенсивность отраженного сигнала зависит от цвета сектора:

- белые секторы дают сильный отраженный сигнал;
- черные секторы значительно поглощают излучение, что приводит к ослаблению сигнала.

Разница в амплитуде отраженных сигналов фиксируется измерительной цепью, содержащей токоизмерительный резистор, включенный последовательно с фотодиодом. Электронный преобразователь анализирует эти изменения амплитуды, преобразуя их в сигнал, пропорциональный частоте вращения вала. Последовательность импульсов с выхода дифференциального усилителя поступает на вход микроконтроллера, который вычисляет частоту вращения вала и выводит значение этой частоты на ЖК-индикатор.

2. Разработанные инструментальные средства

Доработанная физическая модель механической части стенда.

Механическая часть стенда включает следующие основные элементы:

- 1) микротурбина;
- 2) управляемая муфта;
- 3) измерительный диск;
- 4) двигатель постоянного тока (Д);
- 5) кронштейн.

Добавлен полностью функционирующий энкодер – измерительный диск, на который нанесена разделяющая поверхность – черные и белые области. Эта текстура представляет собой бумагу, на которой с шагом в 10 градусов поочередно нанесены черные и белые полосы. Черные секторы – области с пониженным коэффициентом отражения. Белые секторы – области с повышенным коэффициентом отражения.

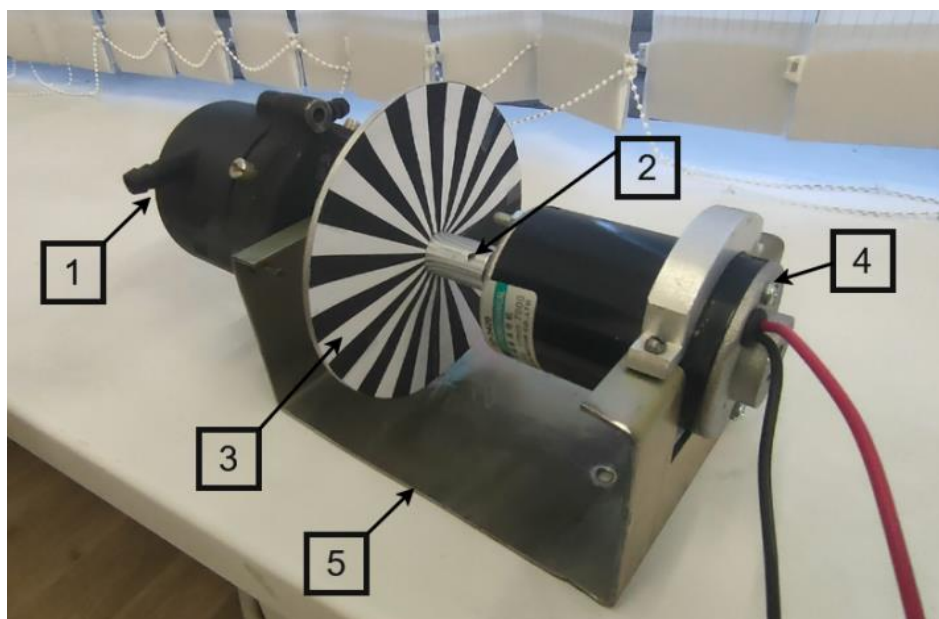


Рис. 2. Изготовленная механическая часть стенда

Доработана электрическая часть стенда.

Изготовлен и протестирован блок датчиков энкодера:

- создана плата для крепления измерительных диодов;
- к плате прикреплены основные датчики свето- и фотодиоды;
- к плате припаян датчик тока – постоянный резистор, связанный с диодами;
- плата соединена с электронным преобразователем на основе дифференциального усилителя;
- ЭП соединен с управляющим контроллером, который обрабатывает сигнал.

Изготовлен и протестирован ЭП – печатная плата с установленными свето- и фотодиодами, датчиком тока, дифференциальным усилителем с пассивными элементами и электрическими соединителями. ЭП соединен с управляющим микроконтроллером, который обрабатывает сигнал в соответствии с алгоритмом, представленным на рис. 6.

Используемая цепь измерительных диодов для получения сигнала на вход в микроконтроллер и расчета частоты вращения микротурбины.

Разработана схема платы для подключения измерительных диодов.

Схема состоит из двух меандров, расположенных параллельно друг другу для удобного закрепления свето- и фотодиодов. К этим меандрам крепятся катод-выводы свето- и фотодиодов. Один из резисторов, соединенных с меандром, где расположена цепь фотодиода, используется как датчик тока в цепи фотодиода. Падение напряжения на таком резисторе зависит от проводимости фотодиода.

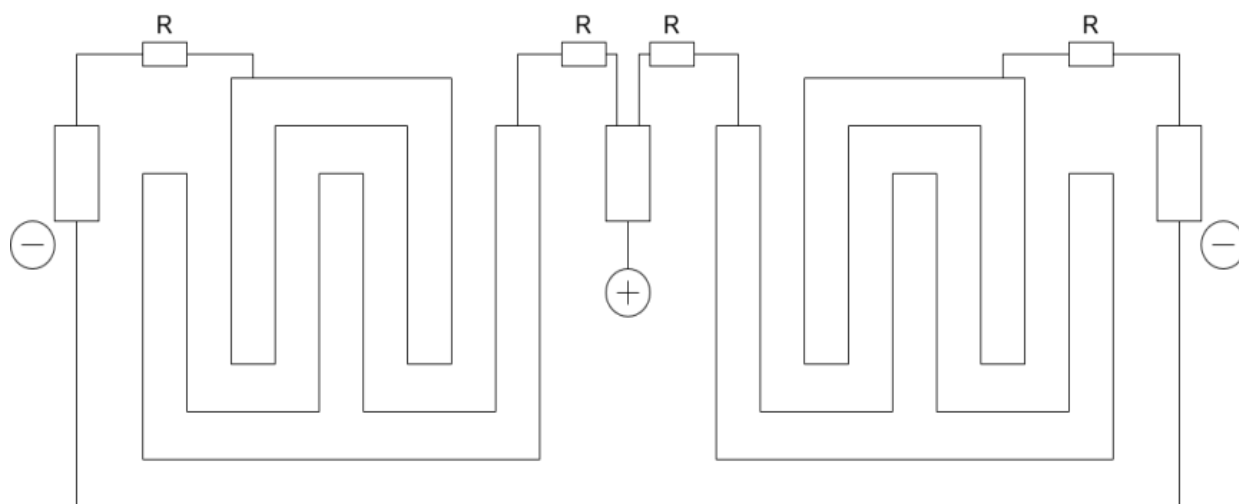


Рис. 3. Схема платы для диодов

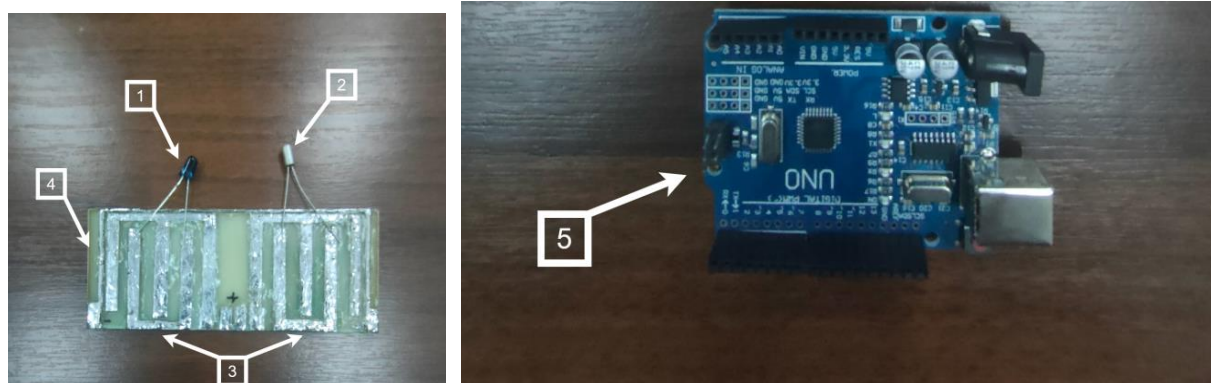


**Рис. 4. Компоненты блока датчиков энкодера
и плата микроконтроллера Atmega 328P**

После блока датчиков измерительного диска сигнал поступает на ЭП, где уровень напряжения приводится к уровням логических нуля и единицы и подается на вычислительный микроконтроллер Atmega 328P для расчета частоты и девиации частоты вращения турбины.

В компоненты блока датчиков энкодера входят:

1 – светодиод;

2 – фотодиод;

3 – пара меандров для выбора местоположений диодов;

4 – плата, к которой крепятся измерительные диоды;

5 – плата микроконтроллера atmega 328p, к которой будет подключена цепь измерительных диодов с платы.

Графики сигнала, проходящего через электронный преобразователь.

Результаты лабораторных испытаний блока датчика энкодера по приведению сигнала на вход в микроконтроллер представлены на рис. 5 в виде осциллограмм.

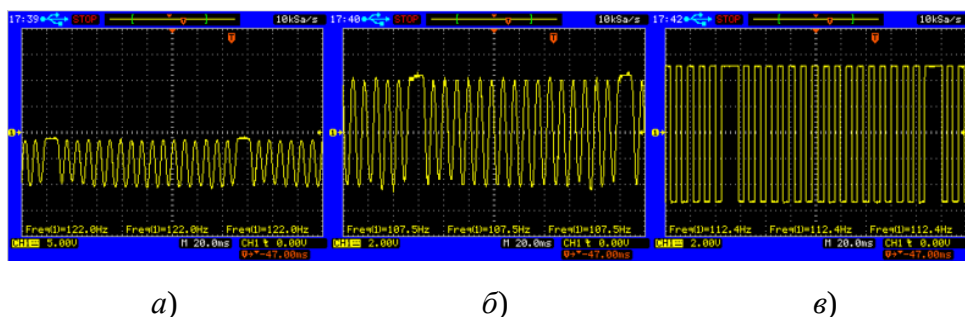


Рис. 5. Осциллограммы прохождения сигнала с энкодера через ЭП:

а – сигнал с измерительного диска, поступающий на вход в ЭП;

б – сигнал после дифференциального усилителя в ЭП;

в – сигнал после компаратора, который и считывается микроконтроллером Atmega 328P

Структура сигнала на выходе из ЭП.

Алгоритм вычисления частоты представляет собой следующую последовательность операций:

1) считываем входной сигнал;

2) если это логическая единица – вычисляем его продолжительность и запоминаем;

3) сравниваем продолжительности текущего и предыдущего сигналов «1», и если их отношение больше 1,5 – запоминаем текущий сигнал как время появления нуля метки;

4) Вычисляем значение частоты по формуле

$$f = \frac{1}{t_T - t_{пр}}, \quad (3)$$

где f – частота вращения вала микротурбины, Гц; t_T , $t_{пр}$ – текущее и предыдущее время считывания нуля-метки, с.

Алгоритм расчета частоты вращения ротора турбины.

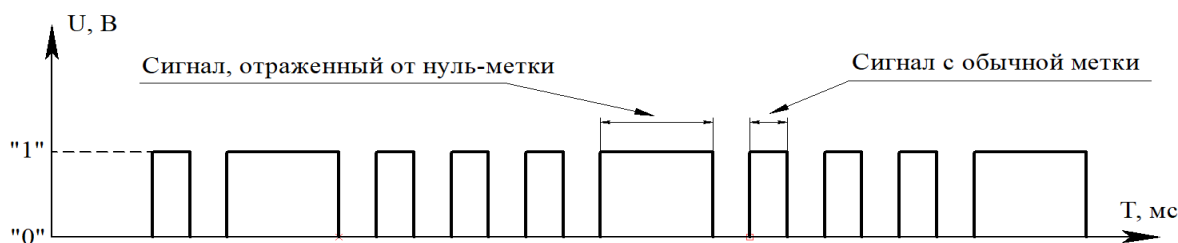


Рис. 6. Структура сигнала на Atmega 328P

Таким образом, создан экспериментальный стенд для исследования скоростных и энергетических характеристик микротурбины со струйно-мембранной системой управления. При этом регулировка режимов работы стенда осуществляется вручную. В этой связи задача будущих исследований заключается

в создании системы автоматического управления, обеспечивающей возможность определения характеристик микротурбины во всем рабочем диапазоне, без использования ручной регулировки давления питания микротурбины и напряжения питания двигателя постоянного тока.

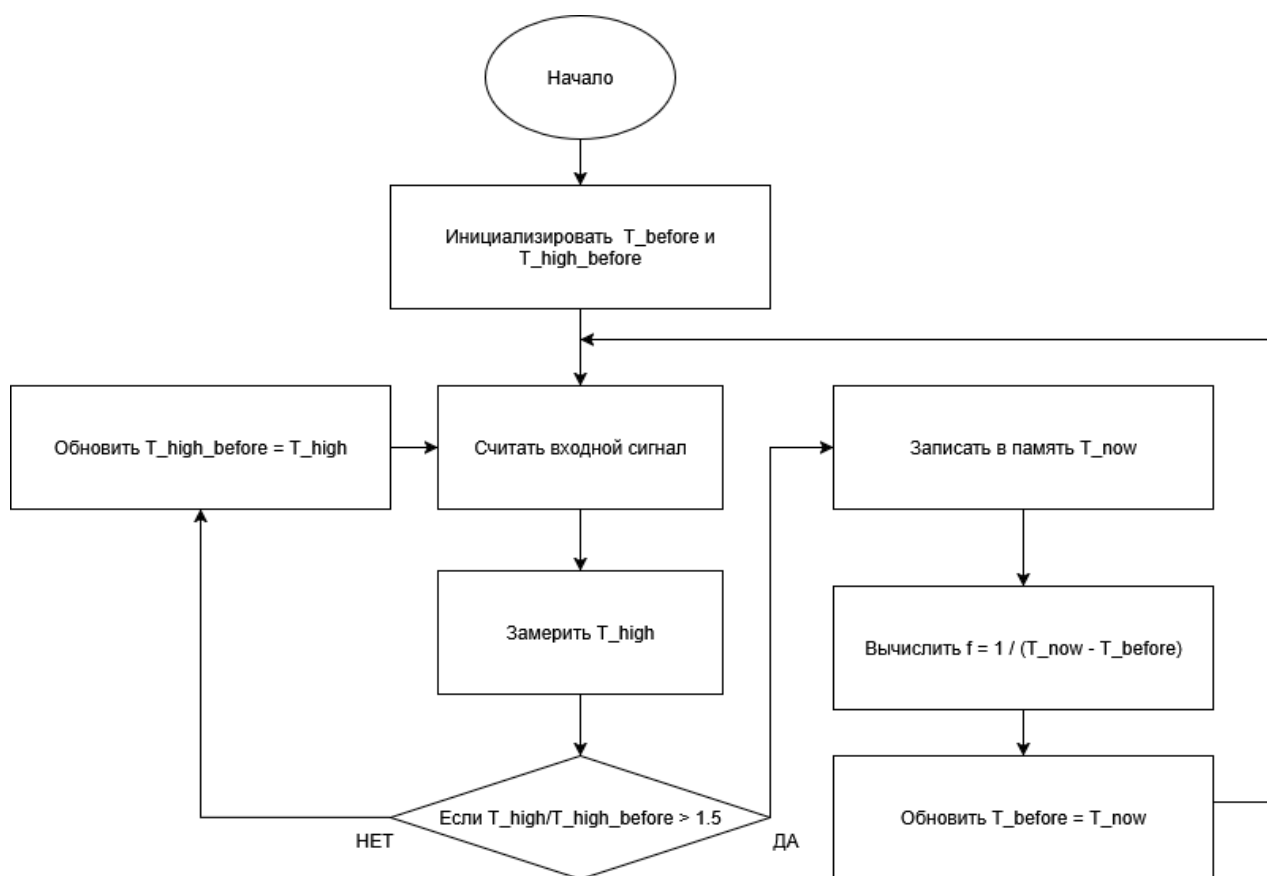


Рис. 7. Алгоритм расчета частоты вращения микротурбины, реализованный на микроконтроллере Atmega 328P:

T_before – предыдущее время считывания нуль-метки;

T_now – текущее время считывания нуль-метки;

T_high_before – предыдущая длительность сигнала логической единицы;

T_high – текущая длительность сигнала логической единицы;

f – частота вращения микротурбины

3. Заключение

В результате проведенных исследований разработан комплексный стенд для экспериментального изучения скоростных и энергетических характеристик микротурбины, используемой в качестве силового привода транспортного средства со струйно-мембранной системой управления. В ходе работы создано техническое обеспечение, включающее макет микротурбины и двигатель постоянного тока с энкодерной системой измерения, а также математическое обеспечение, содержащее аналитические зависимости для расчета мощности и крутящего момента на валу микротурбины и алгоритм определения частоты вращения ротора по данным энкодера.

Задачей будущих исследований по теме работы станет разработка автоматизированной системы управления стендом, которая позволит осуществлять программное регулирование давления питания микротурбины и напряжения на двигателе постоянного тока в соответствии с заданными нагрузочными характеристиками.

Список использованных источников

1. Командное устройство систем управления радиационностойких роботов на струйно-мембранной элементной базе / А. В. Балабанов, В. С. Безменов, А. А. Мамонтова, А. А. Сухоруков // Датчики и системы. – 2022. – № 4. – С. 42 – 46.
2. Касимов, А. М. Метод разработки микроструйных функциональных узлов робастных резервных систем управления критическими объектами / А. М. Касимов, А. В. Балабанов // Проблемы управления безопасностью сложных систем : материалы 26 Междунар. конф. (ПУБСС'2018, Москва). – М. : ИПУ РАН, 2018. – С. 284 – 288.
3. Касимов, А. М. Вопросы разработки и реализации разнородной системы управления летательным аппаратом / А. М. Касимов, Э. М. Мамедли, Л. И. Мельников // Датчики и системы. – 2012. – № 5. – С. 2 – 6.
4. Разработка технического решения по предупреждению попадания одновинтового вертолета в неуправляемое вращение / В. А. Ивчин, К. Ю. Самсонов, А. М. Касимов, А. И. Попов // Научный Вестник МГТУ ГА. – 2022. – Т. 25, № 3. – С. 51 – 60.

УДК 51.74

М. А. Филонова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Москва, Россия

e-mail: zvezdfilonova@yandex.ru,

Е. А. Барабанова

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ФОТОННОГО ДВУХКАСКАДНОГО КОММУТАТОРА В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ

Аннотация. Исследована двухфазная система массового обслуживания в переходном режиме, моделирующая работу двухкаскадного оптического коммутатора. На основе уравнений Колмогорова проанализированы вероятности состояний системы, вероятность отказа и пропускная способность. Показано, что изменение соотношения интенсивностей обслуживания на двух фазах влияет на пропускную способность коммутатора. Результаты имеют значение для проектирования полностью оптических телекоммуникационных систем.

Ключевые слова: система массового обслуживания, дифференциальные уравнения, фотонный коммутатор.

1. Введение

Фотонные сети являются перспективным направлением развития телекоммуникационных систем. Это связано в первую очередь с высокой пропускной способностью таких сетей, помехозащищенностью и скрытностью [1]. Одним из адекватных способов описания функционирования узлов фотонных сетей и их характеристик производительности является аппарат теории массового обслуживания [2]. В зависимости от архитектуры фотонного коммутатора (матричный, Баньян, схема Клоза, дуальная схема и др.) для описания его работы необходимо выбрать подходящую модель системы массового обслуживания (СМО). В данной работе для описания функционирования двухкаскадных коммутационных систем дуального типа предлагается рассмотреть модель двухфазной СМО [3]. Важно отметить, что акцент делается на исследовании нестационарных характеристик производительности коммутатора, так как в случае пикосекундных переключений сигналов фотонных устройств, время нестационарного режима становится сравнимым с временем передачи нескольких пакетов.

2. Постановка задачи

Рассматривается двухфазная СМО, в которую поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Заявки обслуживаются по порядку: сначала в первой фазе, затем – во второй в соответствии с экспоненциальным распределением времени обслуживания, с интенсивностями μ_1 и μ_2 соответственно. Каждая фаза представляет собой однолинейную СМО с ожиданием.

На рисунке 1: S_0 – состояние, когда в системе нет заявок; $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1(n_1+1)}$ – заявки обслуживаются в первой фазе; $S_{21}, S_{22}, \dots, S_{2(n_2+1)}$ – заявки обслуживаются во второй фазе, где n_1 и n_2 – размер буфера первой и второй фаз соответственно.

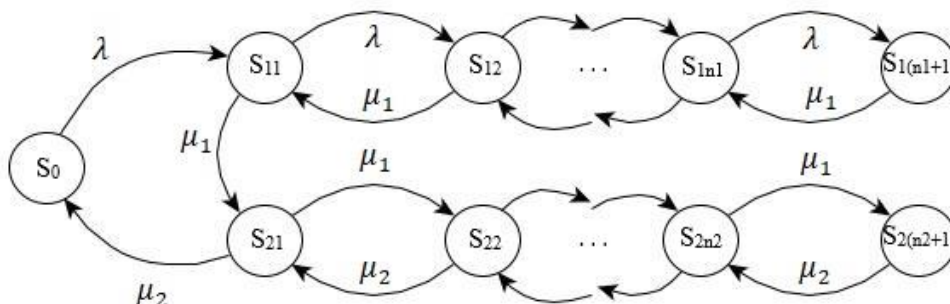


Рис. 1. Граф состояний двухфазной СМО

Требуется проанализировать характеристики производительности двухфазной СМО в переходном режиме.

3. Математическая модель коммутатора

Для исследования характеристик производительности двухфазной СМО используется метод матрицы преобразования вероятностей [2], который позволяет исследовать нестационарный режим работы СМО. Матрица преобразования вероятностей составляется на основе системы дифференциальных уравнений Колмогорова, которая записывается на основе графа состояний системы (рис. 1). Рассматриваемая СМО описывается следующей системой (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_0}{dt} = -\lambda p_0(t) + \mu_2 p_4(t) \\ \frac{dp_{11}}{dt} = \lambda p_0(t) - (\lambda + \mu_1) p_{11}(t) + \mu_2 p_{12}(t) \\ \frac{dp_{12}}{dt} = \lambda p_{11}(t) - (\lambda + \mu_1) p_{12}(t) + \mu_1 p_{13}(t) \\ \dots \\ \frac{dp_{1n1}}{dt} = \lambda p_{1(n1-1)}(t) - (\lambda + \mu_1) p_{1n1}(t) + \mu_1 p_{1(n1+1)}(t) \\ \frac{dp_{1(n1+1)}}{dt} = \lambda p_{1n1}(t) - \mu_1 p_{1(n1+1)}(t) \\ \frac{dp_{21}}{dt} = \mu_1 p_{11}(t) - (\mu_1 + \mu_2) p_{21}(t) + \mu_2 p_{22}(t) \\ \frac{dp_{22}}{dt} = \mu_1 p_{21}(t) - (\mu_1 + \mu_2) p_{22}(t) + \mu_2 p_{23}(t) \\ \dots \\ \frac{dp_{2n2}}{dt} = \lambda p_{1(n2-1)}(t) - (\lambda + \mu_1) p_{2n2}(t) + \mu_1 p_{2(n2+1)}(t) \\ \frac{dp_{2(n2+1)}}{dt} = \mu_1 p_{2n2}(t) - \mu_2 p_{2(n2+1)}(t). \end{array} \right. \quad (1)$$

Используя выражения для вероятностей состояний системы, можно определить выражения для основных характеристик производительности, включая пропускную способность системы и вероятность отказа. Так как поступающие в систему пакеты будут потеряны в случае, когда буферные устройства первой или второй фазы полностью заняты, то вероятность отказа системы можно определить следующим образом:

$$p_{\text{отк}}(t) = p_{1(n1+1)}(t) + p_{2(n2+1)}(t). \quad (2)$$

Пропускная способность системы может быть определена по формуле

$$A(t) = \lambda \times (1 - p_{\text{отк}}(t)) = \lambda \times (1 - p_{1(n1+1)}(t) - p_{2(n2+1)}(t)). \quad (3)$$

Время переходного режима определяется в соответствии с [2]: $t_{\text{пер}} = (3 \div 5) \times 1/|\gamma_{\min}|$, где $\gamma_{\min}$ – минимальное значение собственного числа матрицы коэффициентов системы (1), не равное нулю.

4. Численные результаты

На рисунке 2 представлены результаты численного расчета вероятностей отказа $p_{1(n1+1)}(t)$ (сплошная линия) и $p_{2(n2+1)}(t)$ (пунктирная линия), а также пропускной способности системы $A(t)$ для следующих параметров входного потока и интенсивностей обслуживания: $\lambda = 10^6$ пакетов/с, $\mu_1, \mu_2 = 10^9$ пакетов/с, размер буфера каждой фазы равен двум.

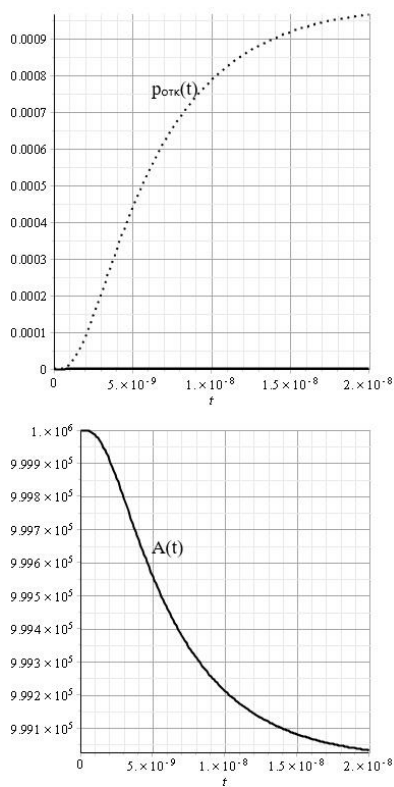


Рис. 2. $\lambda = 10^6$, $\mu_1 = \mu_2 = 10^9$

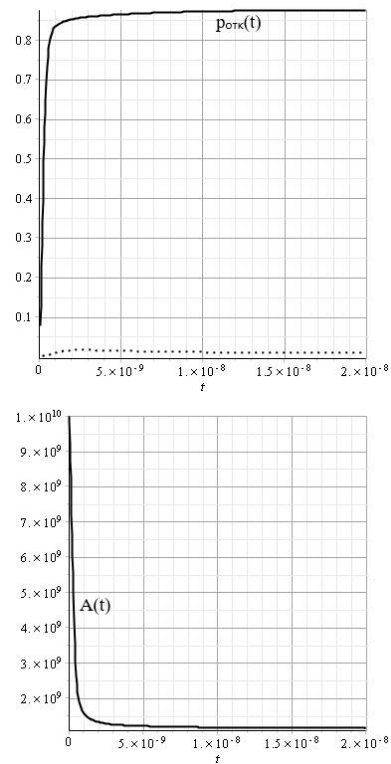


Рис. 3. $\lambda = 10^{10}$, $\mu_1 = \mu_2 = 10^9$

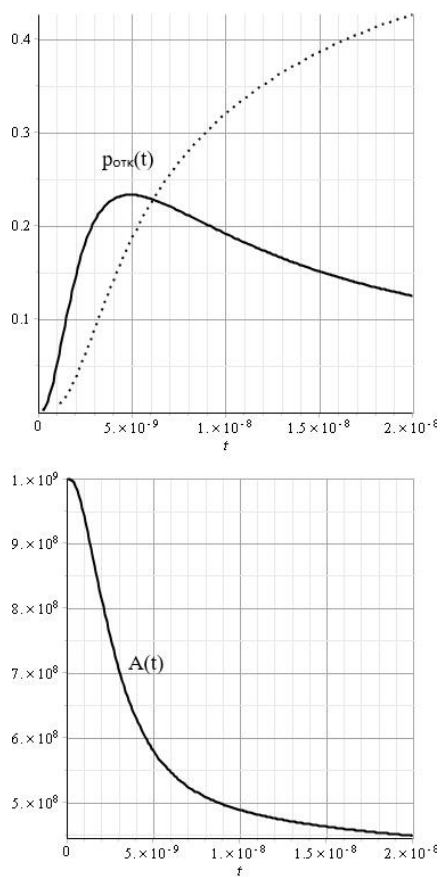


Рис. 4. $\lambda = 10^9$, $\mu_1 = 7 \cdot 10^8$, $\mu_2 = 3 \cdot 10^8$

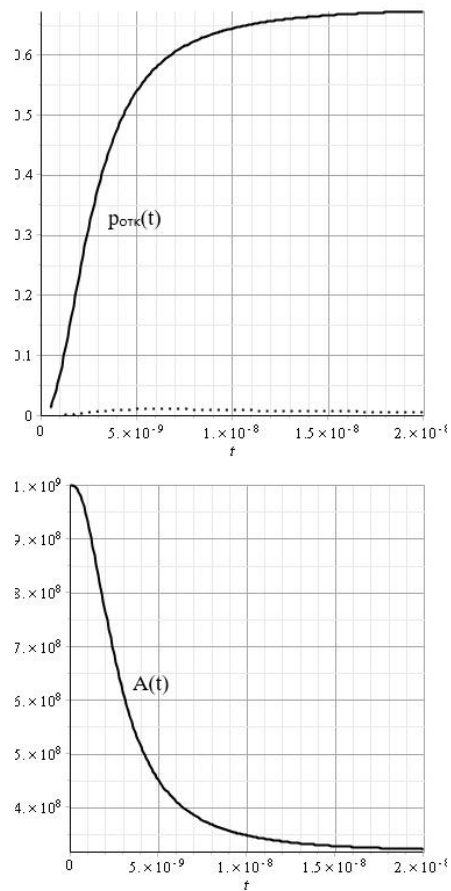


Рис. 5. $\lambda = 10^9$, $\mu_1 = 3 \cdot 10^8$, $\mu_2 = 7 \cdot 10^8$

На рисунке 3 показано, как изменились характеристики производительности при увеличении интенсивности входного потока до $\lambda = 10^{10}$ пакетов/с: вероятность отказа увеличилась, пропускная способность увеличивается. На рисунках 4 и 5 показано, как изменятся вероятности отказа на первой и второй фазах в зависимости от значений интенсивностей обслуживания: $\mu_1 > \mu_2$ (рис. 4) и $\mu_1 < \mu_2$ (рис. 5).

5. Выводы

В данной работе проведено исследование переходного режима двухфазного оптического коммутатора, найдены нестационарные вероятности состояний системы и основные характеристики производительности: вероятность отказа (потерь) и пропускная способность системы. Показано, как изменились характеристики производительности при изменении интенсивности входного потока и соотношений интенсивностей обслуживания на каждой фазе.

Список источников и литературы

1. Biswanath Mukherjee, Ioannis Tomkos, Massimo Tornatore, Peter Winzer, Yongli Zhao. – Optical networks. Springer. – 2020. – 1169.
2. Вытовтов, К. А. Анализ показателей производительности двухкаскадного коммутатора оптической информационно-измерительной системы при возникновении неисправностей и скачках трафика / К. А. Вытовтов, Е. А. Барабанова // Датчики и системы. – 2024. – № 5, Вып. 277. – С. 52 – 58.
3. Двухфазная СМО с неограниченным числом приборов и деградацией обслуживания / А. А. Назаров, Е. А. Федорова, О. Д. Лизюра и др. // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2022) : материалы XXI Междунар. конф. имени А. Ф. Терпугова, 25 – 29 октября 2022 г. – Томск, 2023. – С. 18 – 23.
4. Шкленник, М. А. Исследование потоков заявок в двухфазной системе массового обслуживания с неограниченным числом приборов и повторными обращениями / М. А. Шкленник, А. Н. Моисеев // Управление, вычислительная техника и информатика. – 2018. – № 45. – С. 48 – 58.
5. Барабанова, Е. А. Неблокируемые отказоустойчивые двухкаскадные дуальные фотонные коммутаторы / Е. А. Барабанова, К. А. Вытовтов, В. С. Подлазов // Проблемы управления. – 2021. – № 4. – С. 82 – 91.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ТИПА M/G/1 В УПРАВЛЕНИИ ТРАФИКОМ В СЕТЯХ СВЯЗИ

Аннотация. Данная статья демонстрирует теоретические основы и практические аспекты систем массового обслуживания, направленные на определение наилучших управленческих стратегий и повышение их производительности.

Ключевые слова: имитационное моделирование, теория массового обслуживания, системы массового обслуживания, показатели эффективности.

1. Введение

Сегодня системы массового обслуживания играют жизненно важную роль в успешной работе организаций и учреждений, обеспечивая прием и удовлетворенность запросов потребителей или пользователей. Изучение и развитие таких систем имеет огромное значение для повышения качества обслуживания, увеличения производительности и сокращения затрат.

Ожидание – неотъемлемый аспект повседневной жизни. Уменьшение продолжительности ожиданий зачастую требует значительных финансовых вложений. Принятие правильного решения о целесообразности таких инвестиций требует точного понимания влияния вложений на скорость реагирования системы. Именно поэтому необходимы научные подходы и аналитические инструменты, позволяющие глубоко анализировать подобные ситуации. Основная цель этих методик заключается в исследовании моделей обслуживания, способных эффективно справляться с высокой нагрузкой.

2. Основы теории массового обслуживания

Теория массового обслуживания относится к разделу теории вероятностей, занимающемуся исследованием статистических закономерностей и соответствующих математических конструкций.

Она занимается изучением процессов, протекающих в организациях, производствах и управленческих структурах, где периодически происходят одинаковые события или операции (например, торговля, банковская сфера, автоматизированные фабрики, медицинские учреждения, страховые компании, транспортные системы, телекоммуникационные сети и пр.). Основной задачей теории является установление зависимостей между основными характери-

ками систем обслуживания (число работников, частота подачи заявок, производительность обработки и др.), чтобы улучшать управление подобными системами и минимизировать затраты.

3. Системы массового обслуживания

Система массового обслуживания (СМО) – это математическая модель, описывающая процесс обслуживания потока заявок или требований, поступающих в систему. СМО используется для анализа и оптимизации работы различных систем, в которых происходит обслуживание клиентов, например, в сфере услуг, производства, телекоммуникаций и др.

Ключевые термины теории систем массового обслуживания:

- заявка (запрос, требование, обращение, клиент) – единица, обращающаяся в систему для прохождения обслуживания;
- поток заявок – совокупность запросов, распределенных во времени (определяется параметром интенсивности);
- канал (прибор) – отдельный компонент системы, предназначенный для обработки поступивших заявок. В один момент времени обрабатывается только одна заявка;
- очередь – место ожидания, куда поступают запросы, если доступные каналы заняты (характеризуется правилами нахождения в очереди, вместимостью, организацией очередей).

Обслуживанием называется временное удержание заявки в устройстве обслуживания.

Критерии эффективности в системах массового обслуживания представляют собой числовые метрики, применяемые для оценки производительности работы системы [1].

Настоящая статья рассматривает ключевые показатели качества обслуживания запросов: средний размер очереди (L_q), среднее время ожидания в очереди (W_q), общее среднее время пребывания заявки в системе (W_s) и среднее количество заявок, одновременно находящихся в системе (L_s).

Для систематизации таких моделей было предложено множество классификационных подходов. Наиболее распространенной стала классификация, предложенная Кендаллом и Башариным [12].

Описание СМО осуществляется посредством специальной записи формата

$$A|B|n, \quad (1)$$

где A – характер входного потока; B – распределение длительности обслуживания заявок; n – количество обслуживающих устройств (каналов).

Например, обозначение СМО типа $M|G|1$ означает одноканальную систему с неограниченным количеством ожидающих заявок. Параметры, отраженные в наименовании системы, расшифровываются следующим образом: M – интервалы прибытия заявок подчиняются экспоненциальному распределе-

нию; G – продолжительность обслуживания распределяется произвольно; 1 – система оснащена одним каналом обслуживания. В качестве распределения времени обслуживания будут использованы: экспоненциальное распределение (модель $M|M|1$); постоянное время обслуживания (модель $M|D|1$); распределение Эрланга второго порядка (модель $M|E2|1$).

Фиксированное (постоянное) время обслуживания подразумевает, что длительность обработки любого запроса остается постоянной величиной.

Экспоненциальное распределение активно используется в теории массового обслуживания для моделирования стохастических процессов, происходящих в соответствующих системах. Его популярность обусловлена уникальным свойством, которым оно отличается от всех остальных распределений, позволяющим получать сравнительно простые и наглядные аналитические выражения для большинства моделей массового обслуживания.

Распределение Эрланга принадлежит семейству непрерывных распределений с нижней границей. Фактически оно представляет собой частный случай гамма-распределения, где параметр m принимает исключительно целочисленные положительные значения.

Особенностью распределения Эрланга является отсутствие асимптоты, при которой вероятность $F(x)$ устремляется к бесконечности при малых значениях аргумента $x[m < 1]$. Однако при $m = 1$ возникает исключение, превращающее распределение Эрланга в экспоненциальное.

Эрланговский поток порядка m формируется путем сохранения каждого m -е событие при игнорировании остальных. Параметр m характеризует меру зависимости между событиями потока: чем меньше эта зависимость (случайность), тем больше порядок потока.

Система массового обслуживания типа $M|G|1$ относится к типу процессов гибели и размножения, однако из-за отсутствия ограничений на длину очереди число возможных состояний оказывается бесконечно большим. Диаграмма состояний процесса гибели и размножения для системы $M|G|1$ показана на рис. 1.

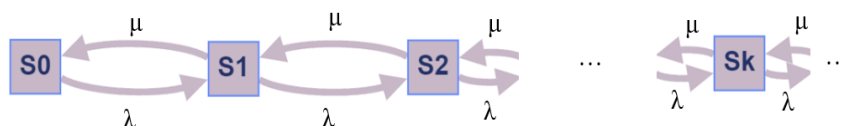


Рис. 1. Граф состояний процесса гибели и размножения для СМО $M|G|1$

Переход системы из состояния S_i в состояние S_{i+1} инициируется появлением нового запроса, частота которого характеризуется интенсивностью входящего потока заявок λ

$$\lambda = \frac{1}{T_{\text{пост}}}, \quad (2)$$

где $T_{\text{пост}}$ – среднее время между поступлением заявок.

Перемещение из состояния S_i в состояние S_{i-1} обусловлено обработкой одной заявки, которое определяется показателем интенсивности обслуживания μ

$$\mu = \frac{1}{T_{об}}, \quad (3)$$

где $T_{об}$ – среднее время обслуживания заявки.

Система массового обслуживания включает четыре элемента: входящий поток, очередь, обслуживающее устройство и поток обслуженных запросов.

На рисунке 2 приведена схема одноканальной СМО с неограниченной очередью.

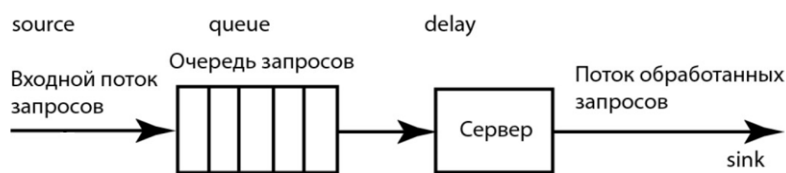


Рис. 2. Одноканальная СМО с неограниченной очередью

Интенсивность нагрузки канала определяется отношением интенсивности потока заявок и интенсивности обслуживания [3]:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}. \quad (4)$$

Интенсивность нагрузки канала отражает средний показатель количества входящих запросов, обрабатываемых за период времени, требуемый для обслуживания одного запроса.

Стационарное состояние системы невозможно достичь, если время обслуживания заявки больше промежутков между ее поступлением. Важно убедиться, существует ли вообще устойчивое положение, при котором распределение характеристик системы становится независимым от временного фактора. Часто именно этот аспект играет решающую роль. Практика показывает, что многие процессы приходят к состоянию равновесия лишь приблизительно, вследствие чего исследование временных интервалов ожидания и числа заявок внутри системы целесообразно проводить именно применительно к установившемуся режиму функционирования.

Если коэффициент загрузки системы $\rho > 1$, то поступление заявок превышает возможности обслуживания, очередь постоянно увеличивается, и стационарный режим невозможен.

При $\rho = 1$ стационарный режим также отсутствует, поскольку входящий поток заявок хаотичен, интервал между ними неоднороден, из-за чего очередь способна расти неограниченно.

Только при условии $\rho < 1$ возможен устойчивый стационарный режим, позволяющий вычислить установившиеся вероятности и показатели эффективности.

Становление стационарного состояния означает независимость вероятностей от временного фактора, однако это не делает систему детерминированной. Хотя само поведение системы остается динамическим, ее вероятностные характеристики стабилизируются и остаются неизменными во времени.

4. Применение формул Поллачека–Хинчина для нахождения показателей эффективности СМО

Формулы Поллачека–Хинчина служат для расчета средней численности вызовов, пребывающих в системе, в условиях произвольного закона распределения времени обслуживания (модель $(M|G|1):(GD|\infty|\infty)$) и параметрами $M\{t\}, D\{t\}$ [4].

Данные формулы применяются исключительно для одноканальных систем с пуассоновским (простым) входящим потоком заявок, функционирующих в установившемся режиме.

Среднее количество вызовов, находящихся в системе:

$$L_s = \lambda M\{t\} + \frac{\lambda^2(M^2\{t\} + D\{t\})}{2(1 - \lambda M\{t\})}, \quad (5)$$

где $M\{t\}$ – математическое ожидание; $D\{t\}$ – дисперсия; $\lambda M\{t\} < 1$.

Постоянное время обслуживания подразумевает, что продолжительность обработки любого запроса строго постоянна и не изменяется.

В таком случае, при постоянном времени обслуживания, математическое ожидание рассчитывается по следующей формуле:

$$M\{t\} = T_{об}. \quad (6)$$

Интенсивность обслуживания будет равна:

$$\mu = \frac{1}{T_{об}} = \frac{1}{M\{t\}}. \quad (7)$$

При постоянном времени обслуживания дисперсия равна нулю, поскольку длительность обслуживания неизменна. Соответственно, среднее число вызовов, находящихся в системе с постоянным временем обслуживания, выражается формулой

$$L_s = \lambda \frac{1}{\mu} + \frac{\lambda^2 \left[\left(\frac{1}{\mu} \right)^2 + 0 \right]}{2 \left(1 - \lambda \frac{1}{\mu} \right)} = \rho + \frac{\rho^2}{2(1 - \rho)}. \quad (8)$$

По формуле Литтла найдем среднее время пребывания заявки в системе:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda} + \frac{\rho^2}{2\lambda(1 - \rho)} = \frac{1}{\mu} + \frac{1\rho}{2\mu(1 - \rho)} = \frac{\rho + 2(1 - \rho)}{2\mu(1 - \rho)} = \frac{2 - \rho}{2\mu(1 - \rho)}. \quad (9)$$

Среднее время пребывания заявки в очереди определяется как разность среднего времени пребывания в системе и среднего времени обслуживания:

$$\begin{aligned}
W_q &= W_s - T_{об} = \frac{2 - \rho}{2\mu(1 - \rho)} - \frac{1}{\mu} = \frac{2 - \rho - 2(1 - \rho)}{2\mu(1 - \rho)} = \\
&= \frac{2 - \rho - 2 + 2\rho}{2\mu(1 - \rho)} = \frac{\rho}{2\mu(1 - \rho)}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Среднюю длину очереди найдем с помощью формулы Литтла:

$$L_q = \lambda W_q = \frac{\lambda \rho}{2\mu(1 - \rho)} = \frac{\rho^2}{2(1 - \rho)}. \tag{11}$$

Подобным образом были получены показатели эффективности для случаев экспоненциального распределения времени обслуживания (соответствующие выражения представлены формулами (12) – (15)), а также для времени обслуживания, соответствующего закону распределения Эрланга (формулы (16) – (19)).

$$L_{s\_exp} = \frac{\rho}{(1 - \rho)}. \tag{12}$$

$$W_{s\_exp} = \frac{L_{s\_exp}}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda(1 - \rho)}. \tag{13}$$

$$W_{q\_exp} = W_{s\_exp} - T_{об} = \frac{\rho^2}{\lambda(1 - \rho)}. \tag{14}$$

$$L_{q\_exp} = \lambda W_{q\_exp} = \frac{\lambda \rho^2}{\lambda(1 - \rho)} = \frac{\rho^2}{(1 - \rho)}. \tag{15}$$

$$L_{s\_erl} = m\rho + \frac{m\rho^2(1 + m)}{2(1 - m\rho)}. \tag{16}$$

$$W_{s\_erl} = \frac{L_{s\_erl}}{\lambda} = \frac{m\rho + \frac{m\rho^2(1+m)}{2(1-m\rho)}}{\lambda}. \tag{17}$$

$$W_{q\_erl} = W_{s\_erl} - T_{об} = \frac{m\rho + \frac{m\rho^2(1+m)}{2(1-m\rho)}}{\lambda} - \frac{1}{\mu}. \tag{18}$$

$$L_{q\_erl} = \lambda W_{q\_erl} = m\rho + \frac{m\rho^2(1 + m)}{2(1 - m\rho)} - \frac{\lambda}{\mu}. \tag{19}$$

5. Создание имитационной модели СМО M|G|1 в среде моделирования Anylogic

Имитационное моделирование дает возможность проанализировать продолжительный временной отрезок работы системы в короткие сроки либо детально рассмотреть функционирование системы на протяжении расширенного периода времени [2].

AnyLogic позволяет создать виртуальную модель, которая помогает визуализировать и изучать реальные события, процессы или системы. Эта методика направлена на понимание, оценку и предсказание поведения системы исходя

из ее динамических и статических характеристик. В среде моделирования AnyLogic была построена модель системы массового обслуживания $M|G|1$, которая изображена на рис. 3.

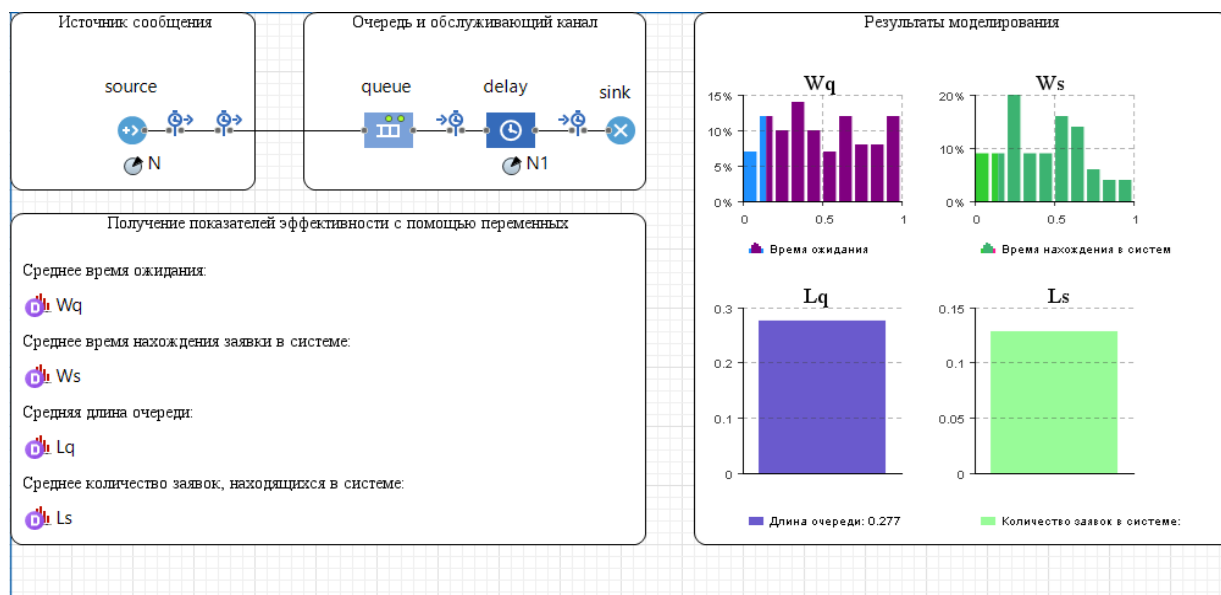


Рис. 3. Модель СМО $M|G|1$

Источник заявок Source создает запросы, временные интервалы между которыми соответствуют экспоненциальному распределению с заданным средним временем поступления N .

Затем запросы перемещаются в очередь Queue, где ожидают обслуживания, если обслуживающий канал занят. Длина очереди теоретически бесконечна, но ввиду ограничений памяти компьютера необходимо подобрать оптимальное число позиций в очереди, исключающее ее переполнение. Экспериментально установлено, что длины очереди в 100 заявок вполне достаточно. Время нахождения каждой заявки в очереди фиксируется с использованием функции `time()`.

Из очереди заявки последовательно попадают в блок задержки Delay, играющий роль устройства обслуживания. Длительность задержки («время задержки») задается одним из следующих законов распределения: для экспоненциального распределения используется формула $\text{exponential}(1/N1)$; для постоянного времени обслуживания – константа $N1$; для распределения Эрланга – выражение $\text{exponential}(2/N1) + \text{exponential}(2/N1)$.

Параметр $N1$ отвечает за среднее время обслуживания.

После обслуживания заявки в канале она уничтожается в элементе Sink. При входе замеряется время и рассчитывается среднее время пребывания в системе.

Были выбраны 10 вариантов значений параметров N и $N1$ для проверки правильности работы модели. Они представлены в табл. 1.

**1. Значения интенсивности потока заявок,
интенсивности потока обслуживания и интенсивности нагрузки канала**

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{\text{пост}} (N)$	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8
$T_{\text{об}} (N1)$	2	3	2	4	4	5	5	6	5	6
λ	0,25	0,25	0,2	0,2	0,167	0,167	0,143	0,143	0,125	0,125
μ	0,5	0,333	0,5	0,25	0,25	0,2	0,2	0,167	0,2	0,167
ρ	0,5	0,75	0,4	0,8	0,667	0,833	0,714	0,857	0,625	0,75

В таблице 2 представлены результаты расчетов теоретических и моделирования практических показателей эффективности.

2. Результаты расчетов и моделирования СМО M|G|1

Варианты			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Экспоненциальное распределение	Ws	Теор.	4	12	3,333	20	12	30	17,5	42	13,333	24
		Практ.	3,988	11,987	3,324	19,969	11,963	30,146	17,492	42,15	13,396	23,986
	Wq	Теор.	2	9	1,333	16	8	25	12,5	36	8,333	18
		Практ.	1,991	8,99	1,322	15,979	7,971	25,131	12,485	36,146	8,401	17,98
	Ls	Теор.	1	3	0,667	4	2	5	2,5	6	1,667	3
		Практ.	1	3,014	0,666	3,991	1,998	5,012	2,501	6,014	1,665	3,016
	Lq	Теор.	0,5	2,25	0,267	3,2	1,333	4,167	1,786	5,143	1,042	2,25
		Практ.	0,501	2,263	0,265	3,192	1,332	4,177	1,787	5,154	1,041	2,266

Продолжение табл. 2

Варианты			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Постоянное	Ws	Теор.	3	7,5	2,667	12	8	17,5	11,25	24	9,167	15
		Практ.	3,001	7,52	2,663	11,918	7,993	17,578	11,254	24,116	9,168	14,998
	Wq	Теор.	1	4,5	0,667	8	4	12,5	6,25	18	4,167	9
		Практ.	1,001	4,52	0,663	7,918	3,993	12,578	6,254	18,116	4,168	8,998
	Ls	Теор.	0,75	1,875	0,533	2,4	1,333	2,917	1,607	3,429	1,146	1,875
		Практ.	0,75	1,881	0,532	2,394	1,33	2,917	1,609	3,435	1,143	1,875
	Lq	Теор.	0,25	1,125	0,133	1,6	0,667	2,083	0,893	2,571	0,521	1,125
		Практ.	0,25	1,129	0,133	1,595	0,664	2,084	0,896	2,578	0,519	1,125
Распределение Эрланга	Ws	Теор.	3,5	9,75	3	16	10	23,75	14,375	33	11,25	19,5
		Практ.	3,506	9,758	3	16,092	10,1	23,629	14,344	33,174	11,196	19,441
	Wq	Теор.	1,5	6,75	1	12	6	18,75	9,375	27	6,25	13,5
		Практ.	1,503	6,757	1,001	12,088	6,092	18,629	9,347	27,171	6,201	13,442
	Ls	Теор.	0,875	2,438	0,6	3,2	1,667	3,958	2,054	4,714	1,406	2,438
		Практ.	0,881	2,422	0,6	3,194	1,662	3,941	2,042	4,705	1,399	2,423
	Lq	Теор.	0,375	1,688	0,2	2,4	1	3,125	1,339	3,857	0,781	1,668
		Практ.	0,378	1,672	0,2	2,394	0,996	3,107	1,329	3,848	0,774	1,672

6. Заключение

По результатам расчетов и проведенного компьютерного моделирования было установлено, что отклонение экспериментально полученных данных от теоретических расчетных значений не превысило 1%. Данный факт свидетельствует о высоком уровне точности используемых методик и их адекватности поставленным целям исследования. Полученные выводы могут служить основой для дальнейших разработок и Практического внедрения усовершенствованных методов управления в системах массового обслуживания, позволяя существенно повысить их производительность и снизить операционные риски.

Список использованных источников

1. Долотин, А. И. Конфигурирование систем массового обслуживания методом имитационного моделирования / А. И. Долотин, М. К. Рачковская // Надежность и качество : тр. Междунар. симпозиума. – 2012. – Т. 1. – С. 264–265.
2. Белов, А. Г. Методы имитационного / А. Г. Белов, С. А. Моисеев, А. В. Григорьев // Надежность и качество : тр. Междунар. симпозиума. – 2014. – Т. 1. – С. 277 – 279.
3. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания : учеб. пособие / Л. Клейнрок Теория массового обслуживания. – М. : Машиностроение, 1979. – 432 с.
4. Солнышкина И. В. Теория массового обслуживания : учеб. пособие / И. В. Солнышкина. – Комсомольск-на-Амуре : Изд-во Комсомольского-на-Амуре государственного технического, 2015. – 76 с.

УДК 004.921

Р. Ю. Шаповалов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

e-mail: roumaan@yandex.ru

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО МОДУЛЯ R-ФУНКЦИОНАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ПРОСТРАНСТВЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Аннотация. Применение R-функций вкупе с использованием графического ускорителя позволяет моделирование сложных геометрических объектов в многомерном пространстве из набора функций, определяющих простые геометрические объекты.

Ключевые слова: R-функции, многомерное пространство, пространственный геометрический объект.

1. Введение

Описание разработки программного модуля R-функционального моделирования объектов в многомерном пространстве имеет смысл начать с определения R-функции.

Функция В. Л. Рвачева или же R-функция – это числовая функция действительных переменных, знак которой полностью определяется знаками ее аргументов. Далее представлена наиболее часто используемая альфа-система R-функций, включающая конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание, где есть параметр альфа, не влияющий на знак результирующих функций, но определяющий закон изменения значений функции:

R-функция пересечения неотрицательных областей двух функций

$$x \wedge_{\alpha} y \equiv \frac{1}{\alpha + 1} \left(x + y - \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy} \right).$$

R-функция объединения неотрицательных областей двух функций

$$x \vee_{\alpha} y \equiv \frac{1}{\alpha + 1} \left(x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy} \right).$$

Инверсия неотрицательной области функции x

$$(\bar{x} \equiv -x),$$

где $-1 < \alpha \leq 1$.

2. R-функциональное моделирование

Известно, что данных булевых функций достаточно для реализации всех других булевых операторов. На примере двух функций положительные значения, которых определяют два рядом расположенных круга (выделенные белым цветом), представлено применение R-функций конъюнкции и дизъюнкции, а также полученных из них функций эквивалентности и импликации (рис. 1) [2].

Таким образом, имея функции, определяющие своими положительными областями простые геометрические объекты с применением R-операций мы можем моделировать сложные объекты.

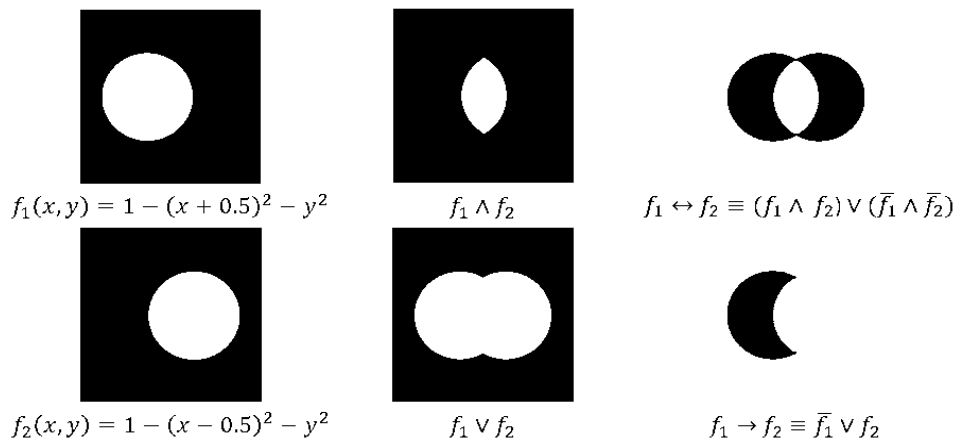


Рис. 1. Пример использования булевых функций для моделирования геометрических объектов

Примечательно, что R-функциональное моделирование не зависит от количества аргументов исходных функций, т.е. возможно построение объектов многомерного пространства. Так, следующий набор функций определяет известную модель «пешки Рвачева»:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{7}{16}(\sqrt{x^2 + y^2} - 4)^2 - z, \\ f_2 &= 9 - x^2 - y^2, \\ f_3 &= z(7 - z), \\ f_4 &= 1 - x^2 - y^2 - (7 - z)^2, \\ f_5 &= 2 - x^2 - y^2 - 9(6 - z)^2, \\ f_1 \wedge f_2 \wedge f_3 \vee f_4 \vee f_5. \end{aligned}$$

Далее представлен результат моделирования разработанным программным модулем (рис. 2).

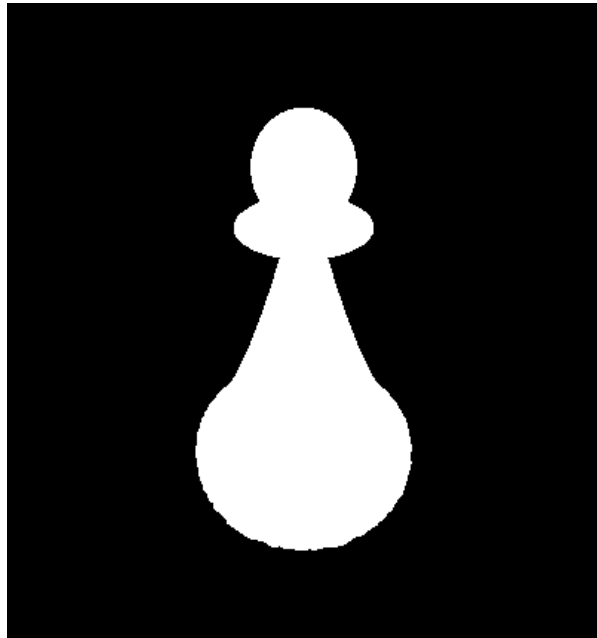


Рис. 2. Результат моделирования «пешки Рвачева»

3. Распараллеливание процесса расчета

Рассмотрим процесс решения данной задачи на компьютере. Понятно, что для этого необходимо рассчитывать значения функций и объединяющих их R-функций в дискретных точках. Последовательный алгоритм расчета таких данных приводит к значительным потерям времени, поэтому здесь напрашивается распараллеливание этого процесса.

Так как, кроме расчетов, нам необходима и их визуализация, как инструмент расчета были выбраны вычислительные шейдеры OpenGL из-за возможности их тесной связи с конвейером растеризации OpenGL.

Расчетный шейдер OpenGL – это метод выполнения параллельных вычислений с произвольным вводом и выводом на графических ускорителях

предоставляемый стандартом интерфейса OpenGL. Шейдер является программным описанием вычислений на языке GLSL в одном из потоков, индексруемого пространственными координатами.

Далее представлен упрощенный пример шейдера (рис. 3), рассчитывающего значение функции в координатах, полученных из индекса потока и области определения расчетов. Результат записывается в пиксель массива изображений, расположенный по координате равной индексу потока. Легко представить шейдер, который получает на вход два массива изображений, полученных данным способом и создающий массив значений желаемой R-функции.

```
#version 430 core

layout (local_size_x = 4, local_size_y = 4, local_size_z = 4) in;
// На выводе массив изображений,
// где у каждого пикселя одна 32 битная компонента
layout(r32f, binding = 0) uniform image2DArray img_output;
// Область определения функции передаваемая с ЦПУ
uniform vec3 func_range[2];

double f(dvec3 coord) {
    return 1-coord.x*coord.x-coord.y*coord.y;
}

void main() {
    // Координата выполняемого потока как координата в массиве
    // изображений
    ivec3 texel_coord = ivec3(gl_GlobalInvocationID.xyz);
    ivec3 img_size = imageSize(img_output);
    // Область определения рассчитываемой функции
    dvec3 range_size = abs(dvec3(func_range[1] - func_range[0]));
    dvec3 func_range_min = func_range[0];
    // Координата в области определения функции соответствующая потоку
    dvec3 coord =
        (dvec3(texel_coord)/img_size)*range_size+func_range_min;
    // Расчет функции и запись значения в массив изображений
    double val = f(coord);
    val = clamp(val/100+1,0,1);
    imageStore(img_output, texel_coord, vec4(val));
}
```

Рис. 3. Пример шейдера GLSL

Любопытной деталью является то, что компиляция шейдеров происходит на уровне драйвера видеокарты во время работы управляющей программы и их содержание полностью подконтрольно ей, т.е., имея код расчета желаемой функции на языке GLSL, управляющая программа может подменить код функции в шейдере по мере надобности.

4. Визуализация

Итак, у нас есть набор значений итоговой R-функции в пространстве дискретных точек. Существует множество вариантов решения задачи визуализации расчетных данных, в нашем случае был выбран метод триангуляции «марширующие тетраэдры», подвид метода «марширующие кубы», разделяю-

щий кубические пространства между нашими данными на 5 тетраэдров и затем на основе значений в вершинах каждого тетраэдра определяет какие ребра этого тетраэдра пересекают граничные значения функции, есть всего 7 уникальных видов пересечения тетраэдра (рис. 4) [2].

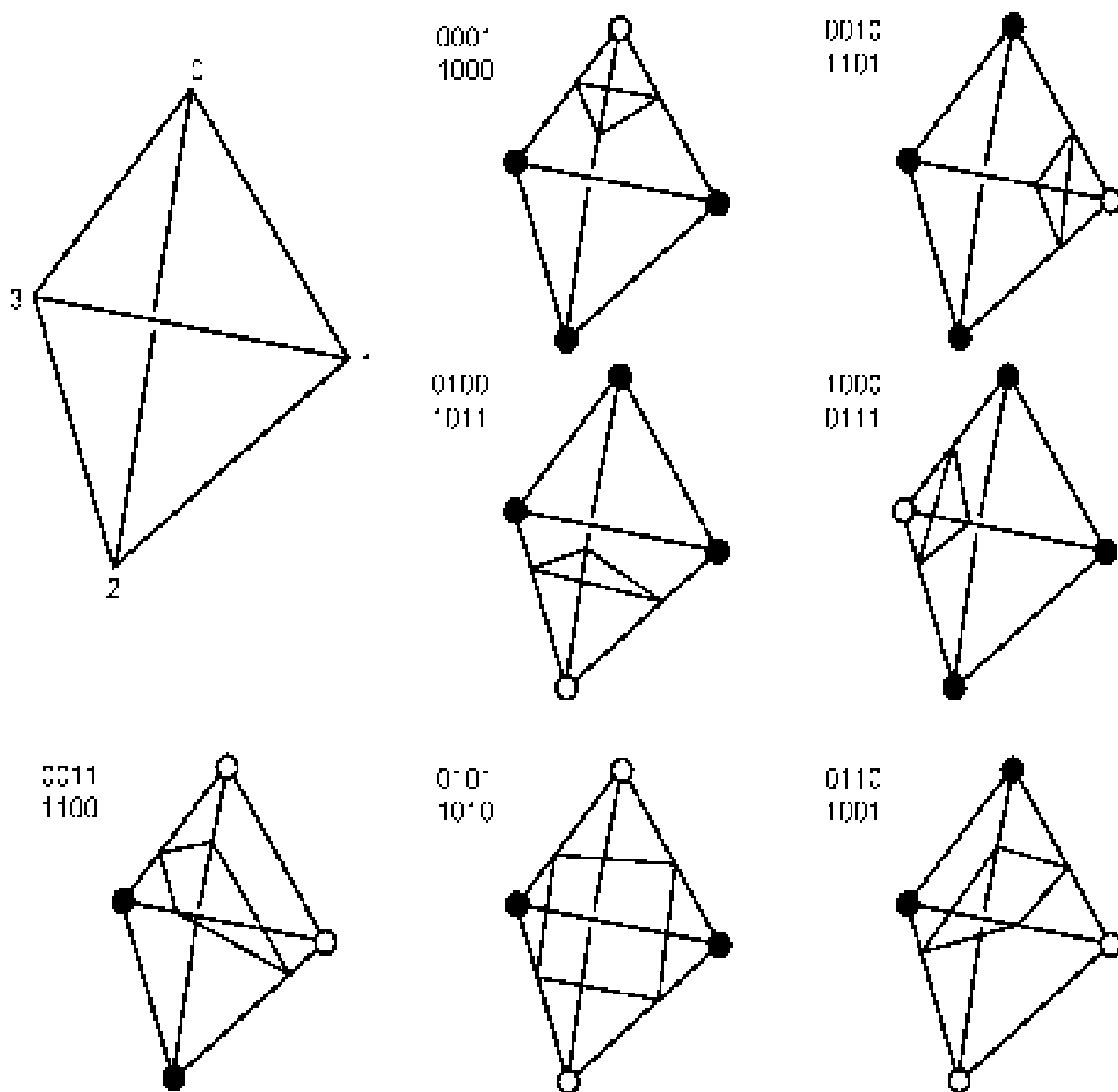


Рис. 4. Все виды пересечения тетраэдра

Затем используя метод линейной интерполяции находится примерная точка пересечения каждого ребра. Найденные же точки соединяются треугольниками.

Наконец полученные треугольники, аппроксимирующие расчетный геометрический объект, визуализируются классическими методами растеризации с применением интерфейса OpenGL.

5. Заключение

На данный момент получен прототип программного модуля R-функционального моделирования пространственных геометрических объектов, позволяющий описывать сложную конструкцию R-функционального моделирования посредством разработанного удобного интерфейса и применения современных средств визуализации функции заданной размерности ее аргументов.

Список использованных источников

1. Рвачев, В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – Киев : Наукова думка, 1982. – 552 с.
2. Толок, А. В. Локальная компьютерная геометрия : учеб. пособие / А. В. Толок, Н. Б. Толок. – М. : Ай Пи Ар Медиа, 2025. – 228 с.
3. Doi, Akio An Efficient Method of Triangulating Equi-Valued Surfaces by Using Tetrahedral Cells / Doi Akio, Koide Akio // IEICE Transactions of Information and Systems. – 1991. – V. E74-D, No. 1

Научное электронное издание

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

В двух томах

Том 1

**Материалы XXI Всероссийской
школы-конференции молодых ученых**

г. Тамбов 8 – 11 сентября 2025 г.

Редактирование И. В. Калистратовой, Л. В. Комбарово́й, Е. С. Мордасовой
Графический и мультимедийный дизайнер Т. Ю. Зотова
Обложка, упаковка, тиражирование Т. Ю. Зотовой

ISBN 978-5-8265-2938-6



Подписано к использованию 22.09.2025.

Тираж 100 шт. Заказ № 100

Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106/5, пом. 2, к. 14.

Телефон (4752) 63-81-08

E-mail: izdatelstvo@tstu.ru