УДК 539.3:539.4

Ю.В.Кулешов, В.И.Галаев, Т.В.Гололобов, С.О.Зубарев

ВИБРОДИАГНОСТИКА НАНООБЪЕКТОВ

В работе [1] исследуется взаимодействие нанообъекта, моделируемого стержнем, совершающим изгибные колебания, и кантилевера атомного силового микроскопа (АСМ). При этом явление антирезонансов в системе позволяет теоретически и экспериментально определять упругие характеристики нанообъектов.

В данной работе наряду с собственной динамикой кантилевера и нанообъекта, моделируемого, как и в [2], двумя массами-кластерами, соединенными высокоориентированной решеткой наностержней, учитываются и динамические свойства многослойной подложки (рис. 1).

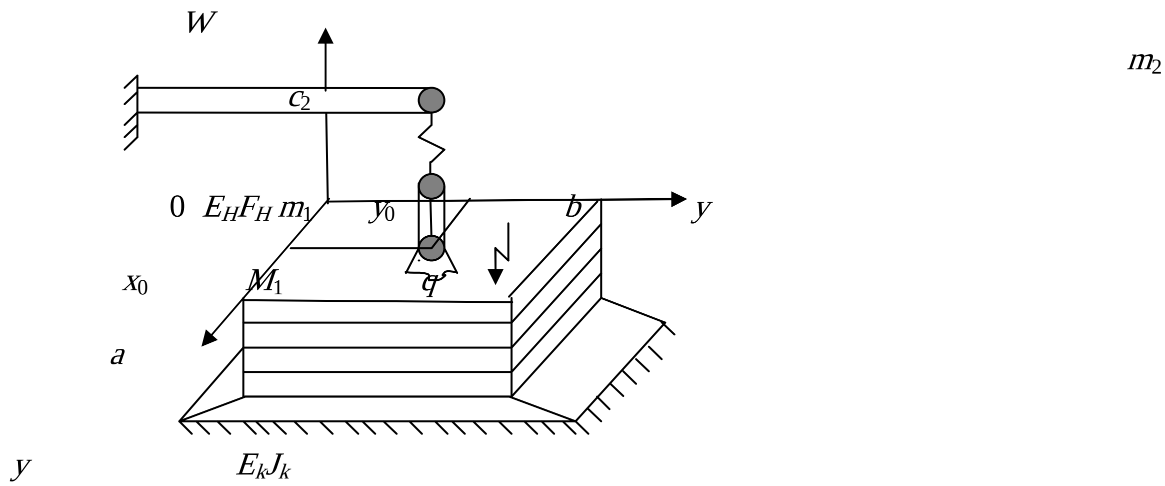

Рис. 1. Кантилевер и подложка с нанообъектом

Нелинейную динамику большой системы «кантилевер-подложка-нанообьект» опишем дифференциальными уравнениями анологичными уравнениям работы [3] и монографии [4], добавив к ним дифференциальное уравнение кантилевера:

$$\Delta\Delta F = -\frac{1}{2} EhL(W,W)\,; \tag{1}$$

$$D\left(1-\frac{\Theta h^2\Delta}{\beta}\right)\Delta\Delta\chi + \rho h\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(1-\frac{h^2}{\beta}\Delta\right)\chi + 2\rho h\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\left(1-\frac{h^2}{\beta}\Delta\right)\chi =$$

$$= L(W,F) + q(x,y)\cos\omega t\,; \tag{2}$$

$$W = \left(1-\frac{h^2}{\beta}\Delta\right)\chi\,; \tag{3}$$

$$\sigma' = \dot{U},\ \dot{\sigma} = U'\,; \tag{4}$$

$$D_2 W^{(4)} + \rho_2 \ddot{W}_2 = 0\,. \tag{5}$$

Обозначения, применяемые здесь, соответствуют принятым в [3] и [4]. $W_2(x_2,t)$ – прогиб кантилевера в сечении с координатой x_2. Краевые условия для кантилевера

$$W_2(0,t) = W_2'(0,t) = W_2''(L_2,t) = 0\,: \tag{6}$$

$$D_2 W_2'''(L_2,t) = C_2(W_2(L_2,t) - U(0)) - m_2\ddot{W}_2(L_2,t)\,.$$

Содержат длину кантилевера L_2, его изгибную жесткость D_2, коэффициент линеаризации потенциала полевого взаимодействия иглы кантилевера и нанообъекта C_2, массу иглы кантилевера m_2.

Решение системы уравнений (1) – (4) запишем в форме, принятой в работе [3] и определим неизвестные функции и константы, входящие в это решение, методом, изложенным в той же работе. Решение краевой задачи (5), (6) для кантилевера запишем в функциях А.Н. Крылова $S_1(x_2),\ T_1(x_2),\ U_1(x_2),\ V_1(x_2)$:

$$W_2(x_2,t) = W_{20}(x_2)\cos(\omega t) + W_{21}(x_2)\sin(\omega t)\,; \tag{7}$$

$$W_{20}(x_2) = A_0 S_1(x_2) + B_0 T_1(x_2) + C_0 U_1(x_2) + D_0 V_1(x_2)\,; \tag{8}$$

$$W_{21}(x_2) = A_1 S_1(x_2) + B_1 T_1(x_2) + C_1 U_1(x_2) + D_1 V_1(x_2)\,, \tag{9}$$

где

$$S_1(x_2) = \frac{1}{2}(Chk_1x_2 + \cos k_1x_2);\quad T_1(x_2) = \frac{1}{2}(Shk_1x_2 + \sin k_1x_2)\,;$$

$$U_1(x_2) = \frac{1}{2}(Chk_1x_2 - \cos k_1x_2)\,;\quad V_1(x_2) = \frac{1}{2}(Shk_1x_2 - \sin k_1x_2)\,;$$

$$k_1 = \sqrt[4]{\frac{\rho_2\omega^2}{E_2J_2}}\,. \tag{10}$$

Определив произвольные постоянные в (8) и (9) из краевых условий (6), можно определить силу воздействия кантилевера на решетку наностержней и объединив ее с силой инерции массы m_1 нанообъекта, записать граничное условие для наностержней в форме условия (5) работы [3], но с приведенной массой $m_{1\,\text{пр}}$:

$$\sigma(0,t) = \frac{m_{1\text{пр}}}{l_H F_H \rho_H}\dot{U}(0,t)\,. \tag{11}$$

Безразмерный параметр массы μ_1, введенный в [3], заменяется, соответственно, на приведенный:

$$\mu_{1\text{пр}} = \mu_1 + \mu_2 C_2^*(C_2^*(T_1(1)U_1(1) - S_1(1)V_1(1))/(D_2^* k^{*3}(S_1^2(1) - T_1(1)V_1(1)) -$$
$$-(C_2^* + m_2^*\omega_2^{*2})(S_1(1)V_1(1) - T_1(1)U_1(1))\omega^{*2}) - 1/\omega^{*2})\,. \tag{12}$$

Здесь введены безразмерные параметры:

$$C_2^* = \frac{C_2 l_H}{E_H F_H};\quad D_2^* = \frac{l_H D_2}{L_2^3 E_H F_H};$$
$$\omega^* = \omega l_H\sqrt{\frac{\rho_H}{E_H}};\quad k^* = k_1 L_2;\quad m_2^* = \frac{m_2}{l_H F_H \rho_H}\,. \tag{13}$$

Нижний индекс «H» в (11) и (13) указывает, что данная величина относится к нанообъекту. Теперь амплитудно-частотное уравнение большой системы можно записать в форме, полученной в работе [3], заменив в нем μ_1 на $\mu_{1\text{пр}}$:

$$\left(\omega_{0,mn}^2 + A(\omega) + \frac{3}{4}\omega_{0,mn}^2 kC_1^2 - \omega^2\right)^2 + 4\varepsilon^2\omega^2 = \frac{\bar{q}_0^2}{C_1^2}\,; \tag{14}$$

$$A(\omega) = -\omega^2\alpha(\omega)\sin^2\frac{m\pi x_0}{a}\sin^2\frac{n\pi y_0}{b}\,;$$

$$\alpha(\omega)=\frac{\mu_2(\tau\omega\mu_{1\text{пр}}\cos(\tau\omega)+\sin(\tau\omega))}{\tau\omega(\mu_2\cos(\tau\omega)-\mu_{1\text{пр}}\tau\omega\sin(\tau\omega))}+\mu_3\,. \qquad (15)$$

Если в (14) положить $k=\varepsilon=\bar{q}_0=0$, то получим частотное уравнение большой системы при колебаниях с малыми амплитудами:

$$\omega_{0,mn}^2-\omega^2+A(\omega)=0\,. \qquad (16)$$

Предельным переходом при $D_2^* k^* \to \infty$ получаем, что $\mu_{1\text{пр}}=-\mu_2 C_2^*/\omega^{*2}$. При этом значении $\mu_{1\text{пр}}$ из (16) получаем частотное уравнение парциальной системы без кантилевера с закрепленным верхним концом упругого элемента жесткости C_2:

$$\omega_{0,mn}^2-\omega^2-\omega(\sin(\tau\omega)-\tau\omega\mu_2 C_2^*\cos(\tau\omega)/\omega^{*2})/$$

$$/(\tau(\cos(\tau\omega)+C_2^*\tau\omega\sin(\tau\omega)/\omega^{*2}))\sin^2\frac{m\pi x_0}{a}\sin^2\frac{n\pi y_0}{b}=0\,. \qquad (17)$$

Корни этого уравнения являются антирезонансными частотами кантилевера. Уравнения (14), (16), (17) позволяют решать широкий спектр задач по вибродиагностике нанообъекта, подложки, кантилевера, большой и парциальных систем. Например, при

$$k=\varepsilon=\bar{q}_0=0;\ x_0=a/2;\ y_0=b/2;\ a=10^{-5}\text{ м};\ b=2\cdot10^{-5}\text{ м};$$
$$h=10^{-6}\text{ м};\ \nu=0{,}25;\ E=1{,}3\cdot10^{11}\text{ Па};\ \rho=5{,}62\cdot10^3\text{ кг/м}^3;$$
$$m_1=m_2=M_1=0,\ l_H=3\cdot10^{-6}\text{ м};\ E_H=1{,}3\cdot10^{11}\text{ Па};$$
$$\rho_H=7{,}65\cdot10^3\text{ кг/м}^3;\ \delta=0;\ h_3=1;\ h_2==6\cdot10^{-8}\text{ м};$$
$$\rho_2=8{,}7\cdot10^{-11}\text{ кг/м};\ E_2=1{,}3\cdot10^{11}\text{ Па};\ L_2=1{,}2\cdot10^{-6}\text{ м};\ H_2=6\cdot10^{-7}$$

одна из частот подложки равна $\Omega_{0,35}=\omega_{0,35}/2\pi=0{,}342811$ ГГц; первые собственные частоты кантилевера равны $\Omega_1=\omega_1/2\pi=0{,}049245$ ГГц; $\Omega_2=0{,}308614$ ГГц; при частоте антирезонанса $\Omega=\omega/2\pi=0{,}217531$ ГГц коэффициент линеаризации потенциала взаимодействия кантилевера и нанообъекта составляет $C_2=10$ Н/м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванова, Е.А. Об определении параметров жесткости нанообъектов / Е.А. Иванова, Д.А. Индейцев, Н.Ф. Морозов // Доклады Академии наук. – 2006. – Т. 410, № 6. – С. 754 – 758.

2. Кулешов, Ю.В. Динамика многослойной подложки с нанообъектами / Ю.В. Кулешов, М.А. Кирнос, А.М. Кольцова // Труды ТГТУ. – Тамбов : Изд- во Тамб. гос. техн. ун- та, 2008. – Вып. 21. – С. 36 – 39.

3. Кулешов, Ю.В. Нелинейные колебания многослойных пластин с сосредоточенными массами / Ю.В. Кулешов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2006. – Т. 12, № 4а. – С. 1084 – 1090.

4. Григолюк, Э.И. Многослойные армированные оболочки, расчет пневматических шин / Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов. – М. : Машиностроение, 1988. – 288 с.

Кафедра «Теоретическая механика»