Равенства. Тождества. Уравнения. Системы уравнений

Название	Описание, определение	Формулы, примеры
Равенство	– два выражения, которые соединены знаком «равно» (=)	$3 + 2 = 5$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Тождество	– равенство с переменными, которое верно при всех допустимых значениях переменных этого равенства	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Уравнение	– равенство, которое содержит одно или несколько неизвестных, и верно только при определённых значениях этих неизвестных	$3x + 1 = 2x - 5$, $xy = 6$
Решение (корень) уравнения	– значения неизвестных, которые обращают уравнение в верное числовое равенство (тождество)	$x = -7$ – корень уравнения $2x - 1 = 3x + 6$
Область допустимых значений (ОДЗ) уравнения	– множество значений неизвестного, при которых обе части уравнения имеют смысл	$\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x-3}$. ОДЗ: $x \in R \setminus \{-2; 3\}$.
Система уравнений	– множество уравнений, для которых требуется найти решение, удовлетворяющее одновременно всем уравнениям системы	$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ – система двух линейных уравнений с двумя неизвестными
Целое рациональное уравнение	– уравнение, которое можно записать в виде $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x^1 + a_0x^0 = 0$, где $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ – заданные числа, x – неизвестное, $n \geq 1$	$2x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 2 = 0$
Дробно-рациональное уравнение	– уравнение вида $\frac{a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x^1 + a_0x^0}{b_mx^m + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_1x^1 + b_0x^0} = 0$, где $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0, b_m, b_{m-1}, \ldots, b_1, b_0$ – заданные числа, x – неизвестное, $n \geq 0$, $m \geq 1$	$\frac{7(x-2)(x-3)(x-4)}{(2x-7)(x+2)(x-6)} = -2$
Иррациональное уравнение относительно x	– уравнение, содержащее неизвестное под знаком радикала	$\sqrt{15 - x} + \sqrt{3 - x} = 6$

Равенства

Виды равенств

- По виду выражений равенства делят на…
  - числовые
    - $3 + 2 = 5$
  - с переменными
    - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Виды уравнений

- Алгебраические уравнения
  - рациональные
    - целые
      - $2x + 4 = 0$
    - дробные
      - $\frac{2}{x+2} - 1 + \frac{1}{x} = 0$
  - иррациональные
    - $x + \sqrt[3]{x} = 2$

Алгоритм решения линейного уравнения

№	**Что сделать?**	**Пример**
1	Раскрыть скобки	$3 - 5(x - 2) = x + 4$ $3 - 5x + 10 = x + 4$
2	Перенести слагаемые с неизвестным в левую часть, а свободные члены – в правую часть уравнения	$-x - 5x = 4 - 3 - 10$
3	Привести подобные члены	$-6x = -9$
4	Разделить левую и правую части уравнения на коэффициент при неизвестном	$x = -9 / (-6)$
5	Записать ответ	$x = 1{,}5$

Алгоритм решения квадратного уравнения

№	Что сделать?	Пример
1	Преобразовать уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$	$x(x + 2) = 3$, $x^2 + 2x - 3 = 0$
2	Найти дискриминант $D = b^2 - 4ac$	$D = 2^2 - 4\cdot1\cdot(-3) = 16 = 4^2 > 0$
3	Если $D < 0$, то уравнение не имеет действительных корней	
	Если $D = 0$, то уравнение имеет два равных действительных корня $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$	
	Если $D > 0$, то уравнение имеет два различных действительных корня $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$	$x_{1,2} = \frac{-2\pm\sqrt{16}}{2} = \frac{-2\pm4}{2} = -1 \pm 2$
4	Записать ответ	$x_1 = -3$, $x_2 = 1$

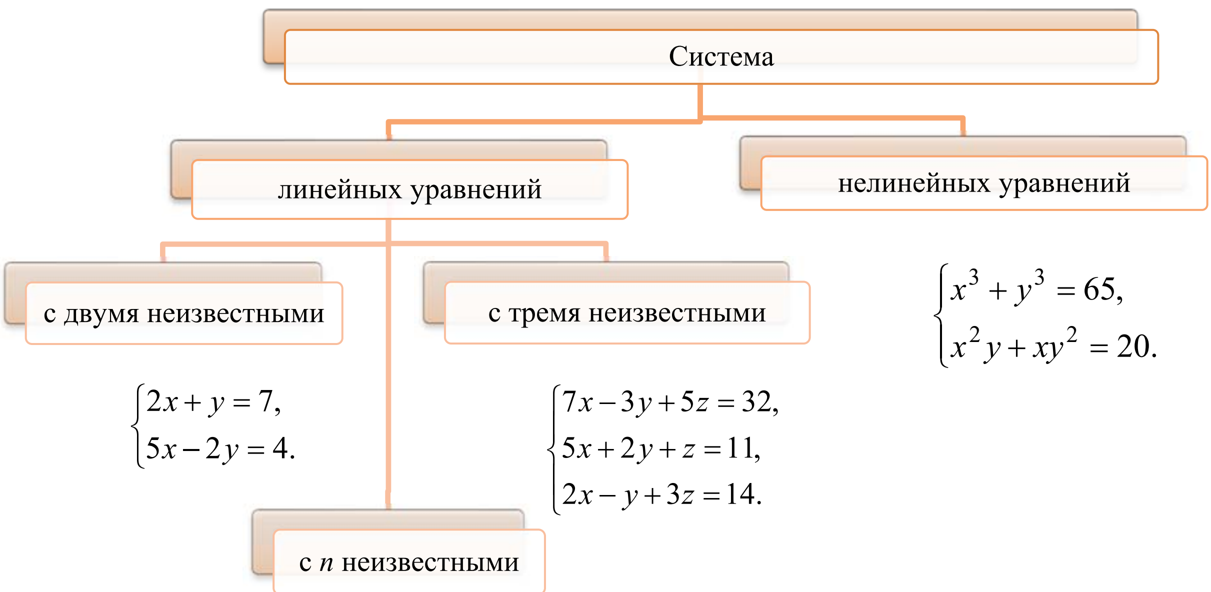
Методы решения рациональных уравнений

№	Название	Описание	Пример
1	Метод группировки	Уравнение привести к виду, в котором левая часть – это произведение нескольких многочленов, а правая часть равна нулю, и составить новые, более простые уравнения	$x^3 - 3x + 2 = 0$, $x^3 - x - 2x + 2 = 0$, $x(x^2 - 1) - 2(x - 1) = 0$, $x(x - 1)(x + 1) - 2(x - 1) = 0$, $(x - 1)(x^2 + x - 2) = 0$, $(x - 1)(x^2 + x - 1 - 1) = 0$, $(x - 1)[(x^2 - 1) + (x - 1)] = 0$, $(x - 1)(x - 1)(x + 1 + 1) = 0$, $(x - 1)^2(x + 2) = 0$ $\left[\begin{array}{l} x - 1 = 0, \\ x + 2 = 0, \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_{1,2} = 1, \\ x_3 = -2. \end{array}\right.$
2	Метод подстановки (замены)	Ввести новое неизвестное, чтобы упростить уравнение, понизить его степень, разложить на множители	$(x - 4)(x - 7)(x - 6)(x - 5) = 1680$, $(x^2 - 11x + 28)(x^2 - 11x + 30) = 1680$. Пусть $x^2 - 11x + 28 = t$, тогда $t(t + 2) = 1680$, $t^2 + 2t - 1680 = 0$, $t_1 = -42$, $t_2 = 40$. Отсюда $\left[\begin{array}{l} x^2 - 11x + 28 = -42, \\ x^2 - 11x + 28 = 40; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2 - 11x + 70 = 0, \\ x^2 - 11x - 12 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \quad\quad \emptyset \\ x_1 = 12, x_2 = -1. \end{array}\right.$
3	Метод подбора	Рациональные корни уравнения $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$ следует искать в виде $\frac{p}{q}$, где p – делитель свободного члена a_0, q – делитель первого коэффициента a_n, числа p и q взаимно просты, $p \in Z$, $q \in N$	$x^3 - x^2 - 8x + 6 = 0$, $\frac{p}{q} = \{\pm1, \pm2, \pm3, \pm6\}$, $x = 3$ – корень уравнения, так как $27 - 9 - 24 + 6 = 0$, $(x - 3)(x^2 + 2x - 2) = 0$, $x_1 = 3$, $x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{3}$
4	Искусство	Придумать свой метод, используя различные преобразования	

Методы решения иррациональных уравнений

№	Название	Описание	Пример
1	Метод уединения радикала и возведения в степень	Преобразовать уравнение так, чтобы получить равносильное рациональное уравнение	$\sqrt{15-x}+\sqrt{3-x}=6$, $\sqrt{15-x}=6-\sqrt{3-x}$, ОДЗ: $\begin{cases}15-x\geq 0,\\ 3-x\geq 0,\\ 6-\sqrt{3-x}\geq 0.\end{cases}$ $\left(\sqrt{15-x}\right)^2=\left(6-\sqrt{3-x}\right)^2$, $15-x=36-12\sqrt{3-x}+3-x$, $12\sqrt{3-x}=24$, $\sqrt{3-x}=2$, $3-x=4$, $x=-1\in$ ОДЗ.
2	Метод подстановки (замены)	Выделить в уравнении повторяющееся выражение и ввести новое неизвестное так, чтобы упростить исходное уравнение	$x^2+3x-18+4\sqrt{x^2+3x-6}=0$. Пусть $x^2+3x-6=t$. Тогда $t-12+4\sqrt{t}=0$, $4\sqrt{t}=12-t$. ОДЗ: $\begin{cases}t\geq 0,\\ 12-t\geq 0.\end{cases}$ $\left(4\sqrt{t}\right)^2=(12-t)^2$, $16t=144-24t+t^2$, $t^2-40t+144=0$, $t_1=4\in$ОДЗ, $t_2=36\notin$ ОДЗ. Поэтому $x^2+3x-6=4$, $x^2+3x-10=0$, $x_1=-5$, $x_2=2$.
3	Искусство	Придумать свой метод, используя различные преобразования	

Виды систем уравнений



Методы решения систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными

№	Название	Описание	Пример
1	Метод подстановки	Из любого уравнения системы можно выразить одно неизвестное через другое и подставить это выражение во второе уравнение системы. В результате получается уравнение с одним неизвестным	$\begin{cases}4x-3y=-1,\\3x+4y=18;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{3y-1}{4},\\3\cdot\frac{3y-1}{4}+4y=18;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{3y-1}{4},\\25y=75;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{3\cdot3-1}{4},\\y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$
2	Метод алгебраического сложения	Каждое уравнение системы можно умножить на дополнительные множители так, чтобы коэффициенты при одном и том же неизвестном в обоих уравнениях стали противоположными. Затем одно уравнение прибавить к другому уравнению. В результате получается уравнение с одним неизвестным	$\left.\begin{matrix}4x-3y=-1,\\3x+4y=18;\end{matrix}\right\vert\begin{matrix}\cdot(-3)\\\cdot4\end{matrix}$ $\begin{cases}-12x+9y=3,\\12x+16y=72;\end{cases}$ $\begin{cases}4x-3y=-1,\\25y=75;\end{cases}$ $\begin{cases}4x-3\cdot3=-1,\\y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$
3	Метод определителей (метод Крамера)	Из коэффициентов и свободных членов составить три определителя: $\Delta=\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\a_2 & b_2\end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$ – определитель системы, $\Delta_x=\begin{vmatrix}c_1 & b_1\\c_2 & b_2\end{vmatrix}=c_1b_2-c_2b_1$ – определитель неизвестного x, $\Delta_y=\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\a_2 & c_2\end{vmatrix}=a_1c_2-a_2c_1$ – определитель неизвестного y и найти значения неизвестных по формулам: $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}$ $(\Delta\neq0)$	$\begin{cases}4x-3y=-1,\\3x+4y=18.\end{cases}$ $\Delta=\begin{vmatrix}4 & -3\\3 & 4\end{vmatrix}=16+9=25\neq0,$ $\Delta_x=\begin{vmatrix}-1 & -3\\18 & 4\end{vmatrix}=-4+54=50,$ $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{50}{25}=2,$ $\Delta_y=\begin{vmatrix}4 & -1\\3 & 18\end{vmatrix}=72+3=75,$ $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{75}{25}=3,$ $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$

Методы решения систем трёх линейных уравнений с тремя неизвестными

№	Название	Описание	Пример
1	Метод последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса)	Последовательное исключение неизвестных из уравнений системы и приведение системы уравнений к треугольному виду, используя умножение уравнений на некоторое число и сложение уравнений	$\begin{cases} x-2y+4z=3,\\ 3x-y+5z=2,\\ 2x-4y+3z=1;\end{cases}$ $\left.\begin{array}{l} x-2y+4z=3,\\ 3x-y+5z=2,\\ 2x-4y+3z=1;\end{array}\right\vert \cdot(-3)\ \ \cdot(-2)$ $\begin{cases} x-2y+4z=3,\\ 5y-7z=-7,\\ -5z=-5;\end{cases}$ $\left.\begin{cases} x-2y+4z=3,\\ 5y-7z=-7,\\ z=1;\end{cases}\right\vert \cdot 7\ \ \cdot(-4)$ $\begin{cases} x-2y=-1,\\ 5y=0,\\ z=1;\end{cases}$ $\left.\begin{cases} x-2y=-1,\\ y=0,\\ z=1;\end{cases}\right\vert \cdot 2$ $\begin{cases} x=-1,\\ y=0,\\ z=1\end{cases}$
2	Метод определителей (метод Крамера)	Из коэффициентов и свободных членов составить определители системы и неизвестных: $\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$, $\Delta_x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1\\ d_2 & b_2 & c_2\\ d_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$, $\Delta_y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1\\ a_2 & d_2 & c_2\\ a_3 & d_3 & c_3\end{vmatrix}$, $\Delta_z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1\\ a_2 & b_2 & d_2\\ a_3 & b_3 & d_3\end{vmatrix}$ и найти значения неизвестных по формулам: $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}, y=\frac{\Delta_y}{\Delta}, z=\frac{\Delta_z}{\Delta}\ (\Delta\neq 0)$	$\begin{cases} 7x-3y+5z=32,\\ 5x+2y+z=11,\\ 2x-y+3z=14;\end{cases}$ $\Delta=\begin{vmatrix} 7 & -3 & 5\\ 5 & 2 & 1\\ 2 & -1 & 3\end{vmatrix}=43\neq 0$, $\Delta_x=\begin{vmatrix} 32 & -3 & 5\\ 11 & 2 & 1\\ 14 & -1 & 3\end{vmatrix}=86$, $\Delta_y=\begin{vmatrix} 7 & 32 & 5\\ 5 & 11 & 1\\ 2 & 14 & 3\end{vmatrix}=-43$, $\Delta_z=\begin{vmatrix} 7 & -3 & 32\\ 5 & 2 & 11\\ 2 & -1 & 14\end{vmatrix}=129$. Отсюда $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{86}{43}=2$, $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-43}{43}=-1$, $z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{129}{43}=3$

Методы решения систем нелинейных уравнений

№	Название	Описание
1	Метод подстановки	Из какого-либо уравнения системы выражаем одно неизвестное через другие и подставляем в оставшиеся уравнения системы.
2	Метод алгебраического сложения	Упростить уравнения системы и/или избавиться от одного неизвестного
3	Метод введения новых неизвестных	Упростить уравнения системы
4	Искусство	Решать нестандартно, проявив определённую смекалку

Методы решения показательных уравнений

№	Название	Описание	Пример
1	Простейший метод решения уравнений вида $a^x = b$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$)	Использование определения логарифма: $x = \log_a b$	$4^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_4 5$
2	Метод приведения к одному основанию	$a^{f_1(x)} = a^{f_2(x)} \Leftrightarrow f_1(x) = f_2(x)$	$\sqrt{2}\cdot 0{,}5^{\frac{5}{4\sqrt{x}+10}} - 16^{\frac{1}{2(\sqrt{x}+1)}} = 0,$ $2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{-5}{4\sqrt{x}+10}} = 2^{\frac{4}{2(\sqrt{x}+1)}},$ $2^{\frac{1}{2}-\frac{5}{2(2\sqrt{x}+5)}} = 2^{\frac{2}{\sqrt{x}+1}},$ $\frac{1}{2}-\frac{5}{2(2\sqrt{x}+5)} = \frac{2}{\sqrt{x}+1}\ \ldots,$ $x = 25$
3	Метод подстановки	Введение нового неизвестного с целью упростить уравнение, свести его к алгебраическому уравнению	$3\cdot 5^{2x-1} - 2\cdot 5^{x-1} = 0{,}2,$ $3\cdot(5^x)^2 - 2\cdot 5^x = 1,$ $5^x = t > 0$, тогда, $3t^2 - 2t - 1 = 0,$ $t_1 = 1$, $t_2 = -\frac{1}{3}$ (не подходит), $5^x = 1 = 5^0,$ $x = 0$
4	Метод почленного деления	Применяют для решения однородных уравнений	$6\cdot 4^x - 13\cdot 6^x + 6\cdot 9^x = 0,$ $6\cdot 2^{2x} - 13\cdot 2^x\cdot 3^x + 6\cdot 3^{2x} = 0,$ $6 - 13\cdot\frac{6^x}{4^x} + 6\cdot\frac{9^x}{4^x} = 0,$ $6 - 13\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x + 6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = 0,$ $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t > 0 \Leftrightarrow 6t^2 - 13t + 6 = 0,$ $t_1 = \frac{2}{3}, t_2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3}$ и $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2},$ $x_1 = -1$, $x_2 = 1$
5	Метод группировки	Преобразование уравнения с целью упрощения	$3\cdot 4^x + \frac{1}{3}\cdot 9^{x+2} = 6\cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2}\cdot 9^{x+1},$ $3\cdot 4^x + \frac{81}{3}\cdot 9^x = 6\cdot 4^x\cdot 4 - \frac{9}{2}\cdot 9^x,$ $3\cdot 4^x - 24\cdot 4^x = -\frac{9}{2}\cdot 9^x - 27\cdot 9^x,$ $4^x(3-24) = 9^x\left(-\frac{9}{2} - 27\right),$ $-21\cdot 4^x = -\frac{63}{2}\cdot 9^x,.$ $\frac{4^x}{9^x} = \frac{63}{2\cdot 21},$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \frac{3}{2},$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1},$ $2x = -1,$ $x = -0{,}5$

Методы решения логарифмических уравнений

№	Название	Описание	Пример
1	По определению логарифма	$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$	$\log_3 x(x-2) = 1$, $x(x-2) = 3$, $x_1 = -1$, $x_2 = 3$
2	Метод потенцирования	$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \quad g(x) > 0, \\ f(x) = g(x) \end{cases}$	$3\log_5 2 + 2 - x = \log_5 (3^x - 5^{2-x})$, $\log_5 2^3 + \log_5 5^2 - \log_5 5^x = \log_5 (3^x - 5^{2-x})$, $\log_5 \frac{8\cdot 25}{5^x} = \log_5 \left(3^x - \frac{25}{5^x}\right)$, $\frac{200}{5^x} = 3^x - \frac{25}{5^x}$, $200 = 15^x - 25$, $15^x = 15^2$, $x = 2$
3	Метод подстановки	Введение нового неизвестного с целью упростить уравнение, свести его к алгебраическому уравнению	$\log_x(9x^2)\log_3^2 x = 4$, $(\log_x 9 + \log_x x^2)\log_3^2 x = 4$, $(2\log_x 3 + 2)(\log_3 x)^2 = 4$, $\left(\frac{2}{\log_3 x} + 2\right)(\log_3 x)^2 = 4$, $\log_3 x = t \Rightarrow \left(\frac{2}{t} + 2\right) t^2 = 4$, $t^2 + t - 2 = 0$, $t_1 = -2$, $t_2 = 1 \Rightarrow \log_3 x = -2$ и $\log_3 x = 1$, $x_1 = 3^{-2}$ и $x_2 = 3$
4	Метод приведения к одному основанию	Используются свойства логарифмов (формула перехода к новому основанию) и метод подстановки	$20\log_{4x}\sqrt{x} + 7\log_{16x} x^3 - 3\log_{\frac{x}{2}} x^2 = 0$, $20\frac{\log_2\sqrt{x}}{\log_2 4x} + 7\frac{\log_2 x^3}{\log_2 16x} - 3\frac{\log_2 x^2}{\log_2 \frac{x}{2}} = 0$, $\frac{10\log_2 x}{2+\log_2 x} + \frac{21\log_2 x}{4+\log_2 x} - \frac{6\log_2 x}{\log_2 x - 1} = 0\ldots$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $x_3 = \frac{1}{4\sqrt[5]{8}}$
5	Метод логарифмирования	Уравнение привести к виду $f_1(x)^{f_2(x)} = f_3(x)$ и прологарифмировать по нужному основанию	$x^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^{5+\lg x}$, $\lg\left(x^{\frac{\lg x+5}{3}}\right) = \lg\left(10^{5+\lg x}\right)$, $\frac{\lg x+5}{3}\lg x = (5+\lg x)\lg 10\ \ldots$, $x_1 = 10^{-5}$, $x_2 = 1000$

Основные методы решения тригонометрических уравнений

№	Вид уравнения	Формулы	Пример
1	$\sin x = a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$	$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, $x - \frac{\pi}{3} = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n, n \in Z$, $x = \frac{\pi}{3} + (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$
2	$\cos x = a$	$x = \pm\arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$	$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$, $x - \frac{\pi}{4} = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k$, $x - \frac{\pi}{4} = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi k$, $x - \frac{\pi}{4} = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi k = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
3	$\mathrm{tg}\, x = a$	$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi k,\ k \in Z$	$\mathrm{tg}\, 3x = 1995$, $3x = \mathrm{arctg}\, 1995 + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$, $x = \frac{1}{3}\mathrm{arctg}\, 1995 + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbf{Z}$

4	ctg $x = a$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k,\ k \in Z$	$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. $x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{\sqrt{3}} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$
5	Общий приём	Все тригонометрические функции, которые входят в уравнение, выразить через какую-нибудь одну тригонометрическую функцию, зависящую от одного и того же аргумента	$2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$, $2(1 - \sin^2 x) + 5\sin x - 4 = 0$, $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$, $\sin x = 2 \Rightarrow \varnothing$, $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = (-1)^n\frac{\pi}{6} + +\pi n, n \in Z$
6	Метод группировки	С помощью группировки слагаемых уравнение приводится к виду, в котором левая часть разложена на множители, а правая часть равна нулю	$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$, $(\sin x + \sin 3x) + \sin 2x = (1 + \cos 2x) + \cos x$, $2\sin 2x \cos x + \sin 2x = 2\cos^2 x + \cos x$, $\sin 2x\,(2\cos x + 1) = \cos x\,(2\cos x + 1)$, $\sin 2x\,(2\cos x + 1) - \cos x\,(2\cos x + 1) = 0$, $(2\cos x + 1)\,(\sin 2x - \cos x) = 0$, $(2\cos x + 1)\,(2\sin x \cos x - \cos x) = 0$, $(2\cos x + 1)\,(2\sin x - 1)\cos x = 0 \Rightarrow$ 1) $2\cos x + 1 = 0$, $\cos x = -\frac{1}{2}, x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$, 2) $2\sin x - 1 = 0$, $\sin x = \frac{1}{2}, x = (-1)^m\frac{\pi}{6} + \pi m, m \in Z$, 3) $\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
7	Уравнения, решаемые понижением степени	Применяются формулы понижения степени	$\sin^2 3x + \sin^2 4x = \sin^2 5x + \sin^2 6x$, $\frac{1-\cos 6x}{2} + \frac{1-\cos 8x}{2} = \frac{1-\cos 10x}{2} + \frac{1-\cos 12x}{2}$, $2 - \cos 6x - \cos 8x = 2 - \cos 10x - \cos 12x$, $(\cos 10x + \cos 12x) - (\cos 6x + \cos 8x) = 0$, $2\cos 11x \cos x - 2\cos 7x \cos x = 0$, $2\cos x\,(\cos 11x - \cos 7x) = 0$, $4\cos x \sin 9x \sin 2x = 0$ …, $x = \frac{\pi}{9}m,\ x = \frac{\pi}{2}n, m, n \in Z$
8	Универсальная подстановка	$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = t \Rightarrow$ $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$	$3\sin x - 4\cos x = 5$. $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = t\left(\cos\frac{x}{2} \neq 0\right) \Rightarrow \frac{3\cdot 2t}{1+t^2} - \frac{4(1-t^2)}{1+t^2} = 5 \ldots$, $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 2\operatorname{arctg} 3 + 2\pi k, k \in Z$
9	Однородные уравнения и уравнения приводимые к ним	Приводятся к алгебраическим относительно tg x с помощью деления обеих частей уравнения на $\cos x \neq 0$, $\cos^2 x \neq 0$ и так далее	$\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$, $\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - 3 = 0$ $\operatorname{tg} x = 3$, $\operatorname{tg} x = -1$. $x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$, $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$