

**Задачи заочного тура Олимпиады ТГТУ-2020
по математике для 11 класса**

1. Имеется несократимая положительная дробь, знаменатель которой на 1 меньше квадрата числителя. Если числитель и знаменатель увеличить на 2, то дробь будет больше $\frac{1}{3}$, а если из числителя и знаменателя вычесть 3, дробь станет меньше $\frac{1}{10}$, но останется положительной. Найдите эту дробь.

2. Какова площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой неравенств

$$\begin{cases} y \geq |x + 3| - 2, \\ y \leq 7 - |x + 2|? \end{cases}$$

3. При каких значениях параметра a , уравнение

$$x^4 - (6 + a)x^2 + 9a - 27 = 0$$

имеет ровно два корня?

4. Найдите все решения уравнения

$$\sqrt{\log_2(8x^2 + 8x)} = \log_{\sqrt{2}}(x^2 + x),$$

удовлетворяющие неравенству $\cos x < \operatorname{tg} 3x$.

5. Точка M , равноудаленная от сторон ромба, находится на расстоянии 2 см от плоскости ромба. Найдите расстояние от точки M до сторон ромба, если его диагонали равны 12 см и 16 см.