

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Тамбовский государственный технический университет»

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

Методические указания к лабораторной работе  
для студентов специальности 280202  
«Инженерная защита окружающей среды»  
по дисциплине «Гидравлика и теплотехника»



---

Тамбов  
Издательство ГОУ ВПО ТГТУ  
2011

УДК 532.13(076)  
ББК В253.31я73-5 + Ж108.7я73-5  
Ч-651

Рецензент

Доктор технических наук, профессор ГОУ ВПО ТГТУ  
*В.М. Дмитриев*

Составители:

*С.С. Никулин, А.С. Чех*

Ч-651            Определение вязкости жидкости методом Стокса : методические указания / сост. : С.С. Никулин, А.С. Чех. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2011. – 12 с. – 100 экз.

Приведены методические указания и порядок выполнения лабораторной работы «Определение вязкости жидкости методом Стокса», включая подробное описание лабораторной установки, методики проведения эксперимента и обработки опытных данных.

Предназначены для студентов специальности 280202 «Инженерная защита окружающей среды» по дисциплине «Гидравлика и теплотехника».

УДК 532.13(076)  
ББК В253.31я73-5 + Ж108.7я73-5

© Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет» (ГОУ ВПО ТГТУ), 2011

## ВВЕДЕНИЕ

Идеальная жидкость, т.е. жидкость, движущаяся без трения, является абстрактным понятием. Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуща вязкость или внутреннее трение. Вязкость проявляется в том, что возникающее в жидкости или газе движение после прекращения действия причин, его вызвавших, постепенно прекращается.

Для измерения вязкости (вискозиметрии) применяют ряд экспериментальных методов, основанных на различных принципах [1, 2]. Каждый из этих методов обладает особым диапазоном условий его применения. Независимо от применяемого вискозиметрического метода для корректных измерений вязкости необходимо соблюдение следующих требований:

1) результат измерений не должен зависеть от линейных размеров рабочих элементов вискозиметра;

2) не должно иметь место пристеночное скольжение в жидкости;

3) поток жидкости в вискозиметре должен быть ламинарным, т.е. в капиллярах необходимо выполнение условия, что значение числа Рейнольдса  $Re < 2320$ , а в случае падающего шарика –  $Re < 1$ .

Абсолютное измерение вязкости гарантируют капиллярный, ротационный методы и метод падающего шарика [3]. В остальных случаях необходимо прибегать к помощи калибровочных жидкостей с известными значениями вязкости.

## Лабораторная работа

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

*Цель работы:* определить динамическую и кинематическую вязкости жидкости методом Стокса (метод падающего шарика).

*Приборы и принадлежности:* цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью, штангенциркуль, секундомер, масштабная линейка, шарики.

#### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Вязкость – важная физико-химическая характеристика веществ. Величина, обратная вязкости, называется текучестью. Её необходимо учитывать, например, при перекачке жидкостей и газов по трубопроводам, разливке расплавленных металлов, смазке машин и механизмов. В медицине вязкость крови определяет состояние организма – в норме или при патологии.

##### 1.1. Вязкость жидкостей

Вязкость – свойство жидкости оказывать сопротивление относительному сдвигу слоёв. Вязкость проявляется в том, что при относительном перемещении слоёв жидкости медленнее движущийся слой жидкости

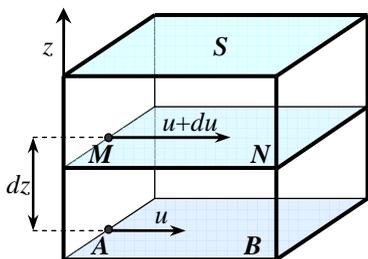
«тормозит» слой, движущийся быстрее, и наоборот [4]. Вязкость обусловлена наличием между отдельными частицами (молекулами) жидкости сил притяжения, которые при перемещении одной части жидкости относительно другой сдерживают движение слоёв. Очевидно, что все жидкости должны быть вязкими, так как между реальными молекулами всегда существуют силы не только притяжения, но и отталкивания. Равновесие между этими силами и определяет равновесное состояние жидкости. Если один из слоёв жидкости вывести из состояния равновесия и перемещать его с некоторой скоростью относительно другого, то силы притяжения частиц будут тормозить это движение.

При теоретическом описании вязкости жидкость рассматривают как непрерывную бесструктурную среду. В равновесном состоянии частицы (молекулы) будут располагаться таким образом, что равновесная сила (разность между силами притяжения и отталкивания) будет равна нулю. Если это не соблюдается, то молекулы будут перемещаться относительно друг друга до тех пор, пока вновь не наступит состояние равновесия. Если под действием какой-либо силы жидкость привести в движение (рис. 1) таким образом, что один из слоёв, например  $MN$ , будет перемещаться с ускорением  $du$  по отношению к слою  $AB$ , то между слоями возникнет сила трения, стремящаяся выровнять скорости движения слоёв  $AB$  и  $MN$  и вернуть их в состояние равновесия.

Сила трения  $T$  прямо пропорциональна относительной скорости движения  $du$  и площади контакта слоёв  $S$  и обратно пропорциональна расстоянию между слоями  $dz$  (между центрами движущихся слоёв). Эта сила, направленная по касательной к слоям, называется *силой внутреннего трения*. Исаак Ньютон предложил для её расчёта следующую формулу

$$T = \tau S, \quad (1)$$

где  $\tau = \pm \mu \frac{du}{dz}$  – касательное напряжение;  $\frac{du}{dz}$  – скорость деформации



**Рис. 1.** Модель, поясняющая движение соприкасающихся слоёв жидкости

сдвига;  $S$  – площадь соприкасающихся слоёв;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости.

Жидкости, для которых справедлива зависимость (1), называются *ньютоновскими*. Существуют жидкости (коллоидные суспензии, растворы полимеров, строительные растворы и т.п.), для которых связь между касательным напряжением и скоростью деформации сдвига выражается другими соотношениями. Такие жидкости относятся к *неньютоновским* [5].

Динамическая вязкость – характеристика вещества, численно равная силе трения, возникающей между двумя слоями жидкости площадью по  $1 \text{ м}^2$  каждый при градиенте скорости, равном  $1 \text{ м/с}$  на метр. Размерность динамической вязкости  $[\mu] = [\text{Па} \cdot \text{с}]$ . В некоторых случаях принято пользоваться так называемой кинематической вязкостью, равной динамической вязкости жидкости, делённой на плотность жидкости,  $\text{м}^2/\text{с}$ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2)$$

В жидкостях внутреннее трение обусловлено действием межмолекулярных сил – расстояния между молекулами жидкости сравнительно невелики<sup>1</sup>, а потому силы взаимодействия значительны. Молекулы жидкости, подобно молекулам твёрдого тела, колеблются около положений равновесия, но эти положения не являются постоянными. По истечении некоторого интервала времени молекула скачком переходит в новое положение. Это время называется *временем «оседлой жизни» молекулы*.

Силы межмолекулярного взаимодействия зависят от рода жидкости. Вещества с малой вязкостью – текучи, и наоборот, сильно вязкие вещества могут иметь значительную механическую твёрдость, как, например, стекло. Вязкость существенно зависит от количества и состава примесей, а также от температуры. С повышением температуры время «оседлой жизни» уменьшается, что обуславливает рост подвижности жидкости и уменьшение её вязкости.

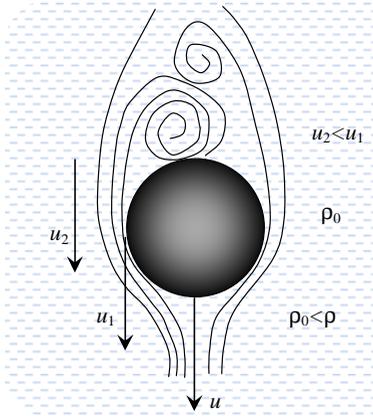
## 1.2. Движение твёрдого тела в жидкости

При движении тел в вязкой жидкости возникают силы сопротивления. Происхождение этих сил можно объяснить двумя разными механизмами. При небольших скоростях, когда за телом нет вихрей (ламинарное течение, идеальное обтекание), сила сопротивления обуславливается только вязкостью жидкости. В этом случае прилегающие к телу слои жидкости движутся вместе с телом. Но граничащие с ними слои жидкости также увлекаются в движение силами молекулярного сцепления. Так создаются силы, тормозящие относительное движение твёрдого тела и жидкости. Величину этих сил можно рассчитать с использованием формулы Ньютона (1).

Второй механизм возникновения сил сопротивления связан с образованием вихрей и различием скоростей движения жидкости перед телом и за ним (рис. 2). Давление в стационарном потоке жидкости меняется

---

<sup>1</sup> В жидкостях и твёрдых телах расстояние между молекулами примерно в 10 раз меньше, чем в газах при нормальном давлении.



**Рис. 2. Образование вихрей при движении тела в вязкой среде**

в зависимости от скорости потока так, что в области вихрей оно существенно уменьшается (уравнение Бернулли:  $p_1 + \rho_0 u_1^2 / 2 = p_2 + \rho_0 u_2^2 / 2$ ). Разность давлений  $\Delta p = \rho_0 (u_1^2 - u_2^2) / 2$  в областях перед телом и за ним создаёт силу «лобового» сопротивления ( $F = \Delta p S$ ) и тормозит движение тела. Часть работы, совершаемой силами трения при движении тела в жидкости, идёт на образование вихрей, энергия которых переходит затем в теплоту. Если движение тела в жидкости происходит медленно, без образования вихрей, то сила сопротивления создаётся только по первому из описанных механизмов. Для тел сферической формы её величину определяют по формуле Стокса:

$$T_C = 6\pi\mu r u, \quad (3)$$

где  $\mu$  – вязкость жидкости;  $r$  – радиус шарика;  $u$  – скорость его равномерно-го движения. Условие малости скорости должно быть выражено в виде условия малости безразмерного числа Re:

$$\text{Re} = \frac{r u \rho}{\mu} < 1. \quad (4)$$

Условие «достаточной малости» скорости имеет относительный характер. Фактическая величина допустимых скоростей зависит от размеров движущегося тела (и от вязкости жидкости). Формула Стокса выведена в предположениях: 1) вязкая среда неограниченна и в бесконечности покоится; 2) скольжения на границе с шаром нет; 3) движение – ламинарное; 4) радиус шара велик в сравнении со средней длиной пробега молекул среды.

Второе предположение для жидкости выполняется всегда, третье – при не слишком больших скоростях и четвёртое – выполняется для шариков не микроскопических размеров.

### 1.3. Определение вязкости жидкости по методу Стокса

На движущийся шарик в жидкости действуют три силы: сила тяжести  $F_T$ , выталкивающая архимедова сила  $F_A$  и сила сопротивления  $T_C$  (рис. 3). Силу тяжести и выталкивающую силу можно определить следующим образом:

$$F_T = \frac{4\pi r^3 \rho g}{3}; \quad (5)$$

$$F_A = \frac{4\pi r^3 \rho_0 g}{3}, \quad (6)$$

где  $r$  – радиус шарика;  $\rho$  – плотность шарика;  $\rho_0$  – плотность жидкости.

Сила тяжести и выталкивающая сила постоянны. Сила сопротивления  $T_C$  прямо пропорциональна скорости и поэтому на начальном этапе она меньше силы тяжести, и шарик падает равноускоренно. При этом сила сопротивления увеличивается и наступает момент, когда все три силы уравновешиваются. Шарик начинает двигаться равномерно:

$$F_T = F_A + T_C \quad (7)$$

или 
$$\frac{4\pi r^3 \rho g}{3} = \frac{4\pi r^3 \rho_0 g}{3} + 6\pi \mu r u, \quad (8)$$

откуда 
$$\mu = \frac{2r^2 g (\rho - \rho_0)}{9u}. \quad (9)$$

#### 1.4. Описание лабораторной установки

Для определения вязкости жидкости по методу Стокса берётся высокий цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью (рис. 3). На сосуде имеются две кольцевые метки **A** и **B**, расположенные на расстоянии  $l$  друг от друга. Расстояние между метками можно изменять. Уровень жидкости должен быть выше верхней метки на  $l_0 = 4...5$  см, чтобы к моменту прохождения шарика мимо верхней метки его скорость можно было считать установившейся. При этом, поскольку движение шарика равномерное, его перемещение определяется формулой (8).

Бросая шарик в сосуд, отмечают по секундомеру время  $t$  прохождения шариком расстояния  $l = \mathbf{AB}$  между двумя метками.

Преобразуем формулу (6) путём подстановки выражения для скорости движения  $u = l/t$  и замены радиуса шарика  $r$  диаметром  $d$

$$\mu = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2t}{18l}. \quad (10)$$

Уравнение (10) справедливо лишь тогда, когда шарик падает в безграничной среде. Если шарик падает вдоль оси трубки радиусом  $R_0$ , то приходится учитывать влияние боковых стенок. Поправки в формуле Стокса для такого случая теоретически обосновал Ладенбург.

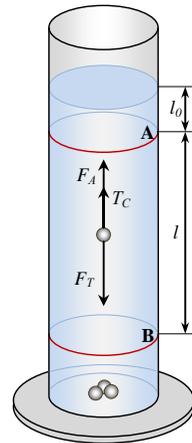


Рис. 3. Лабораторная установка

Формула для определения вязкости с учётом поправок на радиус сосуда  $R_0$  принимает следующий вид:

$$\mu = \frac{2}{9} \frac{gr^2t}{l} \frac{(\rho - \rho_0)}{\left(1 + 2,4 \frac{r}{R_0}\right)}. \quad (11)$$

При падении шарика радиусом  $r$  в цилиндрической трубе радиусом  $R_0$ , высотой  $h$  учёт влияния границ даёт

$$\mu = \frac{2r^2g(\rho - \rho_0)}{9\nu \left(1 + 2,1 \frac{r}{R_0}\right) \left(1 + 1,33 \frac{r}{h}\right)}. \quad (12)$$

Таким образом, зная плотности материала шарика и жидкости, радиусы шарика и сосуда, скорость установившегося движения шарика  $u$ , по формуле (12) можно вычислить динамическую вязкость жидкости.

## 2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Возьмите у преподавателя или лаборанта данные по плотности материала шарика  $\rho$  и исследуемой жидкости  $\rho_0$  (при необходимости измерьте плотность жидкости с помощью ареометра). Занесите полученные данные в табл. 1.

2. Установите расстояние от уровня жидкости до верхней метки  $l_0$  не менее 40 мм, а расстояние между метками  $l = 200 \dots 400$  мм. Измерьте внутренний радиус сосуда  $R_0$  и расстояние между метками на сосуде. Все измеренные данные запишите в табл. 1.

3. Отберите 10 шариков. Измерьте диаметры шариков  $d$  с помощью штангенциркуля или микрометра. Результаты измерений занесите в табл. 2.

4. Отпустите один шарик в цилиндр с жидкостью, как можно ближе к его оси (*в случае образования пузырьков воздуха на поверхности шарика необходимо взять другой шарик и повторить данный опыт*). В момент прохождения шарика мимо верхней метки включите секундомер и остановите его в момент прохождения шариком нижней метки. В процессе наблюдения за шариком, в момент прохождения им метки, глаз должен находиться на одном уровне с меткой. Результаты измерения времени занесите в табл. 2.

5. Повторите эксперимент с остальными шариками. Результаты измерений времени падения шариков между метками с точностью до 0,2 с занесите в табл. 2.

## 1. Данные по лабораторной установке и исследуемой жидкости

Жидкость	–	
Плотность жидкости, $\rho_0$	кг/м <sup>3</sup>	
Плотность материала шарика, $\rho$	кг/м <sup>3</sup>	
Радиус сосуда, $R_0$	м	
Расстояние между метками, $l$	м	

## 2. Опытные данные и результаты расчёта вязкости

№ п/п	Линейные размеры шарика		Время движения шарика $t$ , с	Скорость движения шарика $u$ , м/с	Динамическая вязкость жидкости $\mu$ , Па·с	$\Delta\mu = \bar{\mu} - \mu_j$	$\Delta\mu^2$
	$d$ , мм	$r$ , мм					
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
Среднее значение динамической вязкости $\bar{\mu}$ , Па·с							
Среднеквадратическое отклонение результатов измерений $\sigma_\mu$							
Динамическая вязкость $\mu = \bar{\mu} \pm \epsilon_p$ , Па·с							
Кинематическая вязкость $\nu$ , м <sup>2</sup> /с							

## 3. ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

1. Для каждого шарика рассчитайте величины  $r = d/2$ . Данные этих расчётов занесите в табл. 2.

2. По формуле  $u = l/t$  определите скорость установившегося движения  $u$  для каждого шарика. Данные расчётов также занесите в табл. 2.

3. По формуле (12) рассчитайте динамическую вязкость исследуемой жидкости  $\mu$  для каждого опыта, данные расчётов занесите в табл. 2. Примите  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

4. Оцените точность полученных результатов, для чего:

4.1. Вычислите среднеарифметическое значение динамической вязкости

$$\bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i,$$

где  $n$  – число опытов. Данные этих расчётов занесите в табл. 1.

4.2. Найдите отклонения  $\Delta_{\mu} = \bar{\mu} - \mu_i$  и их квадраты  $\Delta_{\mu}^2$ . Данные этих расчётов занесите в табл. 1.

4.3. Вычислите среднеквадратическое отклонение результатов измерений:

$$\sigma_{\mu} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta_{\mu}^2}.$$

Данные этих расчётов занесите в табл. 1.

4.4. Определите доверительные границы  $\varepsilon_p$ , за пределы которых с заданной доверительной вероятностью (например,  $p = 0,95$ ) не выйдет истинное значение вязкости жидкости

$$\varepsilon_p = \sigma_{\mu} t_p,$$

где коэффициент  $t_p$  определяется по таблице Лапласа [6], исходя из условия, что распределение погрешностей подчиняется нормальному закону.

4.5. Результат определения динамической вязкости запишите в табл. 2 в виде

$$\mu = \bar{\mu} \pm \varepsilon_p.$$

5. Рассчитайте по формуле (2) среднее значение коэффициента кинематической вязкости  $\nu$ . Данные расчётов занесите в табл. 2. Проведите сравнение полученного результата с табличными данными.

6. Рассчитайте число Рейнольдса  $Re$  для случая падения самого большого шарика. Для этого выберите из табл. 2 радиус  $r$  самого большого шарика и скорость его падения  $u$ . По формуле (4) вычислите численное значение  $Re$  и сделайте заключение о характере обтекания шарика жидкостью (ламинарное или турбулентное) в данных условиях.

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

1. Протокол эксперимента со схемой установки.
2. Сравнение полученной вязкости жидкости с её табличным значением.
3. Выводы по работе.

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что характеризуют динамическая и кинематическая вязкости?
2. Как зависят от температуры вязкости большинства жидкостей?
3. Какой безразмерный комплекс определяет характер обтекания твёрдого тела жидкостью?
4. Напишите и поясните выражение для силы Стокса и силы Архимеда.
5. Какие силы действуют на шарик, падающий в вязкой жидкости? Как эти силы связаны между собой в случае установившегося движения?
6. Почему из расчётов следует исключить данные, полученные в случае падения шарика с прилипшими к нему пузырьками воздуха?
7. Влияют ли размеры сосуда, в котором находится жидкость, на величину силы сопротивления трению, действующей на тело, движущееся в этой жидкости? Если да, то почему?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гельперин, Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии. В 2-х кн. Кн. 1 / Н.И. Гельперин. – М. : Химия, 1981. – 812 с.
2. Дытнерский, Ю.И. Основные процессы и аппараты химической технологии / Ю.И. Дытнерский. – М. : Химия, 1991. – 494 с.
3. Пономарёв, С.В. Методы и устройства для измерения эффективных теплофизических характеристик потоков технологических жидкостей / С.В. Пономарёв, С.В. Мищенко. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 1997. – 249 с.
4. Штеренлихт, Д.В. Гидравлика : учебник для вузов / Д.В. Штеренлихт. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
5. Астарита, Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей / Дж. Астарита, Дж. Маруччи ; пер. с англ. – М. : Мир, 1978. – 312 с.
6. Химмельблау, Д. Анализ процессов статистическими методами / Д. Химмельблау. – М. : Мир, 1973. – 960 с.

Учебное издание

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

Методические указания

Составители:

Никулин Сергей Сергеевич,  
Чех Алексей Сергеевич

Редактор Л.В. Комбарова  
Инженер по компьютерному макетированию Т.Ю. Зотова

Подписано в печать 28.06.2011.  
Формат 60 × 84/16. 0,69 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 298

Издательско-полиграфический центр ГОУ ВПО ТГТУ  
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14