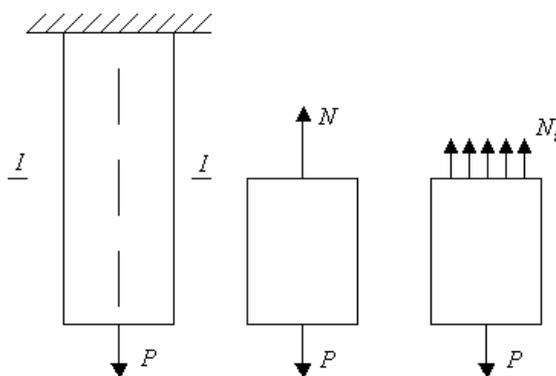


Ю.Т. Селиванов

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ И СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ



◆ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ ◆

УДК 539.411
ББК Ж121я73-2
С291

Р е ц е н з е н т

Кандидат технических наук, доцент
В.М. Червяков

Селиванов, Ю.Т.

С291 Растяжение и сжатие стержней и стержневых систем : метод. разработки / Ю.Т. Селиванов. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – 24 с. – 30 экз.

Даны задания и общие положения по выполнению расчетно-проектировочной работы по курсу "Сопротивление материалов".

Предназначены для студентов дневного и заочного отделений специальностей 655400, 655800.

УДК 539.411
ББК Ж121я73-2

© ГОУ ВПО "Тамбовский государственный
технический университет" (ТГТУ), 2007

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО "Тамбовский государственный технический университет"

Ю.Т. Селиванов

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ И СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Методические разработки
по выполнению расчетно-проектировочной работы
по курсу "Сопротивление материалов"
для студентов дневного и заочного отделений
специальностей 655400, 655800



Тамбов
Издательство ТГТУ
2007

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Селиванов ЮРИЙ ТИМОФЕЕВИЧ

Растяжение и сжатие стержней и стержневых систем

Методические разработки

Редактор З.Г. Чернова
Инженер по компьютерному макетированию М.Н. Рыжкова

Подписано к печати 16.02.2007
Формат 60 × 84/16. 1,39 усл. печ. л. Тираж 30 экз. Заказ № 154

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ВВЕДЕНИЕ

Тема "Растяжение и сжатие стержней и стержневых систем" является одним из разделов курса "Сопротивление материалов" и изучается в 3 семестре. В процессе изучения этого раздела студенты выполняют расчетно-проектировочную работу, состоящую из четырех задач.

Настоящее методическое пособие составлено применительно к выполнению этой работы.

К выполнению задания можно приступить только после изучения соответствующей темы в учебниках [1, гл. 9, п. 64, 65, 66], [2, гл. 2, пп. 2.1 –2.5, 2.8, 2.9], [3, гл. 9, п. 82] и решения задач из раздела [4, гл. 1, пп. 1.1, 1.2, 1.6].

1. СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ

Студенты выполняют расчетно-проектировочную работу, включающую в себя четыре задачи. Первая задача – расчет статически определимого ступенчатого бруса. Вторая – расчет статически неопределимого ступенчатого бруса. Третья – расчет статически неопределимой стержневой системы от воздействия внешней силы. Четвертая – расчет статически неопределимой стержневой системы от неточности изготовления одного из стержней или от температурных деформаций.

Задание 1. Определить из условия прочности площадь поперечного сечения ступенчатого стержня и перемещения его характерных точек.

1. В соответствии со своим шифром выписать числовые данные из таблицы и вычертить схему задачи.
2. Построить эпюру продольных сил N .
3. Из условия прочности подобрать сечение стержня.
4. Построить эпюру нормальных напряжений σ в поперечном сечении стержня.
5. Построить эпюру перемещений δ .
6. Построить эпюру относительных линейных деформаций ξ .

Задание 2. К заданному стержню с определенным поперечным сечением подвести вторую опору-заделку и произвести расчет полученного статически неопределимого стержня.

1. Раскрыть статическую неопределенность системы.
2. Построить эпюру продольных сил N .
3. Построить эпюру нормальных напряжений σ .
4. Построить эпюру перемещений δ .
5. Построить эпюру относительных линейных деформаций ξ .
6. Сравнить на каждом участке стержня величины напряжений для статически неопределимого стержня с величинами напряжений для статически определимого стержня, найденными в первой части.

Задания 3 и 4. Произвести расчет плоской статически неопределимой стержневой системы на действие внешней нагрузки, изменения температуры и неточности изготовления.

1. Выписать в соответствии со своим шифром числовые данные и начертить в масштабе заданную схему.
2. Раскрыть статическую неопределенность стержневой системы:
 - 1) от действия внешней нагрузки с подбором площади поперечного сечения стержней;
 - 2) от изменения температуры;
 - 3) от неточности изготовления.
3. Вычислить напряжения в стержнях и перемещение узлов от каждого из трех факторов и определить их суммарное значения.
4. Графически проверить правильность решения.

Примечание.

1. Для всех схем выполнить решение от действия заданной внешней нагрузки.
2. Изменение температуры учитывать в 2, 3, 4, 5, 6, 7 схемах (стержень 1).
3. Влияние неточности изготовления учитывать в 1, 2, 4, 8, 9, 10 схемах (стержень 2).

Задание должно содержать расчетно-пояснительную записку и графическую часть. Расчетно-пояснительная записка выполняется в виде тетради из листов формата А4 (297×210 мм) с обложкой из плотной бумаги, на которой должны быть указаны: тема задания, шифр, номер группы, фамилия студента, дата выполнения, фамилия и должность преподавателя, проверившего задание. Графическую часть следует выполнять на ватмане формата А2 (или по согласованию с преподавателем – А4). Все элементы графической части должны быть вычерчены в определенном масштабе. На первой странице расчетно-пояснительной записки необходимо выписать условие задачи с числовыми данными, составить эскиз в масштабе и указать на нем буквенными обозначениями все величины, необходимые для расчета.

Решение должно сопровождаться краткими пояснениями и чертежами, содержать расчетные формулы и вычисления без сокращений.

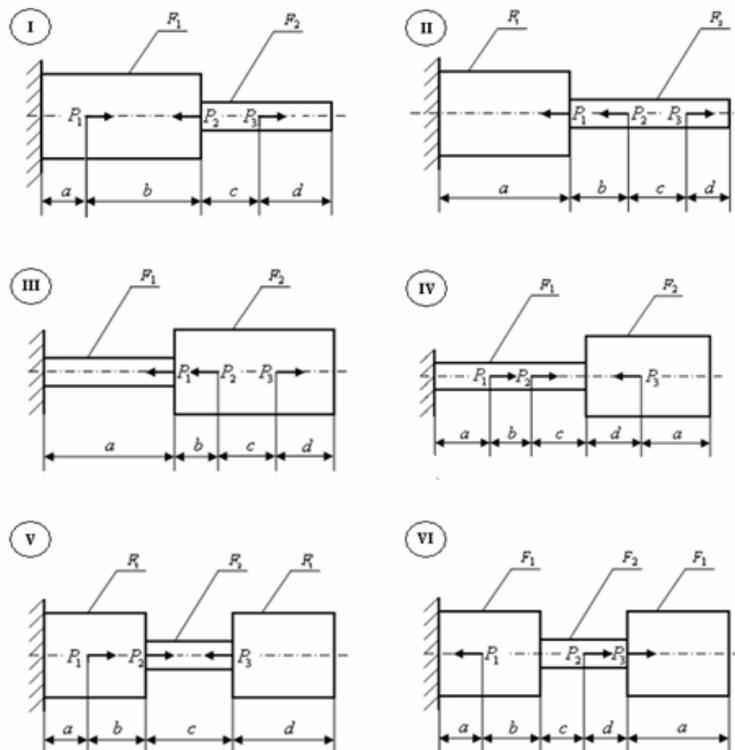
Полученные результаты записывать с указанием размерностей.

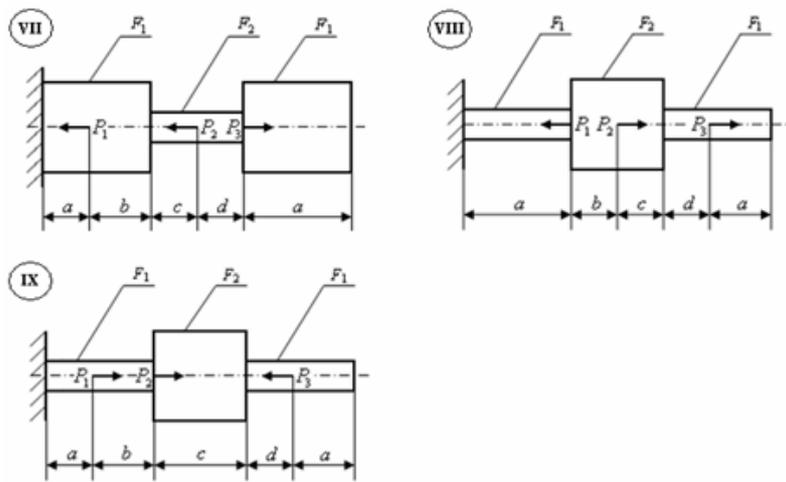
Все расчеты рекомендуется выполнять на микрокалькуляторе с соблюдением правил приближенных вычислений, сохраняя три значащие цифры.

Данные для заданий 1 и 2

| Цифры шифра | № схемы | Материал | ε , кг/см ² | P_1 | P_2 | P_3 | a | b | c | d | $K = F_1 / F_2$ | $[\sigma]_p$ | $[\sigma]_{сж}$ |
|-------------|---------|----------|------------------------------------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----------------|--------------------|-----------------|
| | | | | т | | | м | | | | | кг/см ³ | |
| 1 | I | сталь | $2 \cdot 10^6$ | 2 | 3 | 2,1 | 0,2 | 0,5 | 0,2 | 0,4 | 1,4 | 1600 | 1450 |
| 2 | VII | медь | $1 \cdot 10^6$ | 1,5 | 2,5 | 3 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 1,6 | 600 | 400 |
| 3 | IX | алюминий | $0,7 \cdot 10^6$ | 2,2 | 1,5 | 1,5 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,2 | 1,8 | 500 | 300 |
| 4 | II | чугун | $1,2 \cdot 10^6$ | 1,8 | 1,5 | 1,8 | 0,5 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 2 | 400 | 800 |
| 5 | XIII | медь | $1 \cdot 10^6$ | 1,9 | 2 | 1,6 | 0,4 | 0,5 | 0,2 | 0,3 | 2,1 | 600 | 400 |
| 6 | VI | чугун | $1,2 \cdot 10^6$ | 2,4 | 1,7 | 1,9 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,2 | 1,5 | 400 | 800 |
| 7 | III | сталь | $2 \cdot 10^6$ | 3 | 2,2 | 2 | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,4 | 1,7 | 1600 | 1450 |
| 8 | IX | алюминий | $0,7 \cdot 10^6$ | 1,5 | 2,8 | 1,6 | 0,2 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 1,9 | 500 | 300 |
| 9 | V | сталь | $2 \cdot 10^6$ | 2,8 | 1,8 | 2,2 | 0,3 | 0,5 | 0,2 | 0,4 | 2,2 | 1600 | 1450 |
| 0 | IV | алюминий | $0,7 \cdot 10^6$ | 3,8 | 1,9 | 1,7 | 0,4 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 2,5 | 500 | 300 |
| Буквы шифра | а | б | б | в | г | д | д | е | а | б | е | б | б |

Расчетные схемы к заданиям 1 и 2

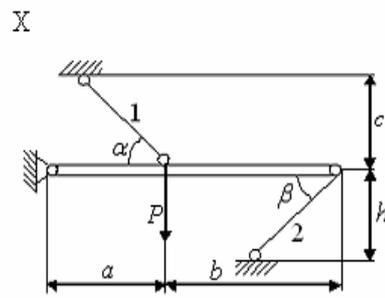
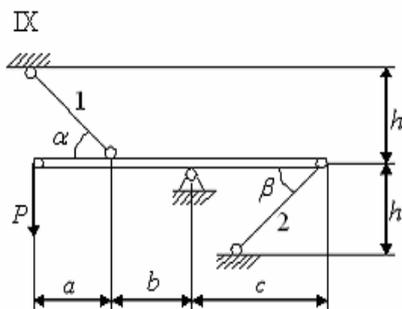
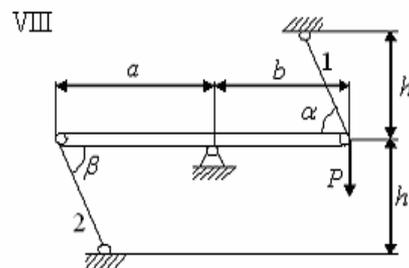
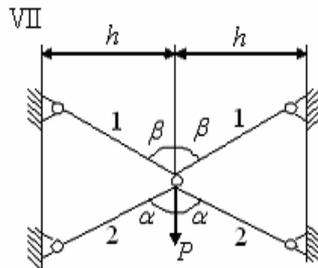
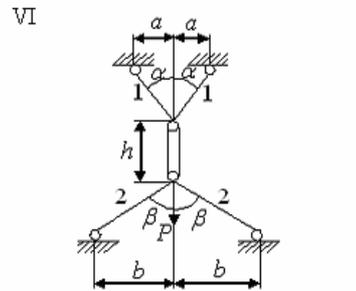
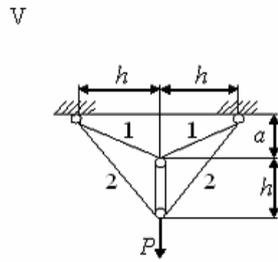
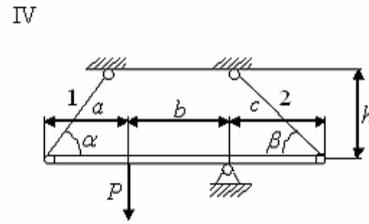
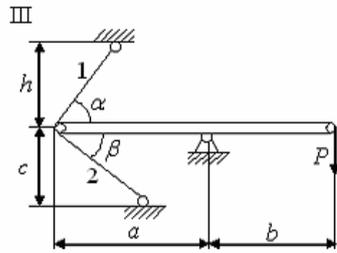
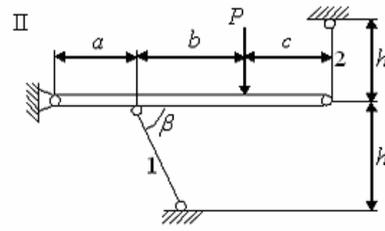
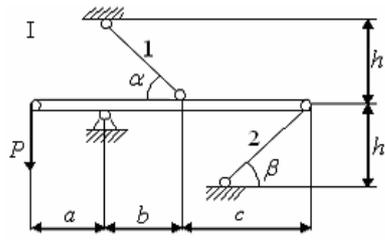




Данные для заданий 3 и 4

| Цифры шифра | № схемы | Материал | $E, \text{кг/см}^2$ | $P, \text{т}$ | a | b | c | h | α'' | β'' | $K = F_1 / F_2$ | $\Delta t''$ | $\alpha, \frac{1}{2} \text{ рад.}$ | $\Delta, \text{мм}$ |
|-------------|---------|----------|---------------------|---------------|-----|-----|-----|-----|------------|-----------|-----------------|--------------|------------------------------------|---------------------|
| | | | | | м | | | | | | | | | |
| 1 | II | медь | $1 \cdot 10^4$ | 3 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 25 | 65 | 2 | 10 | $165 \cdot 10^{-7}$ | 0,4 |
| 2 | I | алюминий | $0,7 \cdot 10^4$ | 4 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 35 | 55 | 1,8 | 15 | $250 \cdot 10^{-7}$ | -1,3 |
| 3 | III | сталь | $2 \cdot 10^4$ | 5 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 60 | 30 | 1,7 | 20 | $125 \cdot 10^{-7}$ | 0,6 |
| 4 | V | чугун | $1,2 \cdot 10^4$ | 4,5 | 1,0 | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 55 | 35 | 1,5 | 25 | $110 \cdot 10^{-7}$ | 0,8 |
| 5 | VIII | алюминий | $0,7 \cdot 10^4$ | 5,5 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 65 | 25 | 1,4 | 30 | $250 \cdot 10^{-7}$ | -1,2 |
| 6 | VII | алюминий | $0,7 \cdot 10^4$ | 3,5 | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 50 | 40 | 0,9 | 20 | $250 \cdot 10^{-7}$ | -1,4 |
| 7 | IV | сталь | $2 \cdot 10^4$ | 4 | 0,9 | 0,7 | 0,5 | 0,3 | 60 | 30 | 0,8 | 40 | $125 \cdot 10^{-7}$ | 1,5 |
| 8 | VI | медь | $1 \cdot 10^4$ | 3 | 1,0 | 0,8 | 0,6 | 0,4 | 70 | 20 | 0,7 | 45 | $165 \cdot 10^{-7}$ | -0,6 |
| 9 | X | чугун | $1,2 \cdot 10^4$ | 5,5 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,6 | 30 | 60 | 1,3 | 20 | $110 \cdot 10^{-7}$ | 0,9 |
| 0 | IX | медь | $1 \cdot 10^4$ | 4,5 | 0,4 | 0,9 | 0,8 | 0,3 | 40 | 50 | 1,1 | 15 | $165 \cdot 10^{-7}$ | -0,5 |
| Буквы шифра | г | б | б | а | а | д | г | а | в | в | е | д | б | а |

Расчетные схемы к заданиям 3 и 4



2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

2.1. РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ ПРЯМОГО БРУСА

Различают простое и внецентренное растяжение-сжатие (рис. 1). При простом, линия действия силы совпадает с осью бруса. Если не совпадает, а параллельна ей, то это – внецентренное растяжение-сжатие.

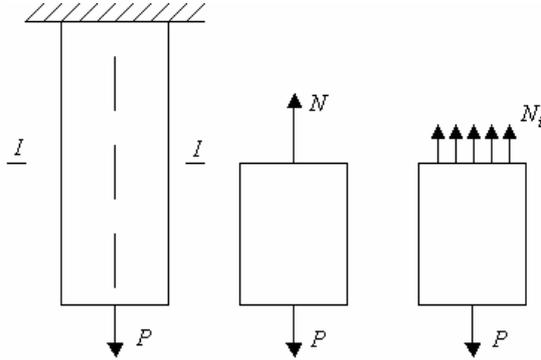


Рис. 1

Из уравнения проекций на вертикальную ось имеем

$$N = P, \quad (1)$$

где P – внешняя сила; N – внутреннее усилие.

Метод сечений: для нахождения внутренних усилий тело мысленно разрезают на две части и рассматривают равновесие той части, которая не соприкасается с заделкой.

При растяжении-сжатии гипотеза плоских сечений дополняется еще одним пунктом: в поперечных сечениях достаточно далеко удаленных от точки приложения сил нормальные силы распределяются по сечению равномерно, а касательные отсутствуют.

Нормальное напряжение характеризует величину внутренних усилий приходящихся на единицу площади сечения:

$$\sigma = \frac{N}{F}. \quad (2)$$

Правило знаков: нормальные усилия и напряжения положительны при растяжении и отрицательны при сжатии.

Условие прочности при растяжении и сжатии

$$\sigma \leq [\sigma], \quad (3)$$

где $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение (справочная величина, физико-механическая характеристика материала). Это наибольшее напряжение, при котором материал конструкции может надежно и долго работать.

Решая совместно уравнения (2) и (3), имеем

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma]. \quad (4)$$

Это уравнение прочности при растяжении-сжатии. С его помощью возможно решение трех типов задач, но наиболее часто решается задача подбора площади сечения F при известных значениях N и $[\sigma]$. Тогда

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (5)$$

Например, для круга

$$F = \frac{\pi d^2}{4}; \quad d \geq \sqrt{\frac{4N}{\pi[\sigma]}}. \quad (6)$$

Для прямоугольного сечения должно быть задано соотношение сторон:

$$\frac{h}{b} = k; \quad F = kb^2; \quad b \geq \sqrt{\frac{N}{k[\sigma]}}, \quad (7)$$

где h – высота; b – основание.

Значение продольной силы в каждом частном случае можно легко определить с помощью метода сечений. Для нахождения напряжения σ в каждой точке поперечного сечения, необходимо знать закон распределения по сечению, который обычно изображается графиком, показывающим их изменение по высоте балки (эпюра нормальных напряжений).

2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ

Нормальным напряжениям соответствует деформация растяжения-сжатия, а касательным – сдвиг.

Прямой брус длиной l и нагруженный силой P удлиняется на величину Δl (рис. 2):

$$\Delta l = l' - l, \quad (8)$$

где Δl – абсолютная деформация бруса (полная деформация).

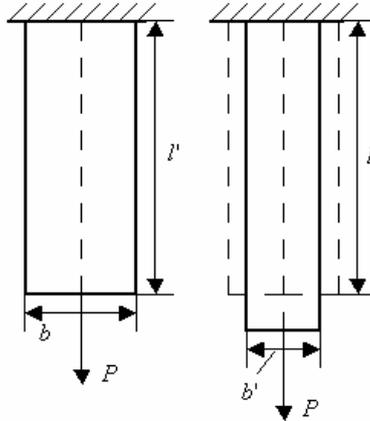


Рис. 2

Линейную деформацию ξ называют относительным продольным удлинением:

$$\xi = \frac{\Delta l}{l}. \quad (9)$$

Происходит также изменение поперечных размеров бруса. Относительная поперечная деформация может быть рассчитана по формуле

$$\xi' = \frac{\Delta b}{b}. \quad (10)$$

Экспериментально установлено, что при напряжениях, не превышающих предела упругости, выполняется уравнение:

$$\xi' = -\mu \xi; \quad (11)$$

$$\left| \frac{\xi'}{\xi} \right| = \mu, \quad (12)$$

где μ – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона), который определяется экспериментально и изменяется в пределах от 0 – для пробки, до 0,5 – для резины; для стали $\mu = 0,3$.

Установлено, что когда напряжение в брус не превышает предела пропорциональности, выполняется условие

$$\xi = \frac{N}{EF}, \quad (13)$$

где E – коэффициент, зависящий от физических свойств материала (модуль упругости).

Параметр E , наряду с μ , характеризует упругие свойства материала. В системе СИ измеряется в паскалях [Па].

Для стали $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см²; для меди $E = 10^6$ кг/см²; для условного дерева $E = 10^5$ кг/см².

Произведение EF называется жесткостью поперечного сечения бруса а, учитывая что $\sigma = \frac{N}{F}$, уравнение (13) примет вид

$$\xi = \frac{\sigma}{E}, \quad (14)$$

или

$$\sigma = \xi E. \quad (15)$$

Абсолютное удлинение бруса выражается зависимостью, полученной из (9) и (13):

$$\Delta l = \xi l = \frac{Nl}{EF}. \quad (16)$$

Формулы (14)–(16) являются математическим выражением закона Гука, который звучит так: абсолютная продольная деформация прямо пропорциональна продольной силе (при постоянной жесткости сечения EF); или относительная продольная деформация прямо пропорциональна нормальному напряжению.

2.3. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЙ БРУС

Определение: Брусья и шарнирно-стержневые системы, в которых внутренние усилия от заданной нагрузки можно определить с помощью уравнений равновесия, называются статически определимыми.

Определение: Брусья и шарнирно-стержневые системы называются статически неопределимыми, если число неизвестных усилий (реакций в опорах) превышает число независимых уравнений статики.

Определение: Разность между числом неизвестных усилий и числом независимых уравнений статики называется степенью статической неопределимости.

При этом при расчете подобных задач необходимо составлять дополнительные уравнения – уравнения перемещений, учитывающие характер деформации системы (уравнения совместности деформаций).

Пример 1. Рассмотрим стержень, жестко заделанный с обеих сторон и нагруженный силой P (рис. 3). Под действием этой силы в опорах возникают реакции R_1 и R_2 .

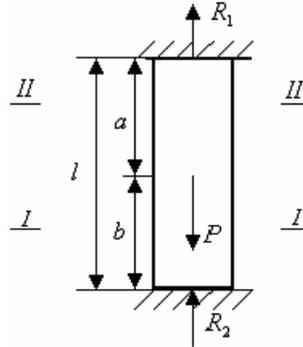


Рис. 3

Уравнение равновесия в виде суммы проекций на вертикальную ось будет иметь вид

$$R_1 + R_2 - P = 0. \quad (17)$$

В этом уравнении два неизвестных, следовательно, степень статической неопределимости системы равна единице.

Так как стержень жестко заделан по концам, то изменение длины стержня отсутствует:

$$\Delta l = 0, \quad (18)$$

или

$$\Delta a + \Delta b = 0. \quad (19)$$

При решении задачи используем метод сечений.

По закону Гука:

$$\Delta a = \frac{N_{II} a}{EF}; \quad (20)$$

$$\Delta b = \frac{N_I b}{EF}; \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} I-I : N_I &= -R_2; \\ II-II : N_{II} &= P - R_2. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Решая совместно уравнения (19) – (22), получим:

$$\frac{(P - R_2)a}{EF} + \frac{-R_2 b}{EF} = 0; \quad (23)$$

$$Pa - R_2 l = 0;$$

$$R_2 = P \frac{a}{l}.$$

Реакцию R_1 можно определить, подставив полученную величину в уравнение (17):

$$R_1 = P \frac{b}{l}.$$

Направление неизвестных реакций R_1 и R_2 можно принимать произвольно. Если в результате расчета они получились положительными, то направление выбрано верно. Если они получились отрицательными, то необходимо изменить направление указанных реакций:

(17) – уравнение равновесия;

(18), (19) – геометрические уравнения совместности деформаций;

(20), (21) – физические уравнения данной задачи (закон Гука);
 (23) – физическое уравнение совместности деформаций.

2.4. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ

План решения статически неопределимых задач:

1. Составляем уравнения равновесия (24).
2. Определяем степень статической неопределимости.
3. Из чисто геометрических соображений составляем геометрическое уравнение совместности деформаций (25).
4. Пользуясь физическими законами, выражаем деформации, вошедшие в уравнение (25) через внутренние усилия и внешние силы (26).
5. Составляем физическое уравнение совместности деформаций. Для этого уравнение (26) подставляем в уравнение (25) и получаем зависимость (27).
6. Решаем совместно уравнения (24) и физическое уравнение совместности деформаций (27).

Пример 2. Жесткий брус AS соединен с жесткой опорой посредством шарнира в точке S . К нему прикреплены два стержня 1 и 2, также соединенные с опорой. К конструкции приложена внешняя сила P (рис. 3). Раскрыть статическую неопределимость от действия внешней нагрузки.

1. Составление расчетной схемы (рис. 4):

$$\sum F_H = 0; \quad R_H + N_2 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum F_B = 0; \quad R_B + N_1 + N_2 \sin \alpha - P = 0;$$

$$\sum M_S = 0; \quad 2aN_1 - 3aP + 4aN_2 \sin \alpha = 0. \quad (24)$$

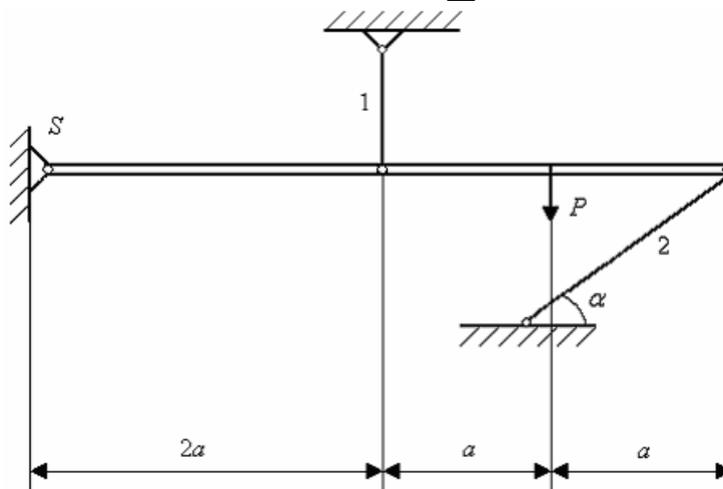


Рис. 3

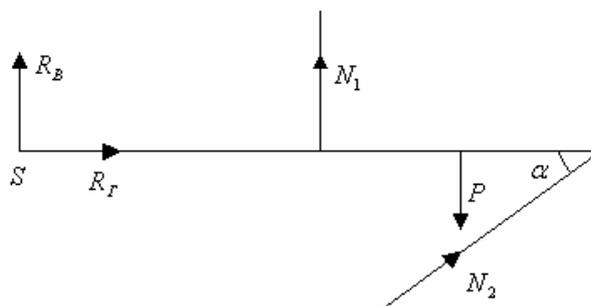


Рис. 4

Степень статической неопределимости равна единице.

Из уравнения (24) необходимо определить правильность направления реакций N_1 и N_2 .

Для симметричных схем: направления проекций на вертикальную ось реакций N_1 и N_2 и внешней силы P должны иметь разные знаки.

Для остальных схем: знаки моментов, создаваемых усилиями N_1 и N_2 , и внешней силой P в уравнении моментов относительно опоры должны быть противоположными.

2. Составление схемы деформации (рис. 5).

- 1) Показываем положение схемы в исходном положении.

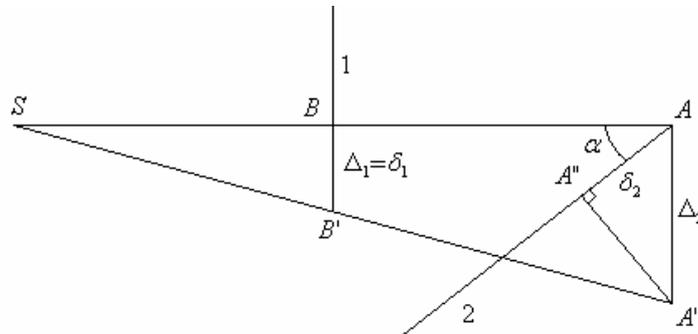


Рис. 5

2) Определяем, куда сместится жесткая балка от воздействия внешней силы, и показываем новое положение системы. При этом необходимо сделать два допущения:

- жесткая балка не деформируется;
- перемещение точек приложения стержней A и B происходит не по дугам окружностей, а строго вертикально.

Вертикальные перемещения точек приложения стержней обозначим через Δ_1 и Δ_2 .

3) Из вновь полученных точек A' и B' опускаем перпендикуляры на линии действия стержней в исходном состоянии. Обозначим деформации стержней через δ_1 и δ_2 .

4) Находим соответствие между вертикальными перемещениями Δ_1 и Δ_2 (для симметричных схем – из условия неразрывности конструкции; для других схем – из подобия треугольников):

$$\Delta SBB' \sim \Delta SAA' :$$

$$\frac{BB'}{AA'} = \frac{SB}{SA} ;$$

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2} .$$

5) Выражаем вертикальные перемещения Δ_1 и Δ_2 через δ_1 и δ_2 :

$$\Delta_1 = \delta_1 ;$$

$$\Delta_2 = \frac{\delta_2}{\sin a} .$$

$$\frac{\delta_1 \sin a}{\delta_2} = \frac{1}{2} ;$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{1}{2 \sin a} . \quad (25)$$

3. Выражаем деформации стержней через внутренние усилия в них (закон Гука):

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{N_1 l_1}{EF_1} ; \\ \delta_2 &= \frac{N_2 l_2}{EF_2} . \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

4. Составляем физическое уравнение совместности деформаций, подставив уравнение (26) в уравнение (25):

$$\frac{1}{2 \sin a} = \frac{N_1 l_1 EF_2}{N_2 l_2 EF_1} . \quad (27)$$

Длины стержней l_1 и l_2 известны. Если дано соотношение площадей F_1/F_2 , используя его, сокращаем площади.

Получено недостающее уравнение. Решая его совместно с уравнением (1), можно определить усилия N_1 и N_2 .

5. После определения N_1 и N_2 рассчитывают площади F_1 и F_2 в соответствии с соотношением, через $[\sigma_p]$ и $[\sigma_{сж}]$.

6. Производим проверку правильности решения.

1) В определенном масштабе откладываем длину бруса SBA (рис. 6).

2) В точках приложения стержней проводим их линии действия.

3) Откладываем вертикальные перемещения стержней в направлении, соответствующем схеме деформаций (в другом масштабе).

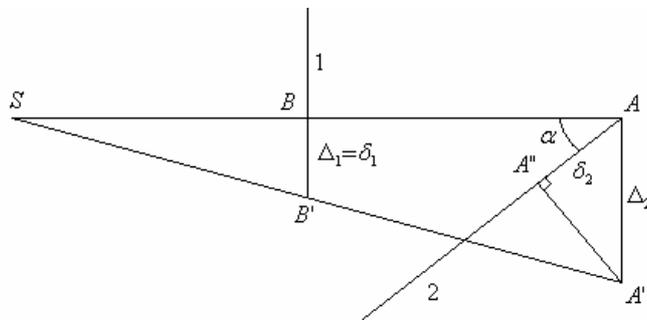


Рис. 6

Первая проверка: соединяем точки S , B' и A' . Полученная линия должна быть прямой, а не ломаной линией.

Вторая проверка: из полученных точек A' и B' проводим перпендикуляры на линии действия стержней в исходном состоянии. Получаем точки A'' и B'' . Измеренные величины $B'B''$ и AA'' должны быть равны рассчитанным величинам δ_1 и δ_2 в выбранном масштабе деформации.

2.5. НАПРЯЖЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ ОТ НЕТОЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Если хотя бы один из стержней шарнирно-стержневой системы выполнен не точно, т.е. его длина оказалась выше или ниже рассчитанной, то при сборке такой системы необходимо приложить дополнительные усилия. При этом все стержни системы после сборки будут подвергаться определенному силовому воздействию, даже при отсутствии внешних сил.

Если по условиям работы шарнирно-стержневой системы, выполненной точно, хотя бы один из стержней работает в условиях нагрева или охлаждения, то при этом происходит изменение его первоначальной длины (при нагреве – удлинение, при охлаждении – уменьшение первоначальной длины).

При решении подобных задач необходимо вначале определить величину температурной деформации, которая вычисляется по формуле

$$\Delta_t = \alpha l \Delta t,$$

где α – коэффициент линейного расширения материала стержня; Δt – перепад температур (может быть как больше, так и меньше нуля); l – длина стержня.

После определения температурной деформации данная задача решается подобно задачам, связанным с неточностью изготовления стержней.

Пример 3. В шарнирно-стержневой системе, состоящей из жесткого бруса и двух стержней, первый стержень выполнили короче на величину Δ (рис. 7). Раскрыть статическую неопределимость от неточности изготовления.

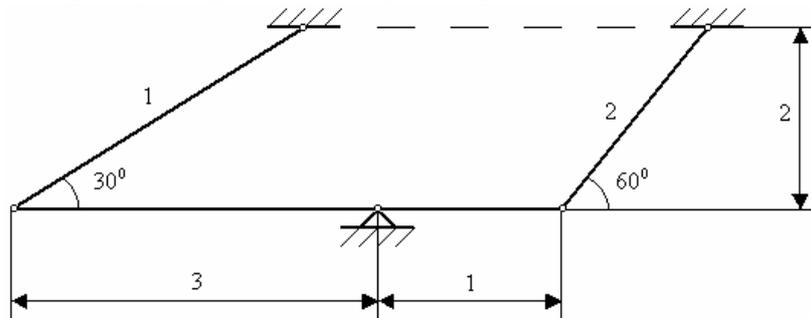


Рис. 7

1. Составление расчетной схемы (рис. 8).

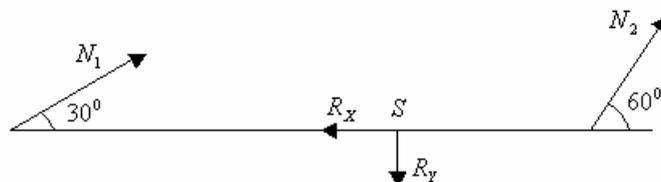


Рис. 8

Так как первый стержень выполнен короче, то при сборке системы его необходимо растянуть, т.е. внешнее усилие, приложенное к стержню – растягивающее. Реакция в этом стержне должна быть противоположна внешнему усилию.

Реакция во втором стержне должна уравнивать реакцию в первом стержне.

$$\sum F_x = 0, \quad N_1 \cos 30^\circ - R_x + N_2 \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_y = 0, \quad N_1 \sin 30^\circ - R_y + N_2 \sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_S = 0, \quad -3N_1 \sin 30^\circ + N_2 \sin 60^\circ = 0. \quad (28)$$

Проведем проверку правильности направления реакций:

Для симметричных схем: если имеется уравнение моментов, то знаки моментов должны быть противоположными. Для остальных схем: в уравнении проекции на вертикальную ось знаки реакций должны быть противоположными. Степень статической неопределимости равна единице.

2. Составление схемы деформаций (рис. 9).

1) Изображаем схему в исходном состоянии.

2) Мысленно отбрасываем стержень, выполненный точно (второй стержень). Так как первый стержень выполнен короче, то вертикальное перемещение точки A откладываем вверх.

3) Опустим из точки C перпендикуляр на линию действия стержня в исходном состоянии. Получим точку A' .

4) Проведем прямую CS и опустим вертикаль из точки B . Получим точку D . Если бы отсутствовал стержень 2, то брус занял бы положение CSD .

5) Так как стержень 2 реально присутствует и оказывает влияние на стержневую систему, то под его воздействием брус займет какое-то среднее положение между нейтральным ASB и крайним CSD .

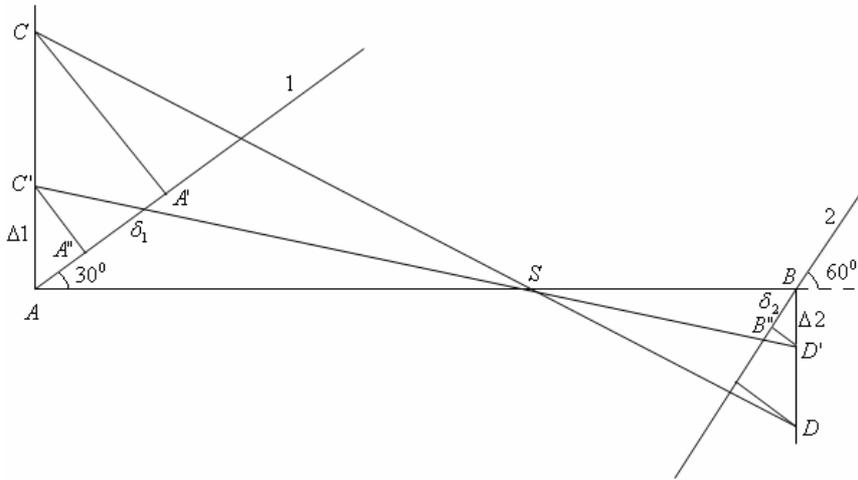


Рис. 9

Положение $C'SD'$ – реальное положение жесткого бруса. Реальное вертикальное перемещение первого стержня $AC' = \Delta 1$, второго стержня – $BD' = \Delta 2$.

6) Опустим перпендикуляры из точек реального положения бруса C' и D' на линии действия стержней в исходном состоянии. Получим точки A'' и B'' . При этом деформация второго стержня $BB'' = \delta_2$, второго стержня $A'A'' = \delta_1$.

Стержень 1 реально удлиняется при сборке на величину $A'A'' = \delta_1$, так как его первоначальное положение после изготовления оканчивалось в точке A' .

7) Ищем связь между вертикальными перемещениями $\Delta 1$ и $\Delta 2$ (подобно предыдущему разделу):

$$\Delta AC'S \sim \Delta SBD' :$$

$$\frac{AC'}{BD'} = \frac{AS}{SB} ;$$

$$\frac{\Delta 1}{\Delta 2} = 3 . \quad (29)$$

8) Выражаем вертикальное перемещение через деформации в стержнях.

Из $\Delta BD'B''$ и $\Delta AC'A''$:

$$\left. \begin{aligned} \Delta 2 &= \frac{\delta_2}{\sin 60^\circ} ; \\ \Delta 1 &= \frac{AA''}{\sin 30^\circ} = \frac{\Delta - \delta_1}{\sin 30^\circ} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$AA' - A'A'' = AA'' .$$

Подставим (30) в (29):

$$\frac{(\Delta - \delta_1) \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ \delta_2} = 3 ;$$

$$\Delta - \delta_1 = \frac{3 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} \delta_2 ;$$

$$\delta_1 - \delta_2 \frac{3 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \Delta . \quad (31)$$

3. Составление физического уравнения совместности деформаций:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{N_1 l_1}{EF_1}; \\ \delta_2 &= \frac{N_2 l_2}{EF_2}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Подставим (32) в (31):

$$\frac{N_1 l_1}{EF_1} + \frac{N_2 l_2}{EF_2} \frac{3 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \Delta. \quad (33)$$

В подобных задачах площади F_1 и F_2 – заданы. Решая совместно уравнения (33) и (28) определим реакции N_1 и N_2 .

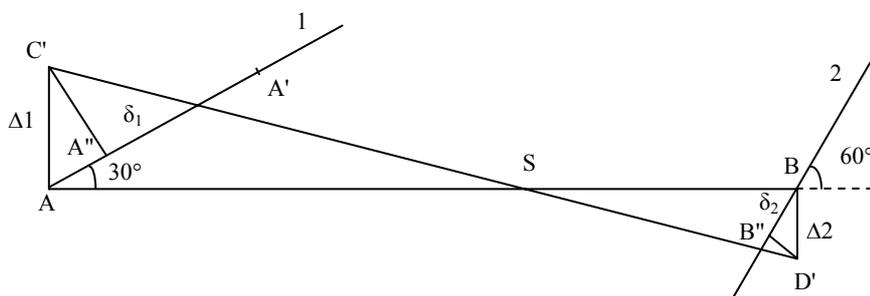
4. Произведем проверку правильности решения.

1) Откладываем брус ASB в определенном масштабе. В точках приложения стержней проводим их линии действия (см. схему деформаций рис. 9).

2) Откладываем вертикальные перемещения $\Delta 1$ и $\Delta 2$ в направлениях, соответствующих схеме деформаций (в масштабе деформаций), рис. 10.

Первая проверка: линия $C'SD'$ должна быть прямой.

3) Из точек C' и D' опускаем перпендикуляры на линии действия стержней.



Вторая проверка: измеренные величины $BB'' = \delta_2$, $AA'' = \Delta - \delta_1$ должны равняться рассчитанным значениям в соответствующем масштабе деформаций.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – М. : Наука, 1986. – 512 с.
2. Дарков, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – М. : Высшая школа, 1989. – 623 с.
3. Степин, П.А. Сопротивление материалов / П.А. Степин. – М. : Высшая школа, 1983. – 303 с.
4. Миролобов, И.Н. Пособие по решению задач по сопротивлению материалов : учебное пособие для технических вузов / И.Н. Миролобов [и др.]. – М. : Высшая школа, 1985. – 399 с.
5. Бояринов, С.В. Основы строительной механики машин / С.В. Бояринов. – М. : Машиностроение, 1973. – 456 с.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| 1. СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ | 3 |
| 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ | 10 |
| 2.1. Растяжение-сжатие прямого бруса | 10 |
| 2.2. Определение деформаций при растяжении-сжатии | 11 |
| 2.3. Статически неопределимый брус | 13 |
| 2.4. Статически неопределимые стержневые системы | 15 |
| 2.5. Напряжения, возникающие в стержневых системах от неточности изготовления и температурных деформаций | 19 |
| СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ | 23 |