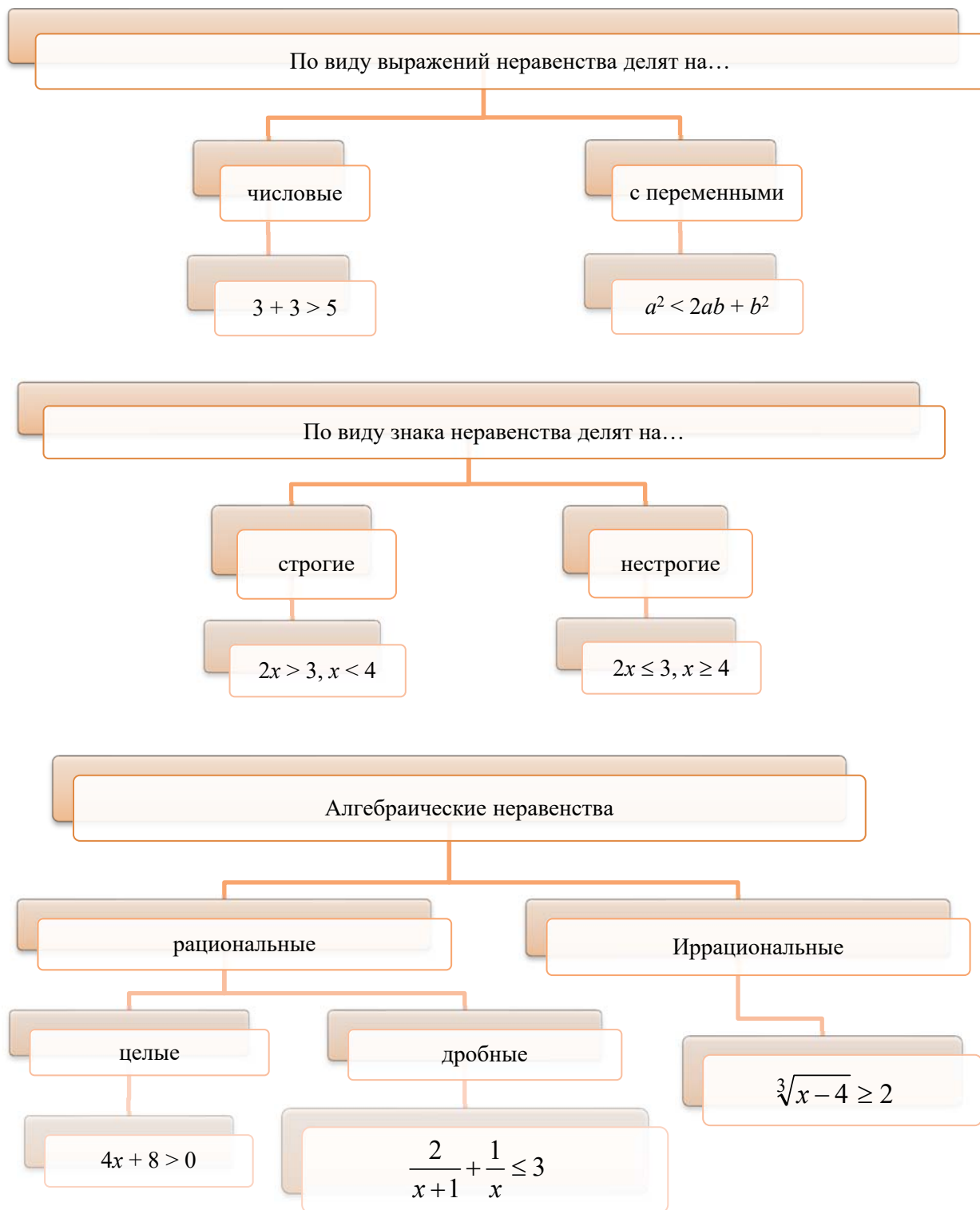
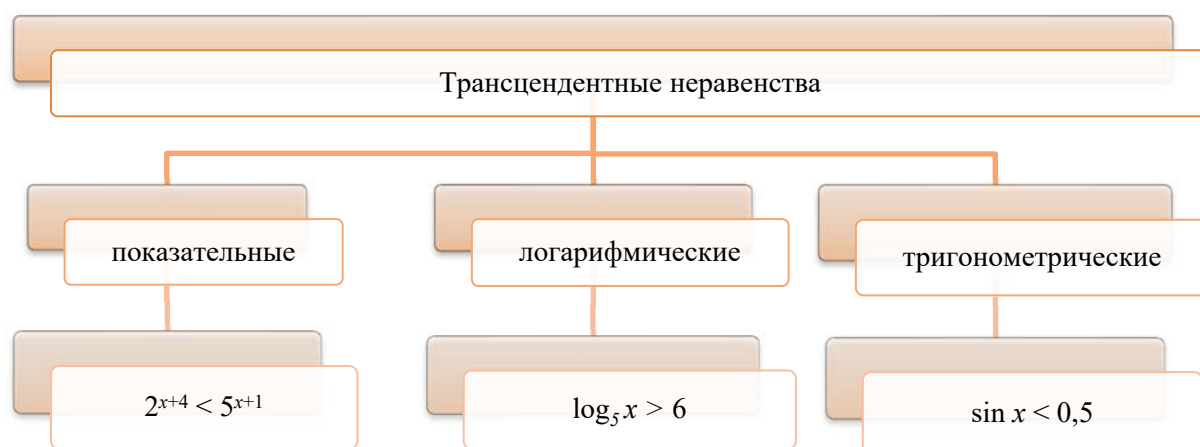


## Неравенства, их системы и совокупности

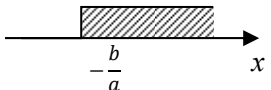
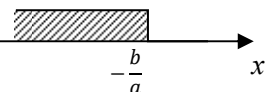
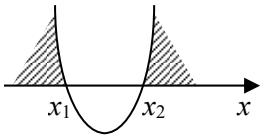
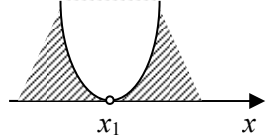
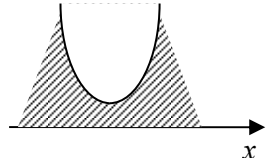
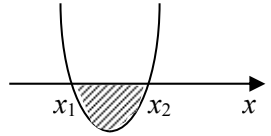
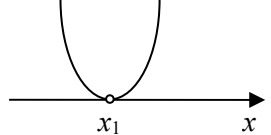
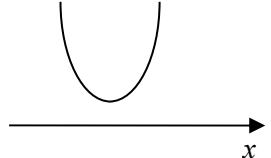
Понятие	Определение, описание, формулы	Примеры
Неравенство	– запись, в которой два выражения соединены одним из знаков сравнения $>$ , $<$ , $\geq$ , $\leq$ , $\neq$	$a > b$ , $a < b$ , $2x - 1 < 0$
Неравенство с одной переменной	– неравенство вида $f(x) > g(x)$ или $f(x) < g(x)$ , где $f(x)$ и $g(x)$ – выражения с переменной $x$	$2x + 5 > 3x - 1$ , $\frac{5x-1}{x} < \frac{7}{9}$
Область допустимых значений (ОДЗ) неравенства	– множество всех значений переменной, при которых имеют смысл обе части неравенства	$\frac{5x-1}{x} < \frac{7}{9}$ ОДЗ: $R \setminus \{0\}$
Решение неравенства $f(x) > g(x)$	– такое значение $x = a$ , которое обращает его в верное числовое неравенство $f(a) > g(a)$	$x = -2$ – это решение неравенства $5x - 7 < 0$
Линейное неравенство	– неравенство вида $ax + b < 0$ или $ax + b > 0$ , где $x$ – переменная, $a$ и $b$ – некоторые числа	$2x - 1 < 0$
Квадратное неравенство	– неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$ или $ax^2 + bx + c < 0$ , где $a \neq 0$	$x^2 - 3x + 2 < 0$
Целое рациональное неравенство	– неравенство вида $P(x) > 0$ или $P(x) < 0$ , где $P(x)$ – многочлен относительно переменной $x$	$2x^3 - 7x^2 + x - 1 < 0$
Дробно-рациональное неравенство	– неравенство вида $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ или $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$ , где $A(x)$ и $B(x)$ – многочлены относительно $x$ , $B(x) \neq 0$	$\frac{(x-2)(x+3)}{x+1} < 0$
Иррациональное неравенство	– неравенство, содержащее переменную под знаком радикала	$\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$
Совокупность неравенств	– множество неравенств, для которых требуется найти решение, удовлетворяющее хотя бы одному неравенству из совокупности	$\begin{cases} 3x - 7 > 7x + 9, \\ x - 3 > -3x + 1 \end{cases}$
Система неравенств	– множество неравенств, для которых требуется найти решение, удовлетворяющее всем неравенствам системы одновременно	$\begin{cases} 5x - 3 \leq 7x + 1, \\ 4x - 5 \leq x - 2 \end{cases}$
Показательное неравенство	– неравенство, которое содержит переменную в показателе степени $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ (где $a > 0$ , $a \neq 1$ )	$2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} < 5^{x+1} - 5^{x+2}$
Логарифмическое неравенство	неравенство, которое содержит переменную под знаком логарифма $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ (где $a > 0$ , $a \neq 1$ )	$\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$
Тригонометрическое неравенство	– неравенство, содержащее переменную под знаком тригонометрической функции	$\sin^2 x - 2\cos x + 2 < 0$
Простейшие тригонометрические неравенства	$\sin x > a$ , $\sin x < a$ , $\cos x > a$ , $\cos x < a$ , $\operatorname{tg} x > a$ , $\operatorname{tg} x < a$ , $\operatorname{ctg} x > a$ , $\operatorname{ctg} x < a$ , где $a$ – данное число	$\sin x > 0,5$ ; $\cos 3x \geq -0,5$ ; $\operatorname{tg} 3x \geq 1$

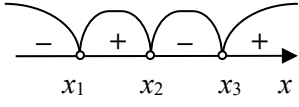
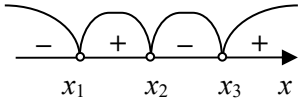
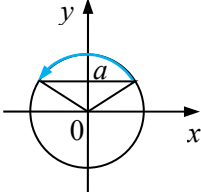
## Виды неравенств

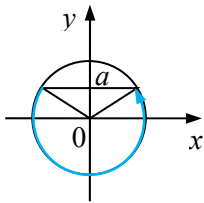
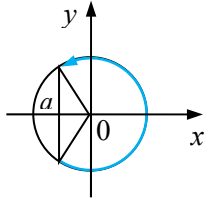
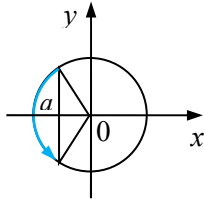
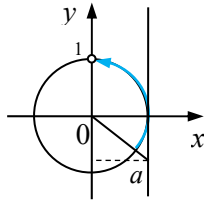




### Решение неравенств с одной переменной

№	Неравенство	Условия	Решение	Рисунок
1	$ax + b < 0$	$a > 0, -b \in R$	$x \in \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$	
		$a < 0, -b \in R$	$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$	
2	$ax^2 + bx + c > 0$	$a > 0, D > 0$	$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	
		$a > 0, D = 0$	$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$	
		$a > 0, D < 0$	$x \in (-\infty; +\infty)$	
3	$ax^2 + bx + c < 0$	$a > 0, D > 0$	$x \in (x_1; x_2)$	
		$a > 0, D = 0$	Пустое множество $\emptyset$	
		$a > 0, D < 0$	Пустое множество $\emptyset$	

4	$P(x) > 0$	Левая часть неравенства разложена на множители и имеет корни $x_1, x_2, x_3$	$x \in (x_1; x_2) \cup (x_3; +\infty)$	
5	$P(x) < 0$	Левая часть неравенства разложена на множители и имеет корни $x_1, x_2, x_3$	$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; x_3)$	
6	$\frac{A(x)}{B(x)} > 0$	$B(x) \neq 0$	Равносильно решению неравенства $A(x) B(x) > 0$	
7	$\frac{A(x)}{B(x)} < 0$	$B(x) \neq 0$	Равносильно решению неравенства $A(x) B(x) < 0$	
8	$\sqrt[2k]{f(x)} > a$	$a \geq 0$	Равносильно неравенству вида $f(x) > a^{2k}$	
		$a < 0$	Вся область допустимых значений выражения $f(x)$	
9	$\sqrt[2k]{f(x)} < a$	$a \geq 0$	Равносильно неравенству вида $0 < f(x) < a^{2k}$ ;	
		$a < 0$	Пустое множество $\emptyset$	
10	$ f(x)  < a$	$a \geq 0$	Равносильно решению системы $\begin{cases} f(x) > -a, \\ f(x) < a. \end{cases}$	
		$a < 0$	пустое множество $\emptyset$	
11	$ f(x)  > a$	$a \geq 0$	Равносильно решению совокупности $\begin{cases} f(x) < -a, \\ f(x) > a. \end{cases}$	
		$a < 0$	$x \in R$	
12	$a^{f(x)} < a^{g(x)}$	$a > 1$	$a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$	
		$0 < a < 1$	$a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	
13	$\log_a f(x) > \log_a g(x)$	$a > 1$	$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$	
		$0 < a < 1$	$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$	
14	$\sin x > a$	$a < 1$	$\begin{cases} x > \arcsin a + 2\pi k, \\ x < \pi - \arcsin a + 2\pi k, \\ k \in Z \end{cases}$	

15	$\sin x < a$	$a > -1$	$\begin{cases} x > -\pi - \arcsin a + 2\pi k, \\ x < \arcsin a + 2\pi k, \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	
16	$\cos x > a$	$a < 1$	$\begin{cases} x > -\arccos a + 2\pi k, \\ x < \arccos a + 2\pi k, \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	
17	$\cos x < a$	$a > -1$	$\begin{cases} x > \arccos a + 2\pi k, \\ x < 2\pi - \arccos a + 2\pi k, \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	
18	$\operatorname{tg} x > a$		$\arctg a < x < \frac{\pi}{2} + \pi k, \\ k \in \mathbb{Z}$	
19	$\operatorname{tg} x < a$		$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \arctg a, \\ k \in \mathbb{Z}$	